長方形容器内の磁性流体における界面不安定性*

須藤 誠一**, 橋本 弘之**, 片桐 一成**

Interfacial Instability of Magnetic Fluids in a Rectangular Container

Seiichi SUDO, Hiroyuki HASHIMOTO, and Kazunari KATAGIRI

An experimental and theoretical study is presented for the interfacial instability of magnetic fluids in rectangular containers subject to magnetic fields. Experiments were performed to determine the critical field intensity for incipient instability and to observe the growth of instability waves. Magnetic fluids used in the experiments were waterbase ferricolloid W-35 and its dilution with distilled water. It was found that interfacial instability appeared when the field intensity exceeded the threshold value and grew in amplitude with the field intensity. It was also found that the wave number for the instability depended upon the field intensity and the dimensions of the container. The possible equilibrium configuration was analyzed theoretically by minimizing the total energy. The experimental results can be explained well by the theoretical analysis.

Key Words: Magnetic Fluid, Magnetohydrodynamics, Surface Instability, Static Waves, Labyrinth Instability

1. 緒 言

強磁性体の微粒子を分散媒に安定に分散させたコロイド溶液である磁性流体は、近年の工業技術の進展によって良質のものが開発された。それに伴って、磁性流体を利用した軸シール、軸受、アクチュエータ、ダンパ、インクジェットプリンタなどの多くの応用機器が考案され開発されてきている⁽¹⁾。このような応用機器の開発に際して、磁性流体の磁場に対する基本的な応答を調べることは重要であり、これまで多くの研究がなされてきた⁽²⁾。一般に、磁性流体の自由界面が磁場の作用を受けるとき、その界面は磁場の方向および強さによってさまざまな挙動を示す⁽³⁾。このような磁性流体界面の不安定性問題に関して行われた代表的な研究を列記すると、第1に Cowley と Rosensweig⁽⁴⁾の磁性流体界面に垂直に磁場を作用させた場合の界面の変形についての研究がある。さらに、非常に狭いすきま内に発生する磁性流体のラビリンスが Roman-kiw ら⁽⁵⁾によって観察され、Rosenweig ら⁽⁶⁾によって理論的に解析された。Tsebers と Maiorov は平界

面⁽⁷⁾、液滴⁽⁸⁾、気泡⁽⁹⁾に関する一連の界面不安定性問題を研究した。また、磁性流体シールの安定性⁽¹⁰⁾や周期的に変動する磁場外力に対する磁性流体の液面応答⁽¹¹⁾なども報告されている。しかし、平行壁面の間隔が比較的大きい有限容器内の磁性流体に磁場が作用する場合の界面不安定性やその成長に関しては従来の研究結果が少なく、いまだ不明な点が多い。

そこで本報は、長方形容器内に磁性流体が部分的に満たされ、その液体自由界面に対して平行に磁場が作用する場合の界面不安定性に関連して、界面変形の発生と成長の様子を寸法の異なる種々の容器を用いて実験的に究明した。さらに、それらの実験結果を合理的に説明するための理論的考察を行い、磁性流体の基本的な界面特性を明らかにし、磁性流体応用機器の開発に必要な基礎資料を得ることを目的とした。

主 な 記 号

- a : 容器の横幅 (長手方向)
- A : 静界面波の振幅
- b : 容器の縦幅 (磁場方向)
- B : 磁束密度
- c : 容器の高さ
- D : 反磁界係数

* 昭和61年8月26日 北陸信越支部信越地方(長野)講演会において講演, 原稿受付 昭和61年2月24日。

** 正員, 東北大学高速力学研究所 (〒980 仙台市片平2-1-1)。

- E : エネルギー
 g : 重力
 H : 磁場の強さ
 I : 電流
 k : 波数 $= 2\pi n/L$
 L : 容器幅比 $= a/b$
 M : 磁化の強さ
 M_s : 飽和磁化の強さ
 n : 不安定波の次数 (正の整数)
 v : 体積
 x, y, z : 直角座標
 μ_0 : 真空の透磁率
 ξ : 界面の変位量
 ρ : 磁性流体の密度
 χ : 磁化率
 σ : 表面張力

2. 実験装置および方法

磁場の印加は磁極間げき 70 mm の電磁石によって行った。この電磁石は電流によって磁場の強さを変化できるようになっており、その性能を図 1 に示す。試験容器は光学的観察を行うため透明アクリル樹脂で製

表 1 容器の形状

Container	Dimension (a×b×c mm)	Wall thickness (mm)
C1	100×10×300	5
C2	75×10×300	5
C3	50×20×300	5
C4	50×10×300	5
C5	50×7.5×300	5
C6	50×5×300	5
C7	50×2×300	5
C8	25×20×300	5
C9	25×10×300	5
C10	25×7.5×300	5
C11	25×5×300	5

図 1 磁極間の磁束密度分布

作した。すべての容器は高さ 300 mm、壁厚さ 5 mm であるが、縦幅と横幅は種々の異なる寸法の長方形容器を使用した。実験で使用した各容器の寸法を表 1 に示す。磁性流体は水ベースのフェリコロイド W-35 およびそれを蒸留水で希釈して密度を変化させたものを使用した。

実験は各種容器に磁性流体を 165 mm の高さまで満たし、磁場をその磁性流体界面に対して平行、および液体層に対して直角になるように印加し、徐々に磁場の強さを増加させて行った。なお、磁場方向と空間座標ならびに容器幅方向の関係は後述の図 11 に示してある。磁性流体界面の変形の様子は反射鏡を用いた写真撮影によって観察した。

3. 実験結果

3.1 不安定波の発生と成長 磁性流体の界面に磁場を印加し、その強さ H_0 を徐々に増加してゆくと、 H_0 がある値以上で、それまで安定であった平坦な界面に変形が起こる。このような界面の不安定性は静的な波状の変形で、磁場の強さ H_0 の増加とともに成長する。 y 方向からみたその様子の代表例を C6 容器の場合に関して、図 2 に示す。ここで発生した波状の不安定性を不安定波と呼ぶことにする。図 2 から、不安定波が二次元的であること、および両端の波が渦巻き状に成長してゆくことがわかる。容器中心部における波の山の変位を ξ_h および波の谷の変位を ξ_l と定義して、波の成長を調べたものを図 3 ($a=50$ mm の容器) に示す。ここで ξ_h および ξ_l は磁場の存在しない場合の静止界面を基準として測定した。図 3 から、不安定波は発生後から H_0 のある範囲までは、磁場の強さ H_0 の増加とともに、ほぼ直線的に成長していることがわかる。しかし、 H_0 の大きい領域で ξ_l の増加が認

図 2 磁性流体界面の変形の様相

められる。これは、後述する容器中心部の界面の盛り上がり変形あるいは磁性流体内への気体の巻き込みによるためである。容器寸法 b は一定で a のみを変化させた場合の不安定波の成長を図 4 に示す。図から、 a が大きい容器ほど ξ_i および ξ_h の両方とも全体的に大きい値を示すが、不安定波の全振幅 $\xi_h - \xi_i$ は H_0 の大きい領域で増加せず、むしろ減少することさえ認められる。この事実については、後で理論的に考察を加える。

次に不安定波が肉眼で明りように発生したと認められる臨界の磁場の強さ H_c と容器寸法 b との関係を図 5 に示す。図 5 から b の増加とともにこの臨界磁場強度 H_c が増大していることがわかる。すなわち容器の磁場方向の間隙が小さいほど不安定波が発生しやすいといえる。図 5 において、 $a=25\text{ mm}$ で b の大きい容器の H_c が特に大きくなっているが、これは a/b が小さくなり、二次元的な不安定波としての発生の限界に近いための影響と考えられる。

図 3 不安定波の成長

図 4 a の変化による不安定波の成長

3・2 不安定波の波数 磁性流体の界面に発生した不安定波の波数は容器の寸法によって異なることが観察された。波数を $k=2\pi n/L$ と定義して、この式の中の次数 n (波の山の数から 1 を引いた数) について調べる。 $a=50\text{ mm}$ で、 b を変化させた場合の容器について臨界磁場 H_c を若干越えた点における界面の形状を図 6 に示す。図から b の増加とともに n の減少することがわかる。次に、 $b=10\text{ mm}$ で H_0 をほぼ一定にした場合の a の変化による界面の形状を図 7 に示す。 a の

図 5 b に対する臨界磁場の強さ 図 6 b の変化による界面の様相 図 7 a の変化による界面の様相

増加とともに n が増加することが明らかである。しかし、不安定波の波長は b と同程度の値で、 a の変化に対してほぼ一定であることもわかる。さらに、不安定波が十分成長してからの波数の増加の様子は波の山の枝分れによって進行することも観察された。また、磁場の強さ H_0 の変化による不安定波の次数について、一般には、 H_0 の増加とともに図 8 に示すように増大する。しかし、容器の寸法 L の値によっては H_0 の増加とともに n が減少する場合もある。その例を、C1 容器の場合について、図 9 に示す。これらの事実については、後で理論的に考察を加える。

3.3 磁性流体の濃度の効果 磁性流体の重量濃度を種々変化させて前述と同様の実験を行った。それらの結果は前述した重量濃度 33.0% の場合と全く同様な傾向を示した。しかし、不安定波の発生する臨界磁場の強さ H_c は重量濃度に対して比例関係にはなかった。その一例を C7 容器の場合に関して、図 10 に示す。この図から H_c の最も低い値を示すのは 27.8% のもので、最も大きい値を示すのは 30.0% のものであることがわかる。また、この 27.8% 濃度の磁性流体の

ほうが他の濃度のものよりも同じ磁場の強さ H_0 に対しては大きな成長を示している。さらに、不安定波の次数についても、容器形状と磁場の強さが同じである場合には、27.8% の濃度の磁性流体がより大きな値となった。

4. 理論的考察

図 11 に示す座標方向に対して、磁場 H_0 を受ける長方形容器内の磁性流体の界面に発生する不安定性について調べる。磁性流体は均質で非圧縮性であると仮定する。容器は 1 方向に細長く、そこに発生する不安定性は実験観察結果から二次元的であると仮定する。磁場の作用によってかく乱された界面の形状が $z = \xi(x)$ の式で表されるとすると、界面の変形による重力エネルギー E_g は式(1)によって表される。

$$E_g = \frac{\rho g b}{2} \int_0^a \xi^2 dx \dots\dots\dots (1)$$

界面の変形による表面エネルギー E_s は界面の変形が微小であると仮定すると、式(2)によって表される。

図 8 H_0 の変化による界面の様相 (C2 容器)

図 9 H_0 の変化による界面の様相 (C1 容器)

図 10 不安定波の成長に対する重量濃度の影響

図 11 座標系

$$E_\sigma = \frac{\sigma b}{2} \int_0^a \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 dx \quad \dots\dots\dots (2)$$

また磁気エネルギー E_m は磁性流体内の磁場の強さが自己磁場効果によって減少することから外部印加磁場 H_0 を用いて式(3)のように表される。

$$E_m = -\mu_0 \int_v \left(\int_0^{H_0} \frac{\chi H_0}{1 + \chi D} dH_0 \right) dv \quad \dots\dots\dots (3)$$

総エネルギー E は式(4)のようになる。

$$E = E_g + E_\sigma + E_m \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、式(5)のような無次元変数を導入する。

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{b}, & z^* &= \frac{z}{b}, & v^* &= \frac{v}{b^3} \\ \xi^* &= \frac{\xi}{b}, & H_0^* &= \frac{H_0}{M_s}, & E^* &= \frac{2E}{\sigma b^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を用いて式(4)の無次元化を行うと式(6)が得られる。

$$\begin{aligned} E^* &= \lambda_1 \int_0^L \xi^{*2} dx^* + \int_0^L \left(\frac{d\xi^*}{dx^*} \right)^2 dx^* \\ &+ \lambda_2 \int_{v^*} \left(\int_0^{H_0^*} \frac{\chi H_0^*}{1 + \chi D} dH_0^* \right) dv^* \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、 $L = a/b$, $\lambda_1 = \rho g b^2 / \sigma$, $\lambda_2 = -2\mu_0 b M_s^2 / \sigma$ である。界面の形状 ξ は式(6)が最小値をとるように決定される。一般に ξ を厳密に求めることは極めて困難であり、ここでは既算を行う。以後、煩雑な表現を避けるため無次元記号 $*$ を取り払う。実験観察から、界面形状を近似的に

$$\xi = A(k) \cos kx \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおく。ここで、 $k = 2\pi n/L$ および $A < 1$ とする。式(7)を式(6)に代入すると式(8)が得られる。

$$E = \frac{\lambda_1 A^2 L}{2} + \frac{k^2 L A^2}{2} + \frac{\lambda_2 H_0^2 K_1 L^3 e^{(-K_2 L H_0)} A^2}{2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、磁化率の変化と実験結果を考慮することによ

って K_1 および K_2 を定数として $\chi / (1 + \chi D) \approx K_1 L^2 e^{(-K_2 L H_0)} A$ と見積もった。エネルギー最小の条件から

$$k^2 = -\lambda_1 - \lambda_2 K_1 L^2 e^{(-K_2 L H_0)} H_0^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。式(9)の右辺第1項は常に負の値をとり不安定波の発生を抑える効果をもち、第2項は正であるから臨界磁場 H_c が存在することが理解できる。また、 b の減少が n の増加を導くこと、ある範囲内では H_0 の増加が n の増加となること、さらに H_0 が極めて大きい領域では $e^{(-K_2 L H_0)}$ が小さくなり、 n の減少をもたらすことなどが理解できる。これらのことはすべて本実験結果と定性的に一致している。図12に式(9)による計算と実験結果との比較の一例を示す。

次に、容器中心付近における磁性流体の盛り上がりについて考える。この盛り上がりは a の大きい容器ほど著しい。磁場の強さが空間的に一様でない場合、磁性流体には $\mu_0 (M \cdot \nabla) H$ の体積力が作用する。したがって x 方向に任意に選んだ位置1と位置2における液位差 ξ_{12} は Neuringer と Rosensweig⁽¹²⁾ に従って式(10)のように求められる。

$$\xi_{12} = \frac{\mu_0}{\rho g} (\bar{M}_1 H_1 - \bar{M}_2 H_2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで

$$\bar{M} = \frac{1}{H} \int_0^H M dH$$

式(10)によって求めた容器内における最大液位差 $\xi_{\max}$ を C4 の容器の場合について実験と比較して図13に示す。ここで、使用した磁性流体の重量濃度は不安定波による影響をとりぞくために H_c が極めて高い 19.7% および 8.6% を用いた。また、計算において磁場の強さは図1に示した値を使用した。図13から本実験と計算値が定性的に一致しているということがわかる。したがって、使用した電磁石の電流が大きくなるに従って本実験では磁場分布が一様でなくなり、それによって磁性流体界面に磁場分布に対応した液位差が生ずることがわかる。

図12 波数における実験と理論の対比

図13 最大液位差における実験値と計算値

5. 結 論

長方形容器内の磁性流体が界面に対して平行方向の磁場の作用を受けるときに発生する界面不安定性に関して実験的研究を行い、さらに若干の理論的考察によって容器寸法の違いによる界面の具体的な形の様子を明らかにした。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 本実験で使用した長方形容器内に発生する界面不安定性は二次元的な波形であり、磁場の強さとともに成長し、それらの一部は渦巻形状を示す。

(2) 界面不安定性は臨界磁場の強さ H_c 以上で発生し、 H_c の値は容器内の磁性流体層の厚み b の増加とともに増大する。

(3) 不安定波の波数はある磁場の強さの範囲内で、磁場の強さとともに増加するが、容器の寸法によっては磁場の強さが十分大きくなると、逆に減少する。また、不安定波が十分成長してからの波数の増加は、成長した波の山の枝分かれの形で進行する。

(4) 磁性流体の重量濃度を变化させた場合、本実験範囲において 27.8% のものが最も低い H_c を示す。この 27.8% 濃度の磁性流体は不安定波の成長も大きく、また不安定波の波数も他の濃度と比較して大き

い。

(5) 理論的解析の結果は不安定性の発生する臨界磁場強さや不安定波の波数についての実験結果を定性的に説明することができる。

文 献

- (1) 神山・下飯坂, 機誌, 88-799 (昭 60), 596.
- (2) Zahn, M. and Shenton, K. E., *IEEE Trans. Mgn.*, MAG 16-2 (1980), 387.
- (3) Rosensweig, R. E., *Adv. in Electr. & Electr. Phys.*, 48 (1979), 103.
- (4) Cowley, M. D. and Rosensweig, R. E., *J. Fluid Mech.*, 30-4 (1967), 671.
- (5) Romankiw, L. T., ほか 2 名, *IEEE Trans. Mgn.*, MAG 11-1 (1975), 25.
- (6) Rosensweig, R. E., ほか 2 名, *J. MMM*, 39 (1983), 127.
- (7) Tsebers, A. O. and Maiorov, M. M., *Magn. Gidrodin.*, No. 2 (1980), 22.
- (8) Tsebers, A. O. and Maiorov, M. M., *Magn. Gidrodin.*, No. 1 (1980), 27.
- (9) Tsebers, A. O. and Maiorov, M. M., *Magn. Gidrodin.*, No. 3 (1980), 15.
- (10) Brancher, J. P. and Guillaume, O. S., *IEEE Trans. Mgn.*, MAG 16-5 (1980), 1337.
- (11) Perry, M. P. and Jones, T. B., *J. Appl. Phys.*, 46-2 (1975), 22.
- (12) Neuringer, J. L. and Rosensweig, R. E., *Phys. Fluids*, 7-12 (1964), 1927.

討 論

〔質問〕 後 藤 金 英〔大阪府立大学工学部〕

(1) 不安定波の波長の選択に、流体層の厚み b が決定的に有意であるのに、現象が二次元的であり得るメカニズムは何か。

(2) この種の有限容器の影響の解明には、側壁に対する流体の wetting 効果が重要であるが、これについての検討はどうなっているか。

(3) 臨界状態の説明は線形理論で十分であり、実際式(7)の仮定はこれに基づくものであるが、ここでの理論の定式化の意味は何か。

(4) 鉛直磁場による界面変形の非線形段階では、ヒステリシスが観測されているが、この場合にはどうか。

(5) 無限流体の場合の Zelazo - Melcher の結果(付1)との関係はどうか。

〔回答〕 (1) 本報で取扱った界面の不安定性は重力、表面張力、磁気物性、磁場に対する応答として決定される。これらの中で、印加磁場の方向が現象の二次元的発生に大きく関与する。すなわち、自由表面

に対して平行磁場である場合、磁場はその方向に伝ばするかく乱に対して安定化するように作用するので磁場に対して直角方向にのみ不安定波を引き起こす。

(2) 磁性流体と混じり合わない非磁性液体が磁性流体と容器壁の間に入り込んでいるような場合には Wetting 効果は重要と考えられるが、本実験のように水ベース磁性流体-空気界面の場合にはその効果は界面形状を支配する他の要因に比して極めて小さく、認められうる程度までには至らなかった。実際、予備実験において容器壁面を磁性流体で薄くぬらし、その効果を調べたが清浄壁面と比較してほとんど相違は認められなかった。

(3) 定式化によって複雑な現象をよりめいりょうに把握することはもちろんであるが、ここでは理論的厳密さよりも工学的応用に際して必要となる概略的予測を考えて、有限な体積を持つ液体の不安定界面波を

(付1) Zelazo, R. E. and Melcher, I. R., *J. Fluid Mech.*, 39 (1969), 1.

付図 1

半実験的に定式化した。

(4) 本報では磁場を増加させた場合についてのみ報告したが、実験ではヒステリシスが観測されており、次の機会に報告したい。ヒステリシスの一例を付図 1 に示す。

(5) 式(9)は幅 b が a に比して小さい場合を想定して導いたもので、無限流体の場合の Zelazo-Melcher の分散関係式と直接比較できないが、重力、表面張力、磁気物性などが界面に発生する不安定波の波数に及ぼす影響は定性的に一致している。

〔質問〕 持丸 義弘〔東京工業大学〕

(1) 磁化率の見積もりについて：

磁化率自身は自由表面の有無によらず存在するはずなので、磁化率の見積もりには A を明示的に含めないほうがよいと思うがいかがか。

(2) 式(9)について：

式(9)が成立する時 $E=0$ となるが、式(9)の解が存在する場合には式(8)において $E<0$ となる k の範囲が存在する。したがって式(9)はエネルギー最小の条件とはならないがいかがか。

〔回答〕 (1) ご指摘のとおり磁化率自身は自由表面の有無によらず存在するが、本報においては実験結果も考慮して磁化率のほかに磁化される磁性体の形状によって異なる反磁界係数も一緒に含ませて見積もった。すなわち、容器および自由表面の形状の効果を反映させる必要があると考え、半実験的な近似表示を

用いた。

(2) k は不安定波の波数であり、式(9)において、 k が正の実数の場合についてのみ意味をもつ。すなわち、式(9)の右辺第 2 項が第 1 項の絶対値より大きい場合に実験で観察される不安定波の発生を意味すると考えている。したがって、このような範囲の k は H_0 によって一意的に決定され、この k の値は式(8)において $E=0$ の場合に対応する。

〔質問〕 神 山 新 一

〔東北大学高速力学研究所〕

(1) x 方向の磁場分布はどの程度の一様性をもっているのか。 x 方向の不均一磁場分布が a の変化による界面の様相の変化に影響しているのではないのか。

(2) 質問(1)にも関連して、図 2 では磁場の印加により側壁に沿った流体の盛り上がりが生じており、一方、横幅 a の大きい場合には中央部で盛り上がる形状となり、この差が図 4 の ξ_l , ξ_h への a の影響として現れていると思われるがいかがか。

(3) 定数 K_1 , K_2 はどのようにして決めたかを教示願いたい。

〔回答〕 (1) 本実験で用いた電磁石の磁極形状は円形であり、 x 方向の磁場分布は図 1 の Z 方向と同一である。このような磁場の不均一性は中央部の盛り上がりとして現れるが、不安定波の波長には大きな影響をおよぼさないと考えられる。

(2) 不安定波の発生以前において、側壁に沿った流体の盛り上がりは a の大小に関係なく発生しており、これは磁場下における表面張力の特異な現象と考えられ、今後解明されるべき問題点であろう。また、ご指摘のとおり図 4 における ξ_h , ξ_l の上方への移動は中央部の盛り上がりの影響を受けているが、 b に比較して a が大きい場合の $\xi_h - \xi_l$ の磁場増加による減少は文献(7)の観察結果とも一致しており、磁性流体に固有なものと考えている。

(3) 本来、定数 K_1 および K_2 は物理的係数として理論的に導出されるべきものであるが、近似解析にもとづいた本報では、 K_1 および K_2 を実験定数として求めた。すなわち、 K_1 は実験による不安定波の波長、 K_2 は臨界磁場の強さから複数の容器の平均値によって決定した。