管軸と垂直な軸のまわりに回転する長方形管内の
層流強制対流熱伝達*

(第2報, 縦横比0.2, 0.5, 2および5の長方形管の場合の数値解析)

小宮山 淑方**, 三上 房男***, 奥井 健一***

Laminar Forced Convection Heat Transfer in Rectangular Ducts
Rotating about an Axis Perpendicular to the Duct Axis
(2nd Report, Numerical Analysis in Case of Rectangular Ducts
with Aspect Ratios 0.2, 0.5, 2 and 5)

Yoshikata KOMIYAMA, Fusao MIKAMI, and Kenichi OKUI

Numerical analysis is conducted on the forced convection heat transfer in rectangular ducts with aspect ratios 0.2, 0.5, 2.0 and 5.0, rotating at a constant angular velocity about an axis perpendicular to its axis. Navier-Stokes and energy equations are solved by a finite-difference method in the fully developed region of laminar flow. Velocity and temperature fields are obtained for various rotation rates and Reynolds numbers at each aspect ratio of the duct. A double-vortex secondary flow appears at low to moderate rotation rates. An additional pair of vortices appeared and disappeared for a higher range of Reynolds numbers due to aspect ratios of the ducts. The friction factor and Nusselt number are influenced by the Coriolis force and aspect ratio. Numerical results of the friction factor for aspect ratios equal to 0.5 and 2.0 are in good agreement with experimental results by other researchers.

Key Words: Laminar Forced Convection, Rotating Duct, Rectangular Duct, Aspect Ratio, Numerical Analysis, Secondary Flow, Instability, Friction Factor, Nusselt Number

1. ま え が き

円管がその管軸と垂直な軸の回りに回転するとき、主流と直角方向に作用するコリオリの力の影響により、管内には一対の二次流れ渦が生ずる^{(1)~(3)}。管断面が長方形の場合には、同様に一対の二次流れ渦が発生するが、コリオリの力の作用のある範囲においては、さらに付加的な渦が発生する。Hart⁽⁴⁾は縦横比の大きな回転長方形管内の速度分布の可視化実験により、多数対の付随渦の存在を間接に示している。しかし、Wagner-Velkoff⁽⁵⁾は回転長方形管内の速度分布の実測により、一対の主二次流れ渦の存在を示しているだけである。数値計算では、Speziale⁽⁶⁾とSpeziale-Thangam⁽⁷⁾が長方形管で一対あるいは多数対の付随渦の存在を報告している。著者ら⁽⁸⁾は、回転正方形管でコリオリの力のあるパラメータ範囲において、主二次流れ渦のほかは一対の付随渦の発生があり、さらに、そのパラメータ範囲を超えると付随渦の消滅があることを前報において示した。

主流と直角に作用する体積力がコリオリの力である

場合のみならず、遠心力⁽¹⁰⁾や浮力⁽¹¹⁾である場合の長方形あるいは正方形管内では、このような付随渦の発生・消滅のあることが知られている。しかし、付随渦の発生するパラメータ範囲は体積力の種類により異なると考えられる。本報は、回転長方形管の付随渦の発生・消滅に及ぼす縦横比の影響と付随渦発生のパラメータ範囲を調べることを目的とする。

さらに、最近、中林・鬼頭⁽⁹⁾により縦横比0.5, 2などの回転長方形管内の層流の速度、二次流れの数値計算結果と、摩擦係数と速度分布についての層流と乱流の実験結果が示されている。著者ら⁽⁸⁾は、前報でさらに回転正方形管の摩擦係数やヌセルト数を求め、他の研究者による円管の場合の解析や実験結果とよく一致することを示した。回転長方形管の摩擦係数やヌセルト数に及ぼす縦横比の影響を調べることも重要であると考え。

本研究は、一定角速度で回転する長方形断面の管内の層流強制対流熱伝達を、発達域において、差分法による数値解析を行い、コリオリの力の増加につれて発生する付随渦に及ぼす縦横比の影響を調べる。縦横比は0.2, 0.5, 2, および5について行った。さらに、管摩擦係数とヌセルト数に及ぼすコリオリの力と縦横比の影響についても調べた。そして、各縦横比の長方形

* 昭和61年10月6日 第64期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年2月7日。

** 正員、富山工業高等専門学校 (〒939 富山市本郷町13)。

*** 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

管について、付随渦の発生するパラメータ範囲をも詳しく調べた。

記 号

- A, B : 管断面の高さと幅
 D_e : 相当直径 $= 2AB/(A+B)$
 f : 管摩擦係数
 M, N : x および y 方向格子分割数
 N_u : ヌセルト数
 Pr : プラントル数
 Re : レイノルズ数 $= \bar{W}D_e/\nu$
 Ro : 回転レイノルズ数 $= \Omega D_e^2/\nu$
 T : 温度
 U, V, W : X, Y, Z 方向速度成分
 u, v, w : 無次元速度成分 $= (U, V, W)D_e/\nu$
 X, Y, Z : 座標成分
 x, y, z : 無次元座標成分 $= (X, Y, Z)/D_e$
 θ : 無次元温度 $= (T - T_w)/\tau D_e Pr$
 ν : 動粘度
 τ : 壁温こう配 $= \partial T/\partial Z$
 ψ : 流れ関数
 Ω : 角速度

2. 数 値 解 析

管軸と垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する長方形断面の直管内の、水力的および温度的に十分発達した領域における定常な層流、非圧縮性、粘性流を、管軸方向に一樣熱流束で加熱される熱的境界条件と、任意の軸方向位置における管断面の周囲壁温が一定とする仮定のもとで、すなわち、管軸方向温度こう配が一定として考える。物性値は一定とする。座標系は図1に示すように、 z 軸を管軸にとり管断面を $x-y$ 平面とする。流れと温度の基礎方程式は前報と同様となる。

図1 座標系

境界条件は壁面にて $\psi = \partial\psi/\partial n = w = \theta = 0$ とした。そして、二次流れ速度成分は $u = \partial\psi/\partial y$, $v = -\partial\psi/\partial x$ を用いる。

コリオリの力としては、二次流れをひき起こす原因となる項 $2Ro\partial w/\partial y$ は管軸直角方向に作用し、もう一つのコリオリの力項 $-2Ro u$ は管軸方向に作用する。

数値計算は、 ψ に関する一つの準線形四階だ円形偏微分方程式と、 w と θ に関する二つの二階だ円形方程式とを連立して求める。そのとき、管軸方向圧力こう配 $\partial p^*/\partial z$ と回転レイノルズ数 Ro の値を入力データとして与えてから差分式を解く。数値解が得られた時点で軸速度 w の分布が既知となるので、数値二重積分によりレイノルズ数 Re を求める。

管摩擦係数とレイノルズ数の積 fRe は、数値微分による主流の速度こう配の値を用いて求める。そして、平均ヌセルト数 N_u と静止管のヌセルト数 N_{u0} との比は、温度こう配によるものと、エネルギーバランスにより求めるのと二とおり定義する。

基礎式を差分法により解くには、管断面を x, y 方向にそれぞれ M, N 等分して正方向格子を作り、三点中央差分公式を用いて差分化し、ADI法により解く。これは前報⁽⁸⁾の数値解析法と同様である。それは、流れ関数 ψ に関する四階方程式については、管断面の外周に仮想格子点を設けて差分化し、 ψ についての境界条件の処理に工夫をし、五重対角行列形の消去法によるADI法のアルゴリズムを用いる。これについての詳細は著者らの既報⁽¹⁰⁾に示す。 w と θ の二階方程式については通常の三重対角行列形ADI法を用いる。

数値計算については、差分式を計算し、 ψ, u, v, w, θ の値が反復1回前の値と比較して、それらの相対誤差がそれぞれ 10^{-4} 以下に達したときを収束値とした。

数値計算は縦横比 $B/A = 0.2, 0.5, 2$ および5の長方形断面管について、回転レイノルズ数 Ro は10から200または300まで行い、プラントル数 Pr は0.7とした。特に付随渦発生限界のパラメータ範囲を調べるため、多数の Ro 値について詳細に計算を実行した。

また格子分割は正方格子を用い、分割数は前報⁽⁸⁾で用いた分割数に準じて、精度も十分にあり、付随渦の発生などに影響しない程度の、表1に示す値を用いた。また表2に $B/A = 0.2$, $Ro = 200$ の場合の計算結果の一部を示す。表2中のヌセルト数は $(N_u/N_{u0})_1$ と $(N_u/N_{u0})_2$ の値を、異なる二つの方法により求めたので、これを比較することにより精度が判明する。表2において両者の値を比較すると、本計算に用いた分割数でも実用上十分な精度があると考えられる。なお数値計算は、富山大学計算機センター、および京都大学

大型計算機センターの M-382 と, VP-100 を使用した。計算の所要時間は VP-100 で 4.5~30 s 程度であった。

3. 結果と考察

3.1 二次流れ場に及ぼすコリオリの力の影響

縦横比 $B/A=0.2$ の場合を例にとり二次流れ関数 ψ の R_e 数または ReR_o 数に対する変化を調べる。ただし、小さな縦横比の長方形の回転管についての実験や解析は、従来はあまりなされていないようである。図 2(a)~(d) に $B/A=0.2$, $R_o=200$ の場合の二次流れパターンを示す。図 2(a) は $ReR_o=2.496 \times 10^4$ であるが、このときは一對の二次流れ渦のみである。また、 R_o が大きいので、 $\psi_{\max}$ の位置は右壁寄りに存在することがわかる。これは軸直角コリオリの力の影響と考えられる。 ReR_o の増加により、図 2(b) の $ReR_o=1.187 \times 10^5$ のときは、一對の主二次流れ渦のほかに、回転軸に平行で回転に遅れる側の壁（以後、右側壁という）面付近に分離した一對の小さな付加的な渦（付随渦）が発生する。これは軸直角コリオリの力と x -方向圧力こう配との不釣り合いによって生ずると考えられる。図 2(c) では $ReR_o=1.213 \times 10^5$ に増加すると、図 2(b) の右側壁付近の分離した小さい付随渦が合体する。さらに、 ReR_o が増加して、図 2(d) に示すように、 $ReR_o=1.440 \times 10^5$ では、右側壁面付近でこの小さな渦が発達した付随渦となる。 ReR_o の増加につれて、①一對の主二次流れ渦のみ→②一對の主二次流れ渦のほかに、右側壁付近に分離、または合体した一對の小さな付随渦が発生→③小さな付随渦が発達した二對の二次流れ渦、のような二次流れの流動パターンの変化は

表 1 各縦横比における分割数

B/A	0.2	0.5	2	5
M	60	32	16	12
N	12	16	32	60

表 2 $B/A=0.2$, $R_o=200$, $Pr=0.7$ の各圧力こう配に対する計算結果

$3P^*/32$	Re	ReR_o	fRe/fRe_0	$(Nu/Nu_0)_1$	$(Nu/Nu_0)_2$	Vortex
-1.0×10^2	1.57	3.140×10^2	1.8037	1.2061	1.1914	2
-8.0×10^3	124.81	2.496×10^4	1.8118	1.2675	1.2572	2
-2.0×10^4	304.70	6.094×10^4	1.8441	1.4466	1.4443	2
-3.8×10^4	554.29	1.109×10^5	1.9143	1.7085	1.6953	2
-4.1×10^4	593.53	1.187×10^5	1.9271	1.7488	1.7320	2
-4.2×10^4	606.47	1.213×10^5	1.9316	1.7622	1.7437	(4)
-4.5×10^4	644.16	1.288×10^5	1.9649	1.8243	1.7801	4
-5.1×10^4	720.01	1.440×10^5	1.9899	1.8966	1.8490	4

$140 \leq R_o \leq 300$ の範囲で得られた。また、 $10 \leq R_o \leq 130$ の回転レイノルズ数 R_o の範囲では、一對の主二次流れ渦のみで付随渦の発生は得られなかった。これは、縦横比 0.2 の場合について特徴的なことである。

ところで、正方形管内の二次流れ渦の変化は、前報⁽⁸⁾に示したように、 $10 \leq R_o \leq 100$ の回転レイノルズ数の低い範囲にて付随渦の発生・消滅があり、 $100 < R_o \leq 200$ の高い範囲では付随渦の発生は得られなかった。

3.2 二次流れ場に及ぼす縦横比の影響 縦横比が二次流れ渦に及ぼす影響を調べる。図 3(a)~(d) に $B/A=0.5$, $R_o=100$ の場合の二次流れを示す。図 3(a) は $ReR_o=1.678 \times 10^4$ で一對の二次流れ渦であるが、 $\psi_{\max}$ は管中央よりかなり右側にある。しかし、偏りの程度は $B/A=0.2$ [例えば図 2(a)参照] ほどではないので、縦横比が大きくなると軸直角コリオリの力の作用は小さくなると考えられる。図 3(b) はレイノルズ数 R_e が増加し、 $ReR_o=5.015 \times 10^4$ の場合で、右側壁付近に、付随渦発生兆候があらわれる。図 3(c) は、 $ReR_o=1.093 \times 10^5$ に増加したときであり、右側壁付近の付随渦が発達している。また、この付随渦の大きさは $B/A=0.2$ の付随渦 [例えば、図 2(c)] より大きくなっている。さらに R_e が増加して、図 3(d) の $ReR_o=1.373 \times 10^5$ では付随渦が消滅している。 $\psi_{\max}$ は管中央付近にある。図 4 に $B/A=2$, $R_o=200$ の

$\psi_{\max} = \pm 2.924$, $\Delta\psi = \pm 0.571$,
(a) $R_e=124.81$, $ReR_o=2.496 \times 10^4$

$\psi_{\max} = \pm 14.426$, $\Delta\psi = \pm 2.587$,
(b) $R_e=593.53$, $ReR_o=1.187 \times 10^5$

$\psi_{\max} = \pm 14.741$, $\Delta\psi = \pm 2.637$,
(c) $R_e=606.47$, $ReR_o=1.213 \times 10^5$

$\psi_{\max} = \pm 17.020$, $\Delta\psi = \pm 2.996$,
(d) $R_e=720.01$, $ReR_o=1.440 \times 10^5$

図 2 $B/A=0.2$, $R_o=200$, $Pr=0.7$ の二次流れ

二次流れ渦を示す。図4(a)は $ReR_0=4.219 \times 10^4$ で一対の主二次流れ渦のみである。 $\psi_{\max}$ の位置はほぼ中央線上にある。レイノルズ数 Re が増加して、図4(b)は $ReR_0=5.930 \times 10^4$ で右側壁中央付近に付随渦発生

になると、一対の主二次流れ渦が発達して、付随渦発生

3.3 軸速度、温度場におよぼす縦横比の影響

軸速度 w と温度 θ の分布に及ぼす縦横比と二次流れ

$\psi_{\max} = \pm 5.419$, $\Delta\psi = \pm 1.039$,
 $Re = 167.80$, $ReR_0 = 1.678 \times 10^4$
 (a)

$\psi_{\max} = \pm 10.608$, $\Delta\psi = \pm 1.956$,
 $Re = 501.50$, $ReR_0 = 5.015 \times 10^4$
 (b)

$\psi_{\max} = \pm 7.328$, $\Delta\psi = \pm 1.384$,
 $Re = 210.94$, $ReR_0 = 4.219 \times 10^4$
 (a)

$\psi_{\max} = \pm 9.052$, $\Delta\psi = \pm 1.688$,
 $Re = 296.53$, $ReR_0 = 5.960 \times 10^4$
 (b)

$\psi_{\max} = \pm 12.485$, $\Delta\psi = \pm 2.270$,
 $Re = 539.01$, $ReR_0 = 1.078 \times 10^5$
 (c)

$\psi_{\max} = \pm 17.432$, $\Delta\psi = \pm 3.060$,
 $Re = 843.46$, $ReR_0 = 1.687 \times 10^5$
 (d)

図4 $B/A=2$, $R_0=200$, $Pr=0.7$ の二次流れ

$\psi_{\max} = \pm 16.156$, $\Delta\psi = \pm 2.862$,
 $Re = 1093.02$, $ReR_0 = 1.093 \times 10^5$
 (c)

$\psi_{\max} = \pm 19.372$, $\Delta\psi = \pm 3.355$,
 $Re = 1373.40$, $ReR_0 = 1.373 \times 10^5$

図3 $B/A=0.5$, $R_0=100$,
 $Pr=0.7$ の二次流れ

$\psi_{\max} = \pm 0.049$, $\Delta\psi = \pm 0.010$,
 $Re = 1.23$, $ReR_0 = 1.231 \times 10^2$
 (a)

$\psi_{\max} = \pm 6.538$, $\Delta\psi = \pm 1.243$,
 $Re = 238.40$, $ReR_0 = 2.384 \times 10^4$
 (b)

$\psi_{\max} = \pm 7.813$, $\Delta\psi = \pm 1.471$,
 $Re = 337.34$, $ReR_0 = 3.373 \times 10^4$
 (c)

$\psi_{\max} = \pm 16.256$, $\Delta\psi = \pm 2.877$,
 $Re = 1321.16$, $ReR_0 = 1.321 \times 10^5$
 (d)

図5 $B/A=5$, $R_0=100$, $Pr=0.7$ の二次流れ

渦の影響を調べる。図6(a)~(d)に、 $R_o=200$ で、レイノルズ数 R_e が小さい場合の各縦横比の管の軸速度と温度の等高線を示す。図6(a)は $B/A=0.2$, $R_e=124.8$ である。図6(a)-(I)の軸速度は、中央部で平坦な分布であり、上下と右側壁面付近で等高線が密になっており、摩擦係数の増加が予想される。この平坦な分布は軸方向コリオリの力の影響と考えられる。しかし、図6(a)-(II)の温度分布の等高線は、それほど密に分布していないのでヌセルト数はあまり増加しないと思われる。また、温度には平坦な分布がないので、温度に対して軸方向コリオリの力はほとんど影響がなく、また、 $\theta_{\max}$ が中心より右側にあるので、軸直角コリオリの力は温度に影響を及ぼすと考えられる。図6(b)は $B/A=0.5$, $R_e=175.1$ である。この場合の(I)

軸速度と(II)温度は $B/A=0.2$ の場合と同様な傾向である。図6(c)は $B/A=2$, $R_e=210.9$ である。図6(c)-(I)の軸速度は $W_{\max}$ が中央より右側にあるので、軸直角コリオリの力の影響はあると考えられるが、平坦な領域が $B/A=0.5$ と比べて小さくなっているため、縦横比が大になると軸方向コリオリの力の影響は小さくなると考えられる。図6(d)は $B/A=5$, $R_e=179.2$ である。図6(d)-(I)と(II)の軸速度と温度の分布は少し似た形となり、縦横比がさらに大になると、軸方向と軸直角コリオリの力の影響はさらにわずかなると思われる。

図7に $B/A=0.2$, $R_o=200$, $R_e=720.0$ の場合の軸速度と温度を示す。これは図2(d)に示す発達した付随渦を伴う場合の二次流れ場に対応している。図7(I)と(II)には、右側壁中央部付近に等高線のくびれが生ずる。これは発達した付随渦の影響である。

3.4 管摩擦係数 図8(a)~(d)に $B/A=0.2$ ~5の管摩擦係数を示す。図8(a)は縦横比 $B/A=0.2$ の場合で、同一の $R_e R_o$ では、 R_o の増加につれて $f R_e$ は増加し、これは軸方向コリオリの力の影響と考えられる。また、 R_o が一定の場合には、 $R_e R_o$ が 10^4 前後以下では $f R_e$ はほぼ一定で、 $R_e R_o$ が 10^4 前後以上では、 $R_e R_o$ の増加につれて $f R_e$ は増加する。これは軸直角コリオリの力の影響である。このことは正方形管の場合と同様の傾向である。さて、 $B/A=0.5$ の場合は、

$$(w/\bar{w})_{\max}=1.312, \Delta(w/\bar{w})=0.3$$

(I) 軸速度

$$(\theta/\theta_b)_{\max}=1.594, \Delta(\theta/\theta_b)=0.3$$

(II) 温度

(a) $B/A=0.2$, $R_e=124.81$, $R_e R_o=2.496 \times 10^4$

$$(w/\bar{w})_{\max}=1.417, \Delta(w/\bar{w})=0.3$$

(I) 軸速度

$$(\theta/\theta_b)_{\max}=1.837, \\ \Delta(\theta/\theta_b)=0.26$$

(II) 温度

(b) $B/A=0.5$, $R_e=175.11$, $R_e R_o=3.502 \times 10^4$

$$(w/\bar{w})_{\max}=1.539, (\theta/\theta_b)_{\max}=1.583, \\ \Delta(w/\bar{w})=0.3 \quad \Delta(\theta/\theta_b)=0.3$$

(I) 軸速度

(II) 温度

(c) $B/A=2.0$, $R_e=210.94$, $R_e R_o=4.219 \times 10^4$

$$(w/\bar{w})_{\max}=1.590, \Delta(w/\bar{w})=0.3$$

(I) 軸速度

$$(\theta/\theta_b)_{\max}=1.489, \\ \Delta(\theta/\theta_b)=0.3$$

(II) 温度

(d) $B/A=5.0$, $R_e=179.16$, $R_e R_o=3.583 \times 10^4$ 図6 $R_o=200$ の各縦横比の軸速度と温度場

図8(b)に示すように、 $R_o R_a$ や R_o の増加に対する fRe の増加割合は、図8(a)に示す $B/A=0.2$ のときよりやや大きくなる。図8(c)の $B/A=2$ の場合は、 $R_o R_a$ や R_o の増加に対する fRe の増加割合は、図8

$$(w/\bar{w})_{\max} = 1.464, \Delta(w/\bar{w}) = 0.3$$

(I) 軸速度

$$(\theta/\theta_b)_{\max} = 1.878, \Delta(\theta/\theta_b) = 0.29$$

(II) 温度

図7 $B/A=0.2, R_o=200$ の軸速度と温度場

(b)の $B/A=0.5$ のときより小さくなり、縦横比が $B/A=5$ に増加すると、図8(d)に示すように、 $R_o R_a$ や R_o の増加に対する fRe の増加割合はさらに小さくなる。縦横比が0.5の場合が、摩擦係数の増加割合が最も大である。しかし、総じて縦横比が0.2や0.5の小さい(横長の)場合のほうが、 $B/A=2$ や5の大きい(縦長の)場合に比べて摩擦係数の増加割合が大きい。これは図6に示したように、縦横比の小さいほうが軸直角コリオリの力の影響を受けて、軸速度 W の右側壁への偏りが増大するからであると考えられる。さらに、これは横長の管のほうが二次流れ速度成分 u が増加すると考えられるので、したがって、軸方向コリオリの力 $-2R_o u$ の影響も大きく受けているためであるとも考えられる。また、縦横比0.5と2の場合は中林・鬼頭⁽⁹⁾による実験結果を図8(b), (c)に示すが、実験結果と本解析はよく一致する。

3.5 ヌセルト数 図9(a)~(d)に各縦横比に対するヌセルト数を示す。図9(a), (c)と(d)に示

(a) $B/A=0.2$ (c) $B/A=2.0$ ▼ Nakabayashi-Kitou
(Experiment, 1985)(b) $B/A=0.5$ (d) $B/A=5.0$

図8 各縦横比の摩擦係数

す縦横比 $B/A=0.2$ と 2 および 5 の場合は, パラメータ R_Ω の増加に対するヌセルト数 N_u の変化はわずかである。しかし, 図 9 (b) の $R_\Omega=0.5$ の場合は, $ReR_\Omega \leq 5 \times 10^4$ では同一の ReR_Ω に対して, R_Ω の増加につれての N_u の増加割合が大きく, $ReR_\Omega \geq 5 \times 10^5$ では逆に, R_Ω の増加につれての N_u の減少程度も他の縦

横比と比べて大きい。これは正方形管の場合と同様な傾向である。また, 図 9 (a)~(d) を通して, 同一の ReR_Ω について, R_Ω の変化に対する N_u の変化割合は, 摩擦係数の変化割合より小さい。これは, 図 6 に示すように, 温度分布の右側壁への偏りの度合いが軸速度より小さく, また温度の大きい領域の広がりが軸速度

図 9 各縦横比のヌセルト数

図 10 各縦横比の付随渦の発生限界

より小さくなり、したがって、軸直角および軸方向コリオリの力の温度に対する影響が小さいためであると考えられる。さらに、同一の R_o に対して、 $R_e R_o$ の増加に対する N_u の増加割合は、縦横比が小さいほど大となる。これは図6に示すように、縦横比が小さいほど温度の偏りが大きくなり、軸直角コリオリの力の影響が増えるためであると考えられる。

3.6 付随渦の発生限界 図10(a), (b)に、付随渦発生のパラメータ範囲を斜線で示す。図10(a)の $B/A=0.2$ の場合は、図2に示したように、 $140 \leq R_o \leq 300$ と R_o が大きくて、かつ $R_e R_o$ が大なる領域で付随渦の発生があり、不安定流れとなるが、 $R_o \leq 130$ と R_o が小さい範囲では付随渦の発生がない安定流れとなる。図10(b)は $B/A=0.5, 2, 5$ の付随渦の発生する不安定流れの範囲を三次元的に示すが、前報で述べた $B/A=1$ の正方形管の結果も同時に示す。図10は横軸に軸方向コリオリの力の影響を表す回転レイノルズ数 R_o 、縦軸に軸直角コリオリの力の影響を表す $R_e R_o$ をとり、奥行き方向の軸に縦横比 B/A をとって示している。すなわち $0.5 \leq B/A \leq 5$ では軸方向コリオリの力 R_o が割合小さい範囲で不安定流れとなる。また、不安定流れに及ぼす軸直角コリオリの力 $R_e R_o$ の影響は、縦横比が大となるにつれて、不安定流れの発生する $R_e R_o$ 値は減少するが、 $B/A=2$ のときに $R_e R_o$ 値は増加する。これは遠心力の作用する静止曲り長方形管⁽¹⁰⁾における、不安定流れの発生するときの臨界ディーン数の縦横比による変化と類似の傾向がある。

4. 結 論

管軸に垂直な軸の回りに一定角速度で回転し、管軸方向に一樣熱流束を受ける、縦横比 $B/A=0.2, 0.5, 2$ および5の長方形断面の管内の層流、非圧縮性、粘性流の、発達域における速度・温度を差分法を用いて数値解析により求め、二次流れを調べ、管摩擦係数、ヌセルト数を求めた結果、次の結論を得た。

(1) 縦横比 $B/A=0.2$ の長方形管内の流れでは、二次流れ渦は $10 \leq R_o \leq 130$ では、一對の主二次流れ渦のみで付随渦の発生はなく、 $140 \leq R_o \leq 200$ の範囲では、 $R_e R_o$ の大なるとき、小さな付随渦、あるいは発

達した付随渦の発生がある。

(2) 縦横比 $B/A=0.5, 2, 5$ では、 $B/A=0.2$ の場合とは反対に、 $R_o \geq 10$ で、 $R_e R_o$ の割合小なるときに付随渦の発生または発生・消滅がある。

(3) 軸速度に対するコリオリの力の影響は、縦横比が小さいほど顕著である。温度場に対しては、縦横比が小さいほどコリオリの力の影響が現れるが、軸速度ほど顕著ではない。

(4) 管摩擦係数は、 $R_e R_o \leq 3 \times 10^4$ の範囲では、縦横比の小さいほど、 R_o の増加(軸方向コリオリの力の影響)による摩擦係数の増加は著しい。 $R_e R_o \geq 3 \times 10^4$ の範囲では、縦横比の小さいほど、 $R_e R_o$ の増加(軸直角コリオリの力の影響)による摩擦係数の増加が著しい。

(5) 縦横比0.5と2の本解析による摩擦係数は、他の研究者による実験結果とよく一致する。

(6) ヌセルト数については、どの縦横比についても、 R_o の違いによるヌセルト数の変化はわずかである。しかし、 $R_e R_o$ の増加(軸直角コリオリの力の影響)によるヌセルト数の増加割合は、縦横比が小さいほど顕著である。

(7) 付随渦の発生限界を求めた。それは軸方向コリオリの力と軸直角コリオリの力の影響を受け、さらに縦横比によっても影響を受ける。

最後に、本計算に助力をいただいた、富山大学院生の高辻成次君に深甚の謝意を表する。

文 献

- (1) Barua, S. N., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **227** (1954), 133.
- (2) 森・中山, 機論, **33-254**, (昭42), 1669.
- (3) 伊藤・南部, 東北大学高速度力学研究所報告, **32-318**, (昭48), 1.
- (4) Hart, J. E., *J. Fluid Mech.*, **45** (1971), 341.
- (5) Wagner, R. E. and Velkoff, H. R., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **94**-Oct., (1972), 261.
- (6) Speziale, C. G., *J. Fluid Mech.*, **122** (1982), 251.
- (7) Speziale, C. G. and Thangam, S., *J. Fluid Mech.*, **130**- (1983), 377.
- (8) 小宮山・三上・奥井, 機論, **52-483**, B (昭61), 3761.
- (9) 中林・鬼頭, 機論, **51-472**, B, (昭60), 4223.
- (10) 例えば, 小宮山・ほか3名, 機論, **50-450**, B (昭59), 424.
- (11) 小宮山・三上・奥井, 機論, **52-474**, B (昭61), 626.