内球回転2球流れのテイラー渦の進行波動*

(第2報, 変調波動の発生条件とモード解析)

中 林 功 一**, 土 田 陽 一**

Travelling Azimuthal Waves on Taylor Vortices of the Flow between Two Concentric Spheres with the Inner Sphere Rotating (2nd Report, Conditions of Occurrence and Modal Analysis of Modulated Wavy-Vortex Flow)

Koichi NAKABAYASHI and Yoichi TSUCHIDA

The conditions of occurrence and characteristic frequencies (frequency of travelling azimuthal waves, and their frequency of modulation in the laboratory or rotating frames) of modulated wavy-Taylor-vortex flow (MWVF) between two concentric spheres with the inner sphere rotating are investigated by flow visualization (aluminum-flake method) and spectral measurements by means of light scattered by suspended aluminum flakes. Also, a modal analysis of MWVF is made, and the relations between these characteristic frequencies are considered. Quantitative data concerning the conditions for the occurrence of MWVF and dependence of these characteristic frequencies on Reynolds number are obtained. The relations between these characteristic frequencies of the spherical Couette flow system are found to be different from those in a circular Couette flow system.

Key Words: Turbulence, Two Concentric Rotating Spheres, Taylor-Vortex Flow, Characteristic Frequencies, Modulated Wavy-Vortex Flow

1. ま え が き

流体運動は渦運動と結びついているので, 速度の変動を理解するためには渦運動を考察することが重要である。Gorman-Swinney⁽¹⁾は流れの可視化とレーザ散乱光の測定から内円筒回転の同心二円筒流れの乱流遷移過程で現れる速度の単一周期変動がテイラー渦の進行波動に基づくものであること, また二周期変動はこの進行波動に生じる変調が原因であることを発見した。内球回転の同心2球流れにおいてもある条件下では上記と同様の速度変動と渦構造が見られる⁽²⁾が, 一般的には速度変動または渦運動が二円筒流れの場合よりも複雑である⁽³⁾⁻⁽¹⁰⁾ため, まだ十分な説明がなされていない。この複雑さはエックマン境界層によって生じる二次流れおよびその二次流れがスパイラル・テイラー・ゲルトラ (T.G.) 渦を生じせしめることに原因がある。

上述の速度変動と渦構造との関連を解明するため, 前報⁽²⁾ではテイラー渦の進行波動についてその周波数 f_1 , 波数 m を測定し, 回転周波数 f_1/m とレイノルズ

数 Re の関係を明らかにした。さらに変調波動が2球流れにおいても発生することを示すとともに, その静止系および回転系における周波数 f_2, f_2' ならびに変調パターン (m , 変調パラメータ k) を明らかにした。そしてそれぞれについて二円筒流れとの比較検討を行ったが, 本報では変調波動の発生条件ならびに特性周波数 f_1, f_2, f_2' と Re の関係を明らかにする。また変調波動のモード解析を行い, 2球流れで成立する特性周波数間の関係式を導出する。

主 な 記 号

以下には第1報に記載されていない記号ならびに重要な記号を記す。

$\hat{f}$: 周波数 ($f = \hat{f}/\hat{f}_0$)

$\hat{f}_0$: 内球回転周波数

R^* : レイノルズ数比 $= R_e/R_{ec}$

$\dot{R}^*$: R^* の加速率 $= dR^*/dT$

Re : レイノルズ数 $= 2\pi\hat{f}_0 R_1^2/\nu$

R_{ec} : 臨界レイノルズ数

R_s^* : $\dot{R}^*$ の一定加速後の R^* の値

S_p : 北, 南半球に存在するスパイラル T.G. 渦の
ら旋開始点の個数

$\hat{t}$: 時間 ($t = \hat{t}\hat{f}_0$: 内球回転周期に基づく無次

* 昭和61年10月7日 第64期全国大会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年2月7日。

** 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

表1 流れモード

Flow mode	Characteristics
IB	Laminar flow+secondary flow(laminar basic flow)
IIT	Laminar flow+toroidal T.G. vortex+secondary flow
IITS	Laminar flow+toroidal and spiral T.G. vortices+secondary flow
IIITS	Laminar flow+wavy toroidal and spiral T.G. vortices+secondary flow
IIITS	Laminar flow+wavy toroidal T.G. vortex+secondary flow
IIIMWT	Laminar flow+modulated wavy toroidal T.G. vortex+secondary flow

図1 $\dot{R}^*$ の一定加速条件

元時間, $T = \hat{t}/\hat{t}_c$: 特性時間 $\hat{t}_c$ に基づく無次元時間)

$\hat{t}_c$: 特性時間 $= R_1(R_2 - R_1)/\nu^{(5)}$

$\hat{t}_h$: $\dot{R}^*$ の一定加速後の経過時間 $= \hat{t} - \hat{t}_s$

$\hat{t}_s$: $\dot{R}^*$ の一定加速の時間

Z: 整数

2. 変調波動の発生条件および

特性周波数と R^* の関係

実験装置と方法は前報⁽²⁾と同じであるので省略する。前報⁽²⁾では変調波動が出現するためには内球の回転加速度をある程度の大きさにすればよいことを示したが、その具体的な値は明らかにしなかった。そこで本報ではまず変調波動の発生と R^* の加速率 $\dot{R}^* = dR^*/dT$ の関係を調べよう。いま、図1に示すように R^* を無次元時間 $T=0$ から $T=T_s$ まで一定の加速率 $\dot{R}^* = R_s^*/T_s$ で増大させ、 $T > T_s$ では R^* を一定値 R_s^* に保つ (一定加速条件)。この加速中 ($0 \leq T < T_s$, $\dot{R}^* = \text{一定}$) においては流れモードが時間の経過とともに変化する。またある条件の場合には加速終了後 ($T \geq T_s$) においても流れモードに変化が見られるが、十分な時間経過後には定まった流れモードに到達する。今回の実験で観察された流れモード⁽²⁾⁽⁷⁾を表1に示す。

図2は十分な時間経過後に到達した流れモードを R^* と R_s^* の関係において示すものである。図中の

◇ III WTS ($N=2, m=6, Sp=3-3$)

■ IITS ($N=2, Sp=3-3$)

図2 $\dot{R}^*$ の一定加速で R^* を上昇させたとき $R^* = R_s^*$ において最終的に到達する流れモード

III WT+III MWT は後述するように III WT と III MWT が時間的に交互に現れる流れモードである。図より変調波動 III MWT が現れる条件は $\dot{R}^* \geq 10^{-0.6}$ かつ $1.7 \leq R_s^* \leq 2.8$ であることが知られる。また既報⁽⁷⁾⁽⁸⁾の準静的加速の場合に生じる流れモード III WTS は $\dot{R}^* \leq 10^{-0.6}$ かつ $\dot{R}^* \geq 1.7$ の条件において現れている。

前述のように流れモードは時間の経過とともに変化するが、 $\dot{R}^*$ の小さい場合 ($\dot{R}^* \leq 10^{-0.6}$) と大きい場合 ($\dot{R}^* \geq 10^{-0.6}$) ではその変化に相違が生じる。図3はそれを示したもので、前者の場合には図2における最終の流れモードの R_s^* の小さいほうから順次出現するのに対し、後者では IIT (セル数 $N=4$) までは前者と同様に出現するが、それ以後は図2の III MWT と III WT の順番が逆転して現れる。上記の両者の比較より IIT ($N=2$) から IIT ($N=4$) へのモード変化を起こさせ、スパイラル T.G. 渦 (IITS) を発生させないことが変調波動発生必要条件であることが知られる。これとは別にいったん IIT ($N=4$) のモードが得

られれば、これより R^* を準静的に上昇させた場合にも変調波動モードが得られる。

表2はIII MWTが出現する場合について R^* の増大に伴う流れモードの変化ならびに進行波動と変調波動の波動形を示す。この場合の流れモードの変化は、図2における $R^* \approx 10^{-0.6}$ の場合の R^* の増大にともなう最終流れモードの変化に一致する。ここでは流れモードは $R^*=1.77$ でII T ($N=4$) からIII MWTに直接遷移するが、この点に関して二円筒流れの場合⁽¹¹⁾にはテイラー渦流 (II T) と変調波動渦流 (III MWT) の間に波動渦流 (III WT) が生じる R^* 範囲がある。さらに R^* を増大させれば $2.64 \leq R^* < 2.80$ では、図4のレーザ散乱光出力の時間変化が示すように、数分 (1分は $t=16$ に相当) の時間間隔でIII WTとIII MWTが交互に計測され、変調の消滅と発生が繰返される。このように変調の発生と消滅が時間的に交互に繰返される流れモードの報告は二円筒流れの場合には見当たらない。これよりさらに R^* が増大すれば全く変調のないIII WTに遷移するが、このときセル数 N と波動の波数 m は不変である。

図5は変調波動III MWTの特性周波数と R^* の関係を示す。図中の f_1/m , f_1/f_2 , f_2 の値は、レーザの散乱光出力のスペクトル解析から求めた f_1 , f_2 の値および流れの観察から求めた m の値より得た。図より進行波動の回転周波数 f_1/m は R^* の増大とともにわずかに増大 (+5%) する傾向を示すことが知られるが、これは前報⁽²⁾で報告した $(N/m)=(4/5)$ の進行波動の場合 (f_1/m は R^* の増大に対してわずかに減少する) とは逆の傾向を示す。一方 f_1/f_2 は R^* の増大に対して増減を繰返し、

$$f_1/f_2 = 7.03 \pm 0.30 \quad \dots\dots\dots (1)$$

表2 流れモードの変化と波動形

Reduced transition Reynolds number R_i	Flow mode	Flow state		
		N	m	k
1	IIT	2	0	
1.13	IIT	4	0	
1.77	IIIMWT	4	6	-1
2.64	IIIMWT	4	6	-1
	IIIT	4	6	
2.80	IIIT	4	6	

である。また f_2 も f_1/f_2 と同様 R^* に対して増減を繰返す。ここで f_1/m , f_2 について2球流れの結果 (すきま比 $\beta=0.138$, $m=6$, $k=-1$) と二円筒流れの結果 ($\beta=0.133$, $m=4 \sim 7$, $k=0 \sim 2$)⁽¹¹⁾ を比較すれば、 f_1/m については両者が R^* にかかわらずほぼ一定値をとり同じ傾向を示すが、 f_2 については R^* が増大するとき、前者では増減 ($\pm 2\%$) を繰返すのに対し、後者では単調に増加 (多くて 20%) し、両者の傾向に相違が見られる。

3. 変調波動のモード解析

前報⁽²⁾で述べたように2球流れの変調波動では、二円筒流れの場合⁽¹¹⁾と同様、振幅のみならず周波数においても変調が現れる。二円筒流れの場合のモード解析はRand⁽¹²⁾, Swiftら⁽¹³⁾によって行われているが、Swiftら⁽¹³⁾のそれは周波数変調を無視したものであった。本報では振幅変調のみならず周波数変調をも考慮したモード解析を行い、特性周波数間の関係式の導出および実験データとの比較を行う。

図6に示すように進行波動と同じ速度で移動する回転座標系 (r, θ, φ') からながめた内、外球上の吹出し点または吸込点 $j=i2 \sim i2s$, $a2 \sim a2s$ の天頂角 θ_j の変動成分 $\bar{\theta}_j = \bar{\theta}_j - \theta_j$ ($\bar{\theta}_j$ は平均値) は一般に

$$\bar{\theta}_j(t, \varphi') = A_j(t, \varphi') W(t, \varphi') \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる⁽¹³⁾。ここで $j=a1$ と $a1s$ はほとんど振動しない⁽²⁾ので、本モード解析からは除く。また A_j は振幅、 W は波形を表す関数で、 f_A , f_W を回転座標系に

図3 一定加速条件における流れモードの時間変化

図4 レーザ散乱光出力の時間変化 (変調の消滅と発生の繰返し)

おけるそれぞれ振幅, 周波数変調の周波数とすれば, 次式を満足する.

$$\left. \begin{aligned} A_j(t+1/f_1, \varphi') &= A_j(t, \varphi') \\ A_j(t, \varphi'+2\pi) &= A_j(t, \varphi') \\ W(t+1/f_2, \varphi') &= W(t, \varphi') \\ W(t, \varphi'+2\pi) &= W(t, \varphi') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで A_j, W を

$$\left. \begin{aligned} A_j(t, \varphi') &= a_j[2\pi f_1 t - \phi_A(\varphi')] \\ W(t, \varphi') &= w[2\pi f_2 t - \phi_F(\varphi')] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

とおけば⁽¹³⁾式(3)は満たされる. ただし a_j, w は周期が 2π の関数で, 位相角 ϕ_A, ϕ_F は次式を満たすものとする.

$$\begin{aligned} \phi_D(\varphi'+2\pi) &= \phi_D(\varphi') + 2\pi k_D \\ (k_D \in Z \text{ (整数)}) &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ただし添字の D は A または F を代表して表したもので, 以下も同様である. ここで位相角 ϕ_D について, となりあう波の位相差が等しい場合には, 次式が式(5)に代わる⁽¹³⁾.

$$\phi_D(\varphi'+2\pi/m) = \phi_D(\varphi') + 2\pi k_D/m \dots\dots\dots (6)$$

ここで k_D は一般性を失うことなしに,

$$-m/2 < k_D \leq m/2 \quad (k_D \in Z) \dots\dots\dots (7)$$

に限ることができる. さらに ϕ_D を次式のような χ_D で表現しよう⁽¹³⁾.

$$\phi_D(\varphi') = \chi_D(\varphi') + k_D \varphi' \dots\dots\dots (8)$$

$$\chi_D(\varphi'+2\pi/m) = \chi_D(\varphi') \dots\dots\dots (9)$$

式(4), (8), (9)を式(2)に代入すれば $\bar{\theta}_j$ は次式のようになる.

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi') &= a_j[2\pi f_1 t - \chi_A(\varphi') - k_A \varphi'] \\ &\times w[2\pi f_2 t - \chi_F(\varphi') - k_F \varphi'] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで $\bar{\theta}_j(t, \varphi')$ の変調周波数を f_2 とすれば次式の関係が成立する.

$$\bar{\theta}_j(t+1/f_2, \varphi') = \bar{\theta}_j(t, \varphi') \dots\dots\dots (11)$$

式(10), (11)および関数 a_j, w の周期性より次式が求まる.

$$f_2 = f_0/i_{D2} \quad (i_{D2} \in Z) \dots\dots\dots (12)$$

また $\bar{\theta}_j(t, \varphi')$ は 2π を周期として持つので,

$$\bar{\theta}_j(t, \varphi'+2\pi) = \bar{\theta}_j(t, \varphi') \dots\dots\dots (13)$$

が成立しなければならないが, これは式(9), (10)および関数 a_j, w の周期性より明らかに成立する. $\bar{\theta}_j$ はまた式(10), (12)より次のように表わせる.

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi') &= a_j[2\pi i_{A2} f_2 t - \chi_A(\varphi') - k_A \varphi'] \\ &\times w[2\pi i_{F2} f_2 t - \chi_F(\varphi') - k_F \varphi'] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

次に静止座標 (r, θ, φ) 上で $\bar{\theta}_j$ を考察するため, 回転座標 φ' と静止座標 φ の関係式

$$\varphi' = \varphi - 2\pi f_1 t/m \dots\dots\dots (15)$$

を式(14)に代入すれば

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi) &= a_j[2\pi(i_{A2} f_2 + k_A f_1/m)t \\ &- \chi_A(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_A \varphi] \\ &\times w[2\pi(i_{F2} f_2 + k_F f_1/m)t \\ &- \chi_F(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_F \varphi] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

が得られる. ここで $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$ の変調周波数を f_2 とすれば

$$\bar{\theta}_j(t+1/f_2, \varphi) = \bar{\theta}_j(t, \varphi) \dots\dots\dots (17)$$

式(9), (16), (17)および関数 a_j, w の周期性より次式が求まる.

$$f_2 = (i_{D2} f_2 + k_D f_1/m)/i_{D2} \quad (i_{D2} \in Z) \dots\dots\dots (18)$$

$$f_2 = f_1/i_{12} \dots\dots\dots (19)$$

ここで i_{12} は $\chi_D(\varphi')$ が周期 $2\pi/m$ の周期関数のときこの周期性より, 整数でなければならないが, $\chi_D(\varphi')$ が定数のときはこの周期性条件が不要となるので, i_{12} は整数である必要がない. また $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$ は式(13), (15)から明かなように静止座標 φ に関しても 2π の

図5 変調波動の特性周波数と R^* の関係

図6 子午線断面の流線とテイラー渦の吹き出し点および吸込点

周期関数である。式(16)に式(18)を代入すれば $\bar{\theta}_j$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi) = & a_j [2\pi i_{A2} f_2 t - \chi_A(\varphi - 2\pi f_1 t/m) \\ & - k_A \varphi] w [2\pi i_{F2} f_2 t - \chi_F(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_F \varphi] \end{aligned} \quad (20)$$

これまでの2球流れの実験結果より

$$k_D = k, f_D' = f_2' \quad (21)$$

$$m = 6, k = -1 \quad (22)$$

および式(1)が成立することが知られた。一方、 f_2' については $R^* = 2.2$ において得られた関係式⁽²⁾

$$f_2' = f_1/42 \quad (23)$$

が $R^* = 1.77 \sim 2.64$ の範囲で成立すると仮定すれば、 i_{D2}, i_{D2}, i_{12} は次のように求まる。

$$i_{D2} = f_D'/f_2' = 1 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} i_{D2} &= (i_{D2} f_2' + k_D f_1/m)/f_2' \\ &= (f_2' + k f_1/m)/f_2' = -1 \pm 0.04 \end{aligned} \quad (25)$$

$$i_{12} = f_1/f_2 = 7.03 \pm 0.30 \quad (26)$$

ここで i_{D2} は整数でなければならないので、

$$\begin{aligned} i_{D2} &= (i_{D2} f_2' + k_D f_1/m)/f_2' \\ &= (f_2' + k f_1/m)/f_2' = -1 \end{aligned} \quad (27)$$

と推定される。

$$\therefore f_2' = -f_2 - k f_1/m \quad (28)$$

上述の理論考察と実験結果から、 χ_D は周期関数でないことが明らかである。

変調波動に関する諸式(21), (24), (26), (27)の中で二円筒流れの場合⁽¹⁾⁽¹³⁾との相違点は i_{D2} と i_{12} の値〔式(27)と(26)〕で、二円筒流れの場合⁽¹⁾⁽¹³⁾には

$$\begin{aligned} i_{D2} &= (i_{D2} f_2' + k_D f_1/m)/f_2' \\ &= (f_2' + k f_1/m)/f_2' = 1 \end{aligned}$$

$$i_{12} = f_1/f_2 = 9.67 \quad (m=6, k=-1, R^*=10.5)$$

となっている。上記の m, k, R^* 以外の場合には i_{12} の値が相違するが、常に整数とはならないので χ_D は2球流れの場合のように定数と考えられる。これに対して Swift ら⁽¹³⁾は $m=4, k=-1, f_1/f_2=1.68 (R^*=10.2)$ ⁽¹⁾の場合に $\chi_A = \text{int}[m\varphi'/(2\pi)] - k\varphi'$ (周期 $2\pi/m$ の周期関数) とおいたシミュレーションを行っているが、上述のことからこれは不適当と考えられる。

次に χ_D, ϕ_D, a_j, w を、次式で仮定⁽¹⁴⁾し、実験結果⁽²⁾と比較しよう。

$$\chi_D(\varphi') = 0, \phi_D(\varphi') = k_D \varphi' \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} a_j [2\pi f_1' t - \phi_A(\varphi')] &= \bar{A}_j \\ &+ \bar{A}_j \sin(2\pi f_1' t - k_A \varphi' + C_{A_j}) \\ w [2\pi f_2' t - \phi_F(\varphi')] &= \sin\{m\varphi' + \bar{W}_j \\ &+ \bar{W}_j \sin(2\pi f_2' t - k_F \varphi' + C_{F_j})\} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ここで $\bar{A}_j, \bar{A}_j, C_{A_j}, \bar{W}_j, \bar{W}_j, C_{F_j}$ は定数である。式(12), (18), (30)より式(14), (20)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi') &= \{\bar{A}_j + \bar{A}_j \sin(2\pi i_{A2} f_2' t \\ &- k_A \varphi' + C_{A_j})\} \sin\{m\varphi' + \bar{W}_j \\ &+ \bar{W}_j \sin(2\pi i_{F2} f_2' t - k_F \varphi' + C_{F_j})\} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi) &= \{\bar{A}_j + \bar{A}_j \sin(2\pi i_{A2} f_2 t \\ &- k_A \varphi + C_{A_j})\} \sin\{m(\varphi - 2\pi f_1 t/m) + \bar{W}_j \\ &+ \bar{W}_j \sin(2\pi i_{F2} f_2 t - k_F \varphi + C_{F_j})\} \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)は $\varphi=0$ のとき次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_j(t, \varphi=0) &= \{\bar{A}_j + \bar{A}_j \sin(2\pi i_{A2} f_2 t + C_{A_j})\} \\ &\times \sin\{-2\pi f_1 t + \bar{W}_j \\ &+ \bar{W}_j \sin(2\pi i_{F2} f_2 t + C_{F_j})\} \end{aligned} \quad (33)$$

図7(a)は $R^*=2.2$ のときの静止系での値 $\bar{\theta}_{10}(t, \varphi=0)$, 式(33), を示したものである。ここで式中の f_1, f_2 の値は図5のデータを用い、また定数の値は、実験結

(a) 子午線断面における時間変化

(b) 回転系における時間変化

図7 変調波動の近似波形

図8 回転系における変調周波数

(a) 近似式(33)

(b) レーザ散乱光

図9 変調波動のパワースペクトル ($R^*=2.2$)

果⁽²⁾より最小二乗近似を用いて求めた次の値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{i0} &= 0.933, \bar{A}_{i0} = 0.419, C_{Ai0} = 2.55 \\ \bar{W}_{i0} &= 1.33, \bar{W}_{i0} = 1.48, C_{Fi0} = 4.09 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

図より近似式(33)が実験結果とよく一致し、近似式が妥当であることが知られる。図7(b)は回転系での値 $\bar{\theta}_{i0}(t, \varphi)$ 、式(31)、を示したもので、図中の φ_0 は 0.675π である。

図8は回転系における変調周波数 f_2 の仮定および上述のモード解析結果、式(28)、から得られた計算値を示したもので、計算には図5のデータ (f_1, f_2, m, k) を用いた。 $R^*=2.2$ では理論計算値と仮定がほぼ一致している。また他の R^* においても計算値に変動が見られるが、ほぼ上記の仮定と一致することから、上述の理論式、式(28)、に誤りがないものと考えられる。

図9は上述の $\bar{\theta}_{i0}(t, \varphi=0)$ 、式(33)、のパワースペクトル(任意スケール)とレーザ散乱光出力のそれ(単位は V^2s)を比較したものである。前者のスペクトルは $\theta=90^\circ \pm 1.64^\circ$ の範囲で振動する渦セル境界から求めたものであるのに対し、後者のそれは $\theta=90^\circ$ の内球付近の散乱光出力から求めたものである。両者のス

ペクトルはともにほぼ f_2 の間隔で並んだ線スペクトルを示し、共鳴干渉⁽¹⁵⁾を示している。そしてその周波数はそれぞれ対応関係が見られるが、 f_1 と f_2 のパワー比が相違している。

4. 結 論

アルミ粉による流れの可視化とレーザ散乱光のスペクトル解析から、内球回転2球流れに見られる変調波動の発生条件、特性周波数と R^* の関係およびモード解析について考察した結果、次の結論を得た。

(1) 変調波動は $R^* \geq 10^{-0.6}$ かつ $1.7 \leq R^* \leq 2.8$ の一定加速によって得られる。

(2) 変調波動を得る必要条件是 $N=2$ のテイラー渦から $N=4$ のそれへのモード変化を起こさせることによってスパイラル T. G. 渦を発生せしめないことである。

(3) 変調した進行波動の回転周波数 f_1/m は、 R^* が増すとともに増大(約5%)する傾向を示す。

(4) 静止系における変調周波数 f_2 は R^* の増大に対して増減(約 $\pm 2\%$)を繰返す。

(5) 変調波動の特性周波数間には次の関係式が成立する。

$$(f_2 + kf_1/m)/f_2 = -1$$

これは二円筒流れの場合の関係式 $[(f_2 + kf_1/m)/f_2 = 1]$ と相違する。

(6) 変調波動の近似式(32)が実験結果とよく一致する。

文 献

- (1) Gorman, N. M. and Swinney, H. L., *J. Fluid Mech.*, 117 (1982), 123.
- (2) 中林・土田, 機論, 52-480, B (昭61), 2787.
- (3) Sawatzki, O. and Zierep, J., *Acta Mech.*, 9 (1970), 13.
- (4) Munson, B. R. and Menguturk, M., *J. Fluid Mech.*, 69-4 (1975), 705.
- (5) Wimmer, M., *J. Fluid Mech.*, 78-2 (1976), 317.
- (6) Yavorskaya, I. M., ほか5名, *Stability, Nonuniqueness and Transition to Turbulence in the Flow between Two Rotating Spheres*, (1980), 1, Space Research Institute, Academy of Science, USSR.
- (7) 中林・大森, 機論, 49-443, B (昭58), 1329.
- (8) 中林, 機論, 50-449, B (昭59), 11.
- (9) 中林・ほか2名, 機論, 52-476, B (昭61), 1456.
- (10) 中林・ほか3名, 機論, 52-476, B (昭61), 1463.
- (11) Fenstermacher, P. R., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 94 (1979), 103.
- (12) Rand, D., *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 79 (1982), 1.
- (13) Swift, J., ほか2名, *Phys. Lett.*, 87A-9 (1982), 457.
- (14) 大隅, 第16回乱流シンポジウム講演論文集, (昭59-7), 94.
- (15) 谷編, 流体力学の進歩, 乱流, (昭55), 67, 丸善.

討 論

〔質問〕 大 路 通 雄〔電気通信大学〕

(1) 加速率を定量的に指定された実験は非常に有意義と思うが、貴報での諸結論の特定のすきま比 $\beta = 0.138$ についてのものと理解してよろしいか。

(2) 減速時の流れモード変化は加速の場合と異なると思うが、いかがか。

(3) それぞれの吹込みまたは吹出し点(例えば $\bar{\theta}_{i0}$ と $\bar{\theta}_{i2}$) の変化は、およそどのような位相差をもつか。また、隣り合う渦セルの境界面が回転軸に直角である可能性はないか。

(4) 式(18)の整数 i_{02} が ± 1 以外の値をとることは現実には可能か。

〔回答〕 (1) 結論の前半は流れモードについてのものであるが、流れモードに関しては準静的上昇の場合においても β によって著しい相違が生じる⁽⁷⁾。加速率についても β の相違が顕著に現れるものと考えられる。結論の後半の特性周波数については、この種の研究が他に見られないので、本報の結果が $\beta = 0.138$ だけについてのものか、あるいは他の β にも適用できるのか現段階では答えられない。今後の問題と考えている。

(2) 加速後減速する実験(著者らの未発表の実験)によれば、ヒステリシス現象が現れるので、ご指摘のように、減速時の流れモード変化は加速の場合と異なる。

(3) 吹出しまたは吸込点 j ($= i0 \sim i2, i1s, a0, a2$) の各波の振幅および波長の変化の時間軸上の位相差 $\Delta t_{\lambda j}$ および $\Delta t_{\lambda j}$ は、第1報⁽²⁾〔図12(b)〕で報告のとおりである。それによれば、例えば $\bar{\theta}_{i0}$ と $\bar{\theta}_{i2}$ の位相差は、振幅について $\Delta t_{A i2} - \Delta t_{A i0} = 0.035$ (空間の位相差 $\Delta \varphi = -2\pi f_1 \Delta t / m$ では -5.8° に対応)、波長について $\Delta t_{\lambda i2} - \Delta t_{\lambda i0} = 0.080$ ($\Delta \varphi = -13^\circ$) であり、 $\bar{\theta}_{i0}$ が $\bar{\theta}_{i2}$ より位相が進んでいる。渦セルの境界面については、第1報⁽²⁾の図8から知られるように、それらは時間的に振動しているが、その平均値について見れば、 $\theta = 90^\circ$ 付近の境界面(図6の $i0-a0$) は回転軸にほぼ直角である。しかしその他の境界面はそれに直角とは言えない。

(4) 本モード解析からは残念ながらご質問の回答を引き出すことはできない。

〔質問〕 熊 谷 輝 雄〔東京理科大学理工学部〕

同心回転2球間の流れに関する一連の精力的な研究に敬意を表す。

(1) 図1に関連して、加速中と加速後の流れモードの変化についてもう少しご説明いただきたい。

(2) 式(28)と円筒の場合との違いは f_2 が大きく違うためと思われるが、その理由をどのようにお考えか。

(3) 式(33)は $j=i0$ だけでなく $j=a1, a1s$ を除く他の場合にも成立するか。

(4) セル数 $N=4$ 以上の場合にも変調波動は観察されているか。

(5) 記号欄、 f_c の説明文の $\dots/\nu^{(5)}$ の添字は間違いやすいと思う。また結論(6)の式(32)は式(33)に変えたほうがよいと思うが、いかがか。

〔回答〕 (1) 内球の回転数を、図1の R^* の上昇に対応させて変化させるが、流体の運動が内球の回転より時間的に遅れるので、流れモードは内球回転数の増加中(加速中)ばかりでなく、内球の回転数を一定に保ってから(加速後)も変化する。しかし場合によっては加速後変化しないこともある。そして十分な時間経過後には定まった流れモードに到達する。なおこれに関しては続報で詳細を報告する予定である。

(2) 理由についての考察は今後の課題と考えている。

(3) 第1報⁽²⁾の図8のデータから、他の j の場合も式(33)が成立することが知られる。

(4) $\beta = 0.138$ の場合には、セル数 N は4より多くなりえない。本実験で得られた N は2と4で、 $N=2$ の場合には変調波動は観察されなかった。

(5) ν の肩の(5)は文献番号を示す。また結論(6)で式(32)としたのは、結論はより普遍的な形で述べるべきと考えたからである。

〔質問〕 奥 田 教 海〔室蘭工業大学〕

2球流れの問題についての実験と解析の労作に敬意を表す。

この2球流れと2円筒すきま流れとの対比を、本論文中、所々で行っている(62頁の右欄、64頁、65頁の右欄など)が、変調波動を示す諸量の相違は了解できるけれども、その相違の原因についてお答え願いたい。

例えば、三次元と二次元との幾何学的形状の相違に基づく流れの相違であるとか、または変調現象の伝播(でんぱ)の相違などが考えられるが、その原因については、どのように推定されるか、推定の範囲で結構であるから、ご回答願いたい。

〔回答〕 本論文で比較の対象としている大きなアスペクト比($\Gamma=20$)の2円筒すきま流れ⁽¹⁾⁽¹¹⁾と2球流れの最大の相違は、2球流れの環状T.G.渦では、極から発達して赤道へ向かう二次流れ(図6)、いわゆる

エックマン境界層の影響が現れることである。ご質問の原因もこのエックマン境界層によるのではないかと考えられる。

52巻483号, B編(昭61-11) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
鈴木立之ほか		論文紹介 2ページ	上2段 目	鈴木立之(埼玉大), 足立孝(埼玉大)	鈴木立之(埼玉工大), 足立孝(埼玉工大)
片山 薫ほか	3740	図14		(b)瞬時流速変更	(b)瞬時流速変動