円管内流れの凍結挙動に関する研究*

平田 哲夫**, 松沢 博***

Study of Ice Shape on Freezing of Flowing Water in a Pipe

Tetsuo HIRATA and Hiroshi MATSUZAWA

The ice shape formed inside a pipe containing a water flow was examined experimentally. It was shown that two transition modes of ice shape were observed; one is a smooth transition mode and the other, a step mode. The onset conditions of the step transition mode, which were correlated in terms of pipe Reynolds number and cooling temperature ratio, were derived by analytical considerations and confirmed by experimental results. It was also found that a laminarization of flow is related to the formation of an ice-band for smaller Reynolds numbers, while a turbulence of flow may affect the ice shape for larger ones. It was found that the ice shape pattern can be classified into four large groups in relation to the pipe Reynolds number as well as the cooling temperature ratio.

Key Words: Phase Change, Ice-Band Structure, Pipe Flow, Freezing Heat Transfer, Ice Shape, Ice Ripple

1. 緒 言

水流中における凍結層の成長過程は、凍結層形状・流れ場・熱伝達の三者が相互に影響を及ぼしながら進行し、定常状態へと至る。一般に凍結層が比較的薄い場合には、滑らかで単調な形状となるが、厚い場合には、界面が不安定となり⁽¹⁾、凍結層形状が流れの影響を受けやすくなる。

円管内流れの凍結問題については、従来より多数の研究が報告されている^{(2)~(8)}。たとえば凍結層が薄く界面が安定な場合については、熱伝達に与えるレイノルズ数や管壁冷却度合の影響などが詳細に検討されている⁽²⁾⁽³⁾。一方、界面が不安定な場合には、凍結層は凹凸形状を呈し、流路断面の縮小・拡大が流れ方向に多数繰返され、拡大部におけるはく離流のため、管路の圧力損失が著しく増大することが知られている⁽⁴⁾。先に著者ら^{(5)~(7)}は、この場合の凍結層形状や熱伝達を調べ管路の凍結閉そく条件について報告した。また、凍結層形状は管入口より徐々に厚さを増していき、下流のある位置で界面にはく離流を伴って厚さがステップ状

に減少するいわゆるリップル形状について、その発生位置を明らかにした⁽⁸⁾。

凍結層が比較的厚い場合の形状については、いくつかのパターンが報告されている。たとえば、流れの層流から乱流への遷移に伴う凍結層のステップ状あるいは滑らかな形状の変化⁽⁹⁾、流れ方向に凹凸形状を繰返す規則的な二次元リップル形状または不規則でさざ波状の三次元リップル形状⁽⁵⁾、さらに凍結閉そく状態などに分類される。このような管路内の凍結挙動は、圧力損失の増大すなわち流体輸送量の減少を伴うばかりでなく、凍結閉そくによる管破壊の原因となる。したがって、これらの凍結層形状がいかなるレイノルズ数や冷却温度条件のもとで発生するかを明らかにすることは重要であり、また今後これらの理論的考察を行う場合の適用限界を明確にしておく点でも有用である。

本研究では、層流から乱流への遷移に伴う凍結層形状がステップ状あるいは滑らか状に分かれる限界条件についての実験を行いその整理方法を示し、さらに実験条件の違いによる凍結閉そく状態への到達経過について明らかにする。また、凍結層形状に関する従来の結果をも総合的に検討し、円管内流れの凍結挙動と流れ・温度条件との関係について述べる。

* 昭和61年5月29日 第23回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 昭和61年6月20日。

** 正員、信州大学工学部 (〒380 長野市若里500)。

*** 准員、富士通㈱ (〒100 東京都千代田区丸の内1-6-1)。

2. 主な記号

- B : 縮小部流路直径と円管内径との比 $=d/D$
 K^* : 無次元加速パラメータ $=K/St_d$
 L_0 : 管入口より縮小部までの距離
 L : 円管長さ
 Nu_d : 縮小部のヌッセルト数 $=hd/\lambda_w$
 $Nu_{D,max}$: 再付着領域の極大ヌッセルト数
 $=h_{max}D/\lambda_w$
 Re_D, Re_d : レイノルズ数 $=VD/\nu, vd/\nu$
 Re_p : 試験部出入口間の総圧で定義したレイノルズ数
 $=D\sqrt{2P_0/\rho}/\nu$
 St_d : スタントン数 $=Nu_d/(Re_dPr)$
 T_f : 水の凝固温度
 T_w, T_∞ : 管壁, 主流の温度
 V, v : D, d における平均流速
 Z^* : 管入口からの無次元距離
 θ : 無次元温度 $=(T_f - T_w)/(T_\infty - T_f)$
 λ^* : 氷と水の熱伝導率比 $=\lambda_i/\lambda_w$

3. 実験装置および実験方法

実験装置は水およびブラインの恒温槽, 循環系統, 試験部などからなっており, 文献(5)と同一のものである。試験部は銅管と鉄管からなる長さ $L=697$ mm の二重管構造であり, 熱伝達へ及ぼす自然対流の影響が小さくなるよう垂直に設置してある。0°C以下のブラインは二重管のすきまを流れ, 銅管内に凍結層を形成する。定常状態において試験部より凍結層を取り出して, 形状がステップ状変化をしているかどうかを確認し, 凍結層厚さをノギスで計測した。凍結閉そく実験では, 実験開始より閉そくへ至るまでの流量変化を測定し, 閉そく後は凍結層を取り出し写真撮影した。

主流の水温 T_∞ の測定は, 試験部入口, 出口の平均値とし, 銅管壁温 T_w は管壁3点の平均より求めた。それぞれの管軸方向分布については, 例えば $Re_D=9500$, $\theta=4.1$ において, T_∞ の試験部出口における値は入口の89%であり, また T_w については管壁3点の最大値に対する最小値の割合は92%であった。温度の

図1 ステップ状遷移と滑らかな遷移

変化範囲は $0.3 \leq T_\infty \leq 2.4$ °C, $-7.5 \leq T_w \leq -1.0$ °C であり, 閉そく実験における圧力条件の範囲は $2.7 \times 10^4 \leq Re_p \leq 1.6 \times 10^5$ である。実験は2種類の銅管内径 D について行い, その範囲は管レイノルズ数で示すと $D=19.9$ mm で $3.7 \times 10^3 \leq Re_D \leq 3.0 \times 10^4$, $D=25.4$ mm で $8.0 \times 10^2 \leq Re_D \leq 2.5 \times 10^4$ である。

4. 実験結果と考察

4.1 凍結層のステップ状遷移とその発生限界

4.1.1 ステップ状遷移の定義 一般に円管内に形成される凍結層厚さは, 円管入口における流れが層流か乱流かにかかわらず, 管入口より下流へ徐々に増大する。管入口で層流の場合は, 流れ方向への凍結層厚さの増大に伴う流路断面の縮小により, 流体は加速され下流側で乱流へと遷移する。このとき, 乱流熱伝達は層流熱伝達に比べて大きいため, 乱流域の凍結層厚さは層流域のものより小さくなり, 流路断面はこの遷移領域において流れ方向に緩やかに拡大し図1に破線で示す形状となる。凍結層が比較的薄い場合はこの拡大割合が小さいためこのまま定常状態となるが, 凍結層が厚い場合には拡大部で流れのはく離が生ずるため, その厚さはかどを伴って下流側へ急激に薄くなり, 定常状態では図1に実線で示す形状となる。ここで, 前者を滑らかな遷移 (Smooth transition), はく離を伴う後者をステップ状遷移 (Step transition) と称することとする⁽⁹⁾。なお, 管入口で乱流の場合についても, 流れ方向への凍結層厚さの増大に伴う流体の縮流作用により, 流れがいく分層流化されるため, 結果的に同じ現象が観察される⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾。

4.1.2 ステップ状遷移発生限界の導出 滑らかな凍結層に図2に示すようなステップ状拡大形状を人工的に与えたと仮定する。拡大部でははく離流となり良好な熱伝達を示すが, それを再付着領域のヌッセルト数 $Nu_{D,max}$ で代表し, 一方, 滑らかな凍結界面の熱伝達を Nu_d で表すと, 界面が不安定な場合には $Nu_{D,max} > Nu_d$ が満足されステップ形状は存在し続けるが, 安定な場合には図2に示されるようにステップ形状は徐々に小さくなり再付着領域の凍結層厚さの軌跡は破線のようになる。したがって, ステップ形状の

図2 界面の安定・不安定モデル

発生限界は $Nu_{D,max} = Nu_d$ より推定することができる。ステップ形状は一般に流路の縮小部で発生するから、凍結界面の Nu_d は前報⁽⁸⁾の縮小部の熱伝達率を用い、次式で表される。

$$Nu_d = 0.8(Z^* K^{*0.4})^{-0.5} \dots (1)$$

ここに $Z^* = 4L_0 / (D Re_D Pr)$, K^* は無次元加速パラメータ ($= K / St_d$) であり次のように求められる。一般に流れの加速パラメータは

$$K = \frac{\nu}{v_\infty^2} \frac{dv_\infty}{dx} \dots (2)$$

で与えられる⁽¹²⁾から、近似的に K は x に対して一定と仮定し $x=0 \sim L_0$, $v_\infty = V \sim v$ で積分し St_d で割ると

$$K^* = -\frac{Pr}{2\lambda^*} \frac{(1-B^2)\ln B}{B} \frac{D}{\theta L_0} \dots (3)$$

ここに B は縮小部流路直径と管内径との比であり、 $\theta = (T_f - T_w) / (T_w - T_f)$, λ^* は氷と水の熱伝導率比である。一方、再付着領域の極大ヌッセルト数については、たとえば平板上の凍結層における同様な研究⁽⁹⁾では、ステップ状に急拡大するはく離流れの極大 Nu 数を用いて整理できることが報告されている。本研究においても凍結界面再付着領域の極大 Nu 数を急拡大管の熱伝達率⁽¹¹⁾で近似し次式で与える。

$$Nu_{D,max} = 0.2 Re_d^{2/3} \dots (4)$$

ここに Re_d は縮小部におけるレイノルズ数である。また凍結界面の Nu 数は、凍結層内では一次元熱移動で近似できる⁽¹³⁾とすれば、界面の熱の釣合より次式で表される。

$$Nu_d = -2\lambda^* \theta / \ln B \dots (5)$$

式(3)、(5)を式(1)へ代入し整理すると縮小部近傍の凍結層形状を表す関係式は次式となる。

$$(L_0/D)^{0.3} = 0.168 \frac{B^{0.2}(-\ln B)^{0.8}}{(1-B^2)^{0.2}} \frac{Re_D^{0.5}}{\theta^{0.8}} \dots (6)$$

また、式(1)と式(4)を等置し整理した結果は前報⁽⁸⁾のリップル形状発生限界の導出結果と同様であり次式

で表される。

$$\frac{(L_0/D)^{0.3}}{Re_D \theta^{0.4}} = 0.65 \frac{B^{0.971}(-\ln B)^{0.743}}{(1-B^2)^{0.4}} (Re_D \theta^2)^{-4/7} \dots (7)$$

式(6)、(7)より (L_0/D) を消去し整理すると、最終的にステップ状遷移の発生限界は次式で表される。

$$\theta = 0.208 \frac{(-\ln B)^{0.429}}{B^{0.288}} (Re_D \theta^2)^{2/7} \dots (8)$$

したがって B が与えられると、発生限界が管レイノルズ数 Re_D と無次元温度 θ で表示できる。

4.1.3 実験結果と考察 ステップ状遷移の発生限界は式(8)で与えられるが、未知数となっている B の値を実験結果から求めることとする。図3は、横軸に式(8)右辺の無次元数をとって整理したもので、黒点がステップ状遷移白点が滑らかな遷移を示している。 B は縮小部流路直径と管内径との比 ($= d/D$) であるから、図3より明らかなように、 B が小さく凍結層が厚い場合はステップ状遷移となり、そうでない場合は滑らかな遷移となる。従来、平板上凍結層の遷移形態についても凍結層厚さの程度を表すパラメータで分類できる⁽⁹⁾ことが知られており、本実験結果も界面の安定・不安定と凍結層厚さの密接な関連性を示唆している。図3より、 $D=19.9, 25.4$ mm いずれの円管内径に対してもステップ状遷移の発生限界はおおよそ $B=0.8$ 程度と読取ることができる。

図4は式(2)で与えられる加速パラメータ K に対する遷移形態の変化を乱流域の Re_D について示したものである。Moretti-Kays⁽¹²⁾によれば、平板上の流れについて $K > 3.3 \times 10^{-6}$ で層流化が生ずるとされている。図4から明らかなように K の値が大きい ($K > 5 \times 10^{-6} \sim 8 \times 10^{-6}$) とステップ状遷移、小さいと滑らかな遷移となる。これは4.1.1項で述べたように管入口で乱流の場合に、凍結層がステップ状遷移するためには、流れがある程度層流化することが必要であることを示している。この結果は、凍結層厚さの遷移形態を支配する一つの要因として流れの層流から乱流への遷

図3 B による凍結層形状変化

図4 B と加速パラメータによる凍結層形状変化

移が関係していることを意味している。

図5はレイノルズ数と加速パラメータによる遷移形態の変化を表している。ここには、層流化とは関係のない層流領域の Re_D についても参考のため示した。 $Re_D > 2300$ の範囲では、図4で説明したように加速パラメータの遷移形態におよぼす影響が明らかであり、おおよそ $K < 5 \times 10^{-6}$ で滑らかな遷移 $K > 8 \times 10^{-6}$ でステップ状遷移に分かれている。 $5 \times 10^{-6} < K < 8 \times 10^{-6}$ では、流れの層流化の度合いがさほど大きくなく、また図4に示したように凍結層厚さも関連しているため両形態が混在している。一方、 $Re_D < 2300$ の範囲では図5に示されている実験結果はすべてステップ状遷移となっている。層流の範囲では、 Re_D が遷移レイノルズ数まで加速されるためには、 Re_D が小さいほど流れ方向に厚い凍結層の発達が必要となる。そうすると必然的に縮小部の凍結層も厚くなり、図4に示した結果より凍結層はステップ状遷移となる。すなわち、層流の範囲で Re_D が小さいとステップ状遷移となりやすいことがわかる。図5において $Re_D < 2300$ で滑らかな遷移のデータがとれていないのはこのためと考えられる。

図5 Re_D と加速パラメータによる凍結層形状変化

図6 ステップ状遷移と滑らかな遷移の発生限界

図6はステップ状遷移の発生限界を整理したもので、座標は解析で得られた式(8)の無次元数を用いている。ここで、図3の結果より発生限界を表す B の値は $Re_D \theta^2$ に関して一定で約 $B = 0.8$ と読取ることができるから式(8)は次式となる。

$$\theta = 0.117(Re_D \theta^2)^{2/7} \quad (9)$$

図6において式(9)の値を実線で示してあり、上側がステップ状遷移、下側が滑らかな遷移の領域を表す。いくつかの実験点は式(9)の値よりも下側でステップ状遷移(黒点)を示しているが、これはステップ状遷移の発生限界に極めて近い条件では、凍結層は最初滑らかな形状を保っていても、わずかな温度調整・流れ場などの変化によりステップ形状となってしまうことが考えられる。しかも一度ステップ形状になると、はく離領域の熱伝達が良好なため、実験条件を多少変えても容易には滑らか形状に復帰しない特性があるため、限界条件近傍ではステップ状遷移になりやすいものと考えられる。図6には戸田ら⁽¹⁴⁾の結果も示しているが全体的にほぼ良い一致を示しており、ステップ状遷移の発生限界は式(9)で近似できるといえる。

4.2 界面が不安定な条件における凍結挙動

4.2-1 閉そく状態へ至る凍結過程 凍結層が厚い場合は、界面は流れ場変化の影響を受けやすく、その成長過程も単純ではない。ここでは種々の条件のもの

図7 凍結層発達に伴う流量変化

図8 閉そく条件との関係

とで凍結閉そく状態を実現し、その凍結層形状より成長過程を類推してみる。図7～9は一連の閉そく実験結果をそれぞれ対応させて示してある。図7は、各実験条件(a)～(e)における Re_D の時間的变化である(パラメータの $Re_{D,0}$ は初期 Re 数)。(a)は閉そくしない場合であるが、定常状態となるまでに Re_D の増減が繰返されている。(b)は Re_D の減少後一度増加して閉そくに至り、(c)～(e)では、 Re_D は閉そくに至るまで単調に減少している。図8は、図7の実験条件が凍結閉そくの限界条件(実線)とどのような関係にあるかを示している。ここで閉そく条件は試験部入口、出口間の総圧で定義した Re_D と無次元冷却温度 θ とで表され、その詳細は文献(7)に述べられているのでここでは省略する。図8において、実線より左側が閉そく領域であり、左側へ大きく離れるほど、閉そくしやすい条件となる。図9(a)～(e)はこれらの実験条件に対応する凍結層の形状を示しており、(b)～(e)は閉そく直前まで流路であった部分が、流れの停止により急激に凍結し白濁部となって示されている(流れは左から右方向)。

図9(a)は閉そくせず定常状態となる例である。この場合図7の流量変化は凍結層形状と密接な関係があ

る。図7で(a)の流量(Re_D)は最初時間とともに減少するが、これは平滑な凍結層が管内全域に成長するためであり、その後(約 $t=2$ h)の Re_D の増加は4・1節で述べたステップ状遷移の発生による界面熱伝達の増大のため流路断面積が広がるためである。さらに $t=3$ hにおける Re_D の減少はその後の下流側の凍結層の発達によるもので、 $t=4$ hにおける Re_D の増加は二つめのリップルの発生による流路拡大に原因していると考えられる。したがって図9(a)にリップル形状が二つ(右端部のものは試験部出口の影響があるため除く)観察され流量変化の結果と一致している。

図9(b)の成長過程は(a)と同様と考えられる。この場合図7の Re_D は $t=1.3$ hで増加し、前述のステップ遷移の発生を示しており、さらに $t=2$ hで減少し、下流部凍結層の発達により閉そくしてしまう結果となる。この場合、閉そくするためには、まず、リップル形状が発生し、はく離流による管内の圧力損失が大きくなるが必要となっている。これは図8に示すようにこの場合の実験条件が閉そく限界に近いからである。以上の(a)、(b)の結果は、管内のリップル形状が上流側より順々に形成される場合である。

図9(c)、(d)は、図7の流量変化をみると(a)

図9 凍結層形状(各実験条件は図7に示す)

図10 高レイノルズ数における凍結層形状

図 11 凍結挙動の整理

(b)の場合とは挙動が異なっている。すなわち、 Re_D は実験開始より単調に減少を続けて閉そくに至り、(a)、(b)のようなリップル発生と Re_D の変化に明確な対応関係がみられない。この場合は図 8 に示すようになり閉そくしやすい条件であり凍結速度が比較的速い。したがって、実験開始後の平滑な凍結層がステップ状遷移を開始するやいなや下流側の比較的厚く発達した凍結層によりいく分層流化が起こり下流でもほぼ同時に別のステップ状遷移が生ずるものと推測される。

図 9 (e) は、非常に閉そくしやすい場合である。図 8 に示されているように、(d) よりもさらに閉そくしやすい条件であり凍結速度も大きいいため界面は安定に保たれ⁽¹⁾ステップ状遷移も発生せず僅か 20 min 程度で閉そくする。

4.2.2 高レイノルズ数・低冷却温度の場合 図 10(a)、(b) は Re_D と θ が比較的大きい条件における凍結層形状である。図 10(a) は $\theta=11.0$ の場合であるが、管入口ではリップル形状の間隔(波長)が比較的大きいが下流では非常に狭くなっている。さらに θ が大きく凍結層が不安定な図 10(b) の場合には、管入口より波長の小さいものが発生している。これらの場合、管壁温度の記録より推測すると、リップル形状は定常状態(Migration の停止)とはならず常に移動しており、発生・消滅が常時繰返されている。このような短波長の凍結層の成長過程としては、前述のようなステップ状遷移の繰返し発生に起因するとは考え難い。

従来、流速が大きく流れの乱れが大きい場合には、平板上や円管内の凍結層がさざ波状の三次元リップル形状を示すことが報告されている⁽¹⁾⁽⁵⁾。本実験では装置の限界より三次元形状は得られなかったが、図 10(a)、(b) は二次元から三次元へ遷移する条件付近と思われる、図 10 に示す凍結層形状の発生も流れの乱

れに強く影響を受けていると考えられるが、そのメカニズムについては現在のところ不明である。

4.3 凍結挙動の整理 図 11 は Re_D と θ による凍結層形状を分類したものである。実線は 4.1 節で整理したステップ状遷移と滑らかな遷移の限界条件、破線は三次元リップルの発生条件で従来の観察結果⁽⁵⁾と 4.2.2 項の結果より類推した。一点鎖線は配管系の圧損がない場合の閉そく条件で文献(7)より引用した。ここで、閉そくパラメータの Re_D は管レイノルズ数と次式の関係にあるので図 11 では Re_D' の値を用いてプロットした。

$$Re_D' = \frac{B^2}{\sqrt{1+n(1-B^2)}} Re_D \dots\dots\dots (10)$$

ここに n は管内のリップル個数、 $Re_D = D\sqrt{2P_0/\rho}/\nu$ であり P_0 は管入口、出口間の総圧差である。閉そく条件は本来 Re_D で表し得るものであり、また式(10)により換算された Re_D' と定常状態の Re_D との値の大小は直接比較できないことをこわしておく。

凍結層界面形状へ影響を及ぼす因子は、 Re_D 、 θ 、凍結層厚さなどが相互に関連し合って決まるものと考えられ、複雑な要素を含んでいる。したがってまだ不明な点もあり、実験値の整理に当たり多少のばらつきを含んでいるが、凍結挙動は一応図 11 のように整理することができ、その一般的傾向は、凍結層が薄いと滑らかな遷移が起り、厚くなるに伴いステップ状遷移から二次元リップル形状さらに凍結閉そく状態へと変化する。また、 Re_D と θ が極めて大きい場合には三次元リップルが観察される。

5. 結 言

円管内流れにおいて、流れの層流から乱流への遷移に伴い凍結層厚さの変化が滑らか状となるかステップ状となるかについて、その要因となる無次元数を解析的に求め、実験結果を整理した結果その発生限界は式(9)で表されることを明らかにした。

界面が不安定な場合の凍結層形状と流量変化の関連などについて調べた結果、リップル形状は上流側より順々に発生する場合や上流・下流でほぼ同時に発生する場合があること、また Re 数が極めて大きい場合には、流れの乱れが凍結層形状に何らかの影響を及ぼしていることなどを示した。

円管内流れの凍結現象を管レイノルズ数 Re_D と無次元温度 θ のパラメータで整理し、そのさまざまな凍結挙動を図 11 に示すようにまとめることができた。

文 献

- (1) Gilpin R. R., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 99-3 (1980), 619.
 - (2) 戸田・杉山, 機論, 51-470, B (昭 60), 3411.
 - (3) 智田, 機論, 49-438, B (昭 58), 433.
 - (4) Gilpin R. R., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 103-2 (1981), 363.
 - (5) 平田・石原, 機論, 51-464, B (昭 60), 1243.
 - (6) Hirata T. and Ishihara M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 28-2 (1985), 331.
 - (7) Hirata T., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 29-6 (1986), 949.
 - (8) 平田, 機論, 52-474, B (昭 61), 894.
 - (9) Hirata T., ほか 2 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 22-10 (1979), 1435.
 - (10) 関・ほか 4 名, 機論, 49-446, B (昭 58), 2172.
 - (11) Zemanick P. P. and Dougall R. S., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 92-1 (1970), 53.
 - (12) Moretti P. M. and Kays W. M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 8-10 (1965), 1187.
 - (13) Hirata T., ほか 3 名, 文献(9)の 1425 ページ.
 - (14) 戸田・ほか 3 名, 第 22 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭 60-5), 99.
-