長方形断面を有する曲り流路内の流れ*

(第2報, LDVによる層流の発達領域における流れ場の測定)

杉山 司郎**, 山本 正明**, 林 太郎**

Flows in a Curved Rectangular Channel

(2nd Report, Velocity Measurements in the Developing Region of Laminar Flow By Using LDV)

Shiro SUGIYAMA, Masaaki YAMAMOTO, and Taro HAYASHI

An experimental investigation is carried out. The fully developed steady laminar flow in the entrance region of a curved rectangular channel is studied under the velocity profile of Poiseuille flow at the inlet and the Dean number is 220. The channel has an aspect ratio of 2 and a curvature ratio of 8. The axial velocity and the radial component of the secondary velocity are measured by using a laser doppler velocimeter (LDV) at 15 sections from the inlet ($\theta=0^\circ$) to the outlet ($\theta=270^\circ$) of the channel. The developing secondary flow is clearly presented and is in good agreement with the results obtained from a flow visualization carried out by the authors.

Key Words: Fluid Mechanics, Laminar Flow, Curved Rectangular Channel, Secondary Flow, Entrance Region, Velocity Measurement

1. ま え が き

曲り流路内の流れにおいては、流体要素に遠心力が作用するため主流と直角な平面内に二次流れが発生し複雑な三次元の流れとなる。

断面が長方形の場合、ディーン数がある値以上になると断面中央部に主二次流れ渦のほかに外壁近傍に一对あるいはそれ以上の付加的二次流れ渦が発生する。このような流れを把握するため、流れが完全に発達した場合と発達過程の場合に分けて、数値的および実験的に多くの研究がなされている。数値的な研究においては、Cheng ら⁽¹⁾、小宮山ら⁽²⁾、Chia-Sokhey⁽³⁾および秋山ら⁽⁴⁾⁻⁽⁷⁾が行っている。一方、実験的研究は、Cheng ら⁽⁸⁾および著者ら⁽⁹⁾が行っている。これらの研究は、180°曲り流路の出口で二次流れを可視化し、付加的二次流れ渦が発生する臨界ディーン数とアスペクト比との関係が示されており、さらに文献(9)はアスペクト比が2において、付加的二次流れ渦の発生が曲率半径比によって相違することなども明らかにしている。

180°曲り流路の出口断面のみにおける可視化では二次流れの発達過程が不明である。そのため、著者ら⁽¹⁰⁾は、曲り流路($\theta=0^\circ\sim 270^\circ$)の12箇所の断面において、流れの発達領域における主二次流れ渦および付加的二次流れ渦の発達過程を可視化した。その結果、 $\theta=15^\circ\sim 30^\circ$ では主流の等流速分布と主二次流れ渦が合成された流動パターンになること、アスペクト比2および曲率半径比8の場合、 $\theta=90^\circ$ 付近では新しい形の二次流れ渦が断面中央部に発生することなどが明らかにになった。

一方、レーザ・ドップラ流速計(LDV)を使用して発達領域における流れ場の測定をAgrawal ら⁽¹²⁾、大場ら⁽¹³⁾が行い、二次流れが発生していることを確認しているが、発達過程の流れを十分に解明するに至っていない。そこで、本報は流れを定量的に把握するため、LDVを使用して270°曲り流路の15箇所の断面で、主流方向と半径方向の2方向の速度成分を詳細に測定した結果を示す。また、これらの結果と著者らの既報⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の可視化実験結果とを比較検討し、二次流れの発達過程について考察する。

2. 記 号

a : 流路幅

* 昭和61年10月7日 第64期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年2月26日。

** 正員、大阪工業大学(〒535 大阪市旭区大宮5-16-1)。

b : 流路高さ
 R : 曲率半径
 W : 平均流速
 ν : 動粘性係数
 r : 曲率半径比 $= R/a$
 K : アスペクト比 $= b/a$
 D_h : 水力平均直径 $= 2ab/(a+b)$
 Re : レイノルズ数 $= W \cdot D_h / \nu$
 De : デーン数 $= Re \sqrt{a/R}$
 X, Y, Z : トロイダル座標
 u, v, w : X, Y, Z 方向の速度

3. 実験

実験装置の概略を図1に示す。図2は断面の座標系を示す。曲り流路はアクリル樹脂で製作されており、その寸法は、 $a=20\text{ mm}$ 、 $b=40\text{ mm}$ 、 $R=160\text{ mm}$ であり、すなわち $K=2$ および $r=8$ である。作動流体として水道水を使用し、 $De=220$ ($Re=622$) で実験を行った。水はオーバーヘッドタンクに導かれた後、流量制御用バルブ、モニタ用の流量計を通り、長さ 2000 mm

図1 実験装置

図2 座標系

の直管部へ導かれる。ここで熱電対により水温が測定され、水は垂直に設置された曲り流路へと導かれる。流量測定は、曲り流路出口で重量法により行った。

主流方向 (Z 方向) と二次流れを表す半径方向 (X 方向) の2方向速度成分 (w および u) の測定はLDVを使用して行われた。測定場所は曲り角度 θ が 0° (曲りの入口) から 270° (出口) の間の15箇所 ($\theta=0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ$ および 270°) である。

図3は本実験で使用したLDVの光学系 (干渉縞法) および信号処理系を示している。レーザ光源、光学系およびフォトマルは 0.01 mm の精度で微動可能な三次元移動装置に設置されている。

He-Ne ガスレーザ光 (15 mW) はビームスプリッタにより2本のビーム (間隔 50 mm) に分離される。その一方はブラッグセルを通過している。その後2本のビームはレンズ1 ($f=100\text{ mm}$) により曲り流路内の1点 (測定点) で交差する。測定点を通過する粒子の散乱光はレンズ2 ($f=100\text{ mm}$) でフォトマルに集光され、検出される。フォトマルからの出力信号はフィルタを通りトラッカ (Model 1095) によって信号処理された後、A/D変換器を通してパーソナルコンピュータ (PC 9801 F3) で処理されディスクに記録される。実験中、ドップラ信号はシンクロスコープで常時波形監視されている。

本光学系における測定体の形状は長径が $222\text{ }\mu\text{m}$ 、短径が $73\text{ }\mu\text{m}$ のだ円体である。

4. 実験結果および考察

図4は、 $De=220$ ($Re=622$) において、 $\theta=0^\circ \sim 270^\circ$ の15箇所の断面内における Z 方向の w の透視図 (a)、 Z 方向の w 分布 (b) および二次流れを表す X 方向の u 分布 (c) を示している。図4において、左側が外壁、右側が内壁である。 $W_{\max}$ の値は Z 方向の最

図3 光学系および信号処理系

図4 主流方向および半径方向の速度分布 ($D_e=220$, $R_e=622$) (その1)

大速度であり、その位置は図4(b)において・印で示す。また、各々の角度において画かれている曲線は $W_{\max}$ の値を7等分した場合の等速度線である。(c)

図4 主流方向および半径方向の速度分布 ($D_e=220, R_e=622$) (その2)

においては、 X 軸に対しほとんど対称のため、 $Y \geq 0$ のみの分布を示す。

図5は、図4と同じ場所における速度分布を示しており、(a)は X 軸上の w の分布、(b)は Y 軸上の w の分布、(c)は Y 軸上の u の分布を示している。

図4(a)から、曲り流路の入口 ($\theta=0^\circ$) においては、透視図は、Poiseuille 形の速度分布を示していることから、直線流路内の完全に発達した層流が流入している状態がわかる〔図5(a)および(b)参照〕。 $\theta=30^\circ$ になると、直線流路から流入した流体は外壁方向へ押されるとともに二次流れが強くなる。そのため、外壁近傍の速度こう配は、極めて大きいことがわかる。また、 $W_{\max}$ の点は θ が増加するにつれて外壁方向へ移動し、 $\theta=40^\circ$ で最も外壁へ近づき、さらに θ が増加するとわずかに中央部の方へ移動する。

図4(b)から、 $\theta=15^\circ$ において、内壁近傍における等速度線は内壁にほとんど平行であるが、 $\theta=30^\circ$ になると、それは波状(内壁近傍の透視図において、凹凸のある領域を示す)となっている。これは図4(c)からわかるように、主二次流れ渦がさらに発達していることを示している。

著者らの煙を使用した可視化実験⁽¹⁰⁾は、このことを立証している。すなわち、可視化実験では、 $\theta=30^\circ \sim 40^\circ$ において発達している主二次流れ渦と外壁近傍で円状をした等速度線とが合成された流動パターンが見られた。

図4(c)から、 $\theta=10^\circ$ において、断面中央部の流体は外壁方向へ、両側壁 ($Y=\pm b/2$) 近傍のそれは内壁

(a) X 軸平面の主流方向速度分布 (b) Y 軸平面の主流方向速度分布 (c) Y 軸平面の半径方向速度分布

図5 X 軸平面および Y 軸平面の速度分布 ($D_e=220, R_e=622$)

方向へ流れている状態が見られ、すでに一对の主二次流れ渦が発生していることがわかる。

秋山ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾は正方形断面 ($r=4$) を有する 180° 曲り管内流れを、三次元だ円型方程式で数値解析を行っている。その結果、二次流れは曲りの開始の上流から生じ始め、 θ が 8° 付近ではすでに明らかな二次流れが発生していることを示している。曲り開始直後で明らかな二次流れがあることは、 r およびアスペクト比が本実験と相違するが、本実験でも同様の傾向を示している。

主二次流れ渦の中心 (u 成分が零の場所) は θ が 10° から増加するにつれて両側壁より中央部のほうへ移動している。それと同時に二次流れの強さが増加していることがわかる。 $\theta=45^\circ$ においては、渦の中心は最も中央部のほうにある。二次流れの強さは $\theta=40^\circ$ 付近が最大となり、その最大値は平均流速の 37.4% にも達している。さらに、 $\theta>45^\circ$ になると、主二次流れ渦は両側壁のほうへ押しやられるとともに二次流れも弱くなる傾向にある [図 4 (c) および図 5 (c) 参照]。

$\theta=90^\circ$ から 135° にかけて、外壁近傍の境界層がわずかに厚くなっている。この領域では、流れの状態は不安定であろうと思われる。 $\theta=180^\circ$ においては、外壁近傍の低速度の部分が中央部の方へ入り込んでいるところが 2 箇所ある。ここで、付加的二次流れ渦が二対発生しているものと思われる。このことは、図 4 (c) の $\theta=180^\circ$ における u の分布を見ればわかる。図 4 (b) の $\theta=225^\circ$ における w の分布から、付加的二次流れ渦が発生しているかどうかは不明である。しかし、 u の分布を見れば、この渦は $\theta=180^\circ$ の場合よりもさらに発達し、外壁から X 方向に流路幅の 2/3 程度中央まで達していることがわかる。

可視化実験⁽¹⁰⁾によると、 $\theta=180^\circ$ において、外壁近傍に二対の付加的二次流れ渦が発生しており、 $\theta=225^\circ$ になると、これらの渦はさらに発達し流路中央部まで達している流動パターンが見られた。可視化実験と速度測定により付加的二次流れ渦が定量的に把握できる。

図 6 は、図 5 における $\theta=0^\circ\sim30^\circ$ の速度分布を重ねた図であり、主流方向および半径方向の速度の発達過程がよくわかる。

図 5 において、前述したように、 $\theta=0^\circ$ の主流方向の速度分布は Poiseuille 形をしている。 X 方向の w 分布 (a) は、 θ が増加するにつれて、最大速度の点が外壁方向に移動している。これは、流体が曲り流路へ流入することにより直線流路内の最大速度が流体の慣性によって曲りの外側へ移動させられるためである。

このために、二次流れが発生する。

図 5 (b) において、 θ が増加するにつれて、次第に中央部の速度が減速されるとともに両側壁近傍が膨らんだ速度分布となる (図 6 参照)。これは、曲り流路内中央部の運動量の大きな流体が外側壁に移動させられることにより、外壁近傍の運動量の小さな流体が内壁側へ回り込むためであろう。すなわち、二次流れの影響であろうと思われる [図 4 (c) 参照]。

$\theta\geq 20^\circ$ になると、その度合いはさらに著しくなり、やがて $\theta=30^\circ$ で見られるように、速度分布は、台形状となる。その上辺は図に示されているように、三つの極大値 (A, B および C) と二つの極小値 (D および E) を持つ波状の曲線となる。

このような分布は、 $\theta>20^\circ$ で見られる。これは、直線流路の中心線が曲り流路の外側壁と交差する点と入口 ($\theta=0^\circ$) とのなす角度 θ は約 20° であるということに関連するように思われる。

また、両側壁近傍においては、 Z 方向の速度 w と曲りの内側へ向かう速度 u がともに速くなり、境界層も薄くなる。このような速度分布になるのは図 4 (c)

図 6 $\theta=0^\circ\sim30^\circ$ の速度分布 ($D_e=220$, $R_e=622$)

からわかるように、二次流れの強さがさらに増加したことを意味している。

続いて、 $\theta \geq 45^\circ$ になると、両側壁近傍の流体は増速されるとともに、中央部のそれは減速され、極大値 B の状態が薄れてくる。 $\theta = 90^\circ$ になると、両側壁近傍が速く、中央部が遅い速度分布(すりばち形)となる。

また、 $\theta = 75^\circ \sim 90^\circ$ では、 X 軸付近の u 成分はほとんど零かあるいは曲りの内向きである。図 5 (a) からわかるように、 Y 軸上の w 成分は中央部が減速されている。以上のことからこれらの断面において、中央部分に新しい形の二次流れ渦が発生しているものと思われる⁽¹⁰⁾。 $\theta \geq 120^\circ$ になると中央部の速度分布は徐々に回復して再び台形状のような分布へと移り変わる。

$\theta = 30^\circ$ の速度分布のように三つの極大値が現れるのは、次の理由によるものと思われる。すなわち、図 5 (a) からわかるように、 θ が増加するにつれて、最大速度の点が外壁方向へ移動している。最大速度点付近における運動量の大きな流体が外壁方向に移動し、これが外壁に沿って内壁方向へ回り込む。ところが、本実験で使用した流路 ($K=2$) においては、この流体は内壁近傍の境界層の影響によって、内壁中央部まで移動せず、途中から流路の中央部へ移動するためである。

断面が正方形および円形の場合、両側壁近傍が速く、中央部が遅い分布(すりばち形)となり、本実験と相違する。このような状態になることを、Patanker ら⁽¹⁴⁾、秋山ら⁽⁵⁾⁽¹¹⁾および Austin-Seader ら⁽¹⁵⁾は断面が円形の場合に示している。大場ら⁽¹³⁾は正方形断面において、 $\theta = 30^\circ \sim 40^\circ$ 、 $D_e = 220$ の場合、同様の速度分布になることを報告している。

$\theta \geq 120^\circ$ になると、付加的二次流れ渦は両側壁近傍にとじ込められるため、中央部分では曲りの外向きの流れはほとんどなくなり、側壁に沿って曲りの内向きの流れが目立つ。そのため内壁近傍では Y 方向の分速度がかなりあるものと思われる。

5. 結 論

$K=2$, $r=8$ の長方形断面を有する曲り流路内の層流の発達領域において、直線流路内で完全に発達した Poiseuille 流を流入させ、 $\theta = 0^\circ \sim 270^\circ$ の区間で 15 箇

所の断面において、主流方向および半径方向の 2 方向の速度成分を、LDV を使用して詳細に測定した。その結果、次の結論を得た。

(1) $\theta = 10^\circ$ においてすでに主二次流れ渦が発生していること、 $\theta = 180^\circ$ および 225° においては、二対の付加的二次流れ渦が発生している状態などを示した。これらの現象は可視化実験とよく一致する。

(2) 主二次流れ渦の中心は θ が 0° から増加するにつれて両側壁から中央部のほうへ移動し、 $\theta = 45^\circ$ で最も中央部のほうに存在する。二次流れの強さは $\theta = 45^\circ$ が最大になると思われる。さらに θ が増加すると、渦の中心は再び両側壁のほうへ移動する。

(3) Y 軸上における主流速度分布は、 θ が 0° から増加するにつれて、二次流れのため中央部が減速されるとともに、両側壁近傍が増速されて次第に台形状となる。 $\theta = 30^\circ$ においては、三つの極大値と二つ極小値をもつ波状の速度分布となる。 $\theta \geq 45^\circ$ になると、中央部においては減速が次第に大きくなり、 $\theta = 90^\circ$ では、分布はすりばち形となる。 $\theta \geq 120^\circ$ では、それは凹んだ状態の分布から回復して、 $\theta = 30^\circ$ と同様な分布へと移り変わる。

終わりに、本研究において有益なご助言をいただいた大阪大学 三宅裕教授に心から感謝の意を表す。

文 献

- (1) Cheng, K. C., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. I*, 98-1 (1976), 41.
- (2) 小宮山・ほか 3 名, 機論, 50-450, B (昭 59), 424.
- (3) Chia, K. N. and Sokhey, J. S., *Trans. ASME, Ser. I*, 99-4 (1977), 640.
- (4) 秋山・ほか 5 名, 機論, 47-421, B (昭 56), 1705.
- (5) 秋山・ほか 5 名, 機論, 47-422, B (昭 56), 1960.
- (6) 秋山・ほか 3 名, 流れの可視化, 4-14 (1984), 327.
- (7) 秋山・ほか 3 名, 流れの可視化, 4, Suppl. (1984) 85.
- (8) Cheng, K. C., ほか 2 名, *Proc. Int. Symp. Flow Visualization, Tokyo*, (1977-10), 109.
- (9) 杉山・ほか 2 名, 機論, 48-434, B (昭 57), 1870.
- (10) 杉山・ほか 2 名, 機論, No. 834-6 (昭 58-3), 103.
- (11) 秋山・ほか 4 名, 機論, 50-449, B (昭 59), 286.
- (12) Agrawal, Y., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 85-3 (1978), 497.
- (13) 大場・津田, 機論, No. 854-2 (昭 60-3), 23.
- (14) Patanker, S. V., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 62-3 (1974), 539.
- (15) Austin, L. R. and Seader, J. D., *AIChE J.*, 20-4 (1974), 820.

討 論

〔質問〕 宇都宮 浩 司

〔九州大学総合理工学研究科〕

長方形断面を有する曲がり流路内の二次流れの発達過程についての詳細な実験に敬意を表す。以下の点について、ご教示願いたい。

(1) 結論(2)は、興味深い現象だと思うが、物理的にはどう解釈すればよいのか。

(2) 754 ページ、左欄 19 行めに、 $\theta=90^\circ$ から 135° にかけて、外壁近傍の境界層が、わずかに厚くなっているとあるが、それは上流と比べて、どの程度の割合の増加なのか。また、その原因は何か。

〔回答〕 (1) 主流、二次流れおよび境界層との間の相互作用によるものと思われる。

(2) 流体に遠心力が作用するため、 θ が 0° から増加するにつれて最大流速の点が外壁方向へ移動する。それにともない、外壁近傍の境界層が薄くなる。図 4(b) からわかるように、 $\theta=45^\circ$ 付近における境界層が最も薄い。さらに θ が増加すると流速の速い部分が中央部のほうへ移動するため、境界層は厚くなる。

本論文のような内部粘性流の場合、境界層の厳密な定義はあいまいであるが、 $\theta=135^\circ$ の $Y=0$ における最大流速の点と外壁との間隔は $\theta=45^\circ$ のその約 1.5 倍程度である。

また、境界層が増加する理由は(1)で述べたことと同様と思われる。