非ニュートン流体の曲り管内流れ*
(第3報, 乱流管摩擦係数)

高見敏弘**, 須藤浩三**, 富田幸雄***

Flow of Non-Newtonian Fluids in Curved Pipes
(3rd Report, Turbulent Friction Coefficient)

Toshihiro TAKAMI, Kouzou SUDOU, and Yukio TOMITA

Turbulent friction coefficients are measured for fully-developed flows in curved pipes with a circular and square cross section using non-Newtonian liquids (aqueous solutions of CMC and PAA). Effects of power-index, Reynolds number and curvature radius ratio are made clear. The turbulent friction coefficient for non-Newtonian liquids is lower than that for Newtonian liquids, and becomes larger as the curvature is stronger. Also, the turbulent friction coefficients fall on a single line in terms of $Re(a/R_c)^2$ for circular pipes and $Re(d/R_c)^2$ for square ones. The transition Reynolds number increases as the curvature is stronger.

Key Words: Non-Newtonian Fluid, Curved Pipe, Turbulent Friction Coefficient, Power-Law Fluid

1. 緒 言

曲り管は, 熱交換器, 重合化学反応器や醸造・発酵反応器として種々の産業機器に広く用いられており, 工業プラントの配管・ダクト設備などにもさまざまな形で用いられている。曲り管内流れに関する研究は, 水や空気のようなニュートン流体に関するものが多く, 化学工学・生物工学の分野で扱われる高分子溶液のような非ニュートン流体に関するものは少ない。

近年, 非ニュートン流体の曲り管内流れについて幾つかの研究が行われ, その流動挙動が徐々に明らかにされつつある。しかし, これらの報告の多くは, 層流域の流れを対象としており⁽¹⁾, 乱流域に関する研究⁽²⁾はほとんどなされていないのが現状である。そこで, 本研究では, 十分発達した区間での乱流管摩擦係数を測定し, 非ニュートン流体とニュートン流体の相違について検討を行った。

供試管路には, 曲率半径の異なる曲り円管および曲り正方形管をそれぞれ5種類, 計10種類の曲り管を用いた。また供試流体には, 種々の濃度のカルボキシ

メチルセルローズ水溶液およびポリアクリルアミド水溶液を用いた。本実験に用いたこれらの非ニュートン流体は, 古くから工業的によく利用されており, 最近では COM・CWM 燃料に添加されたり, あるいはセルローズ系原料からアルコール燃料を製造する過程で生ずる物質とよく似た物質として知られている。

2. 主 な 記 号

a : 管半径

d : 水力直径 $= 2d_1d_2/(d_1+d_2)$

n, K : べき乗則流体の指数および物質定数

R_c : 曲率半径

Re : レイノルズ数 $= \rho W_a^{2-n} d^n / K$

W_a : 断面平均流速

λ : 管摩擦係数 $= \left(-\frac{1}{Re} \frac{dP}{d\varphi} \right) d / \frac{1}{2} \rho W_a^2$

添 字

s, c : 直管, 曲り管を表す

l, t : 層流, 乱流を表す

CMC: カルボキシメチルセルローズ溶液を表す

PAA: ポリアクリルアミド溶液を表す

* 昭和61年11月3日 中国四国支部・九州支部合同大分地方講演会において講演, 原稿受付 昭和61年4月16日。

** 正員, 広島大学工学部 (〒724 東広島市西条町大字下見)。

*** 正員, 東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

3. 実験装置

実験装置の概略および実験方法は、前報⁽¹⁾と同じである。

曲り円管は、内径 3.95 mm のビニール管および内径約 4.05 mm のポリエチレン管を外径の異なる 5 種類の円筒に数回すきまなく巻きつけて製作した。曲り円管の諸元を表 1 に示す。表 1 中の第 3 列は差圧測定区間を表し、曲がり開始点からの角度 φ で表示してある。

曲り正方形管は、厚さ 4 mm のアクリル円板を 2 枚

表 1 曲り円管の諸元

(a) ビニール管

Rc (mm)	2a (mm)	Meas. Point (φ)	Rc/a
34.1	3.95	360.0° - 720.0°	17.3
61.0	3.95	540.0° - 822.0°	30.9
112.0	3.95	360.0° - 503.5°	56.7
179.0	3.95	360.0° - 462.5°	90.6
258.0	3.95	360.0° - 426.6°	130.6

(b) ポリエチレン管

Rc (mm)	2a (mm)	Meas. Point (φ)	Rc/a
60.0	4.07	360.0° - 651.0°	29.0
110.0	4.00	360.0° - 517.0°	55.0
180.0	4.05	360.0° - 462.0°	88.6
254.0	4.05	360.0° - 432.0°	125.8

表 2 曲り正方形管の諸元

Rc (mm)	d ₁ × d ₂ (mm)	Meas. Point (φ)	Rc/d
24.6	4.20 × 4.30	450.0° - 540.0°	5.8
50.0	4.20 × 4.10	585.0° - 675.0°	12.1
100.0	4.10 × 4.10	540.0° - 585.0°	24.7
150.5	4.10 × 4.10	562.5° - 607.5°	36.7
201.0	4.10 × 4.20	507.5° - 552.5°	49.0

図 1 曲り正方形管の概略

削り出して流路の両側面(外壁と内壁)を形成し、上下より厚さ 1 mm のアクリル板を張り付け、曲り部を製作した。製作したリング状流路の 1 箇所を切断し、同様の方法で作った直管部を接合して供試管路とした(図 1)。表 2 に曲り正方形管の諸元を示す。

供試流体には、CMC を濃度 100~4 000 ppm の範囲で、PAA (separan AP-30) を濃度 50~2 000 ppm の範囲で水に溶解させた水溶液を用いた。ここで、CMC は擬塑性流体としてよく知られているが、PAA は擬塑性挙動だけでなく法線応力効果も示す流体として知られている。本実験では PAA 溶液を用いる場合、溶液をよくかくはん・混合し、管内を数回循環させた後、測定を行った。このようにして測定した PAA 溶液の層流管摩擦係数は、前報⁽¹⁾で示したように CMC 溶液

表 3 CMC 溶液の n と K

Conc. (ppm)	n	K (mPa·s ^{n})	Temp. (°C)
100	0.99	2.04	12.0
500	0.96	7.43	11.5
1000	0.94	9.77	12.0
2000	0.91	15.05	12.0
3000	0.88	18.52	12.0

表 4 PAA 溶液の n と K

Conc. (ppm)	n	K (mPa·s ^{n})	Temp. (°C)
100	0.96	1.46	27.5
200	0.91	2.74	27.0
400	0.85	5.85	28.0
400	0.84	6.64	27.0
600	0.78	14.15	28.0
600	0.77	16.05	27.5
800	0.74	23.43	29.0
800	0.73	26.59	28.0
1000	0.71	34.22	28.0
1000	0.70	38.82	27.0
1200	0.69	44.04	27.5

図 2 n と K の相関

の層流管摩擦係数とほぼ同じ結果を示す。そこで、本研究ではPAA溶液をCMC溶液と同様に擬塑性流体(べき乗則流体)として扱った。これらの非ニュートン流体の物性値 $n, K[\text{mPa}\cdot\text{s}^n]$ を表3, 4に, n と K の相関曲線を図2に示す。

なお、実験範囲は、曲り円管では最大断面平均流速 $W_a=10.2\text{ m/s}$, 最大レイノルズ数 $Re=6\times 10^4$, 最大ディーン数 $D=1.4\times 10^4$, 曲り正方形管では最大断面平均流速 $W_a=13.0\text{ m/s}$, 最大レイノルズ数 $Re=7\times$

10^4 , 最大ディーン数 $D=2.9\times 10^4$ である。

4. 結果および考察

曲り管の管摩擦係数 λ_c を直管の層流管摩擦係数 λ_{sl} で除した管摩擦係数比 λ_c/λ_{sl} を縦軸に, ディーン数 D を横軸にとって整理した例を図3, 4に示す。ここで、直管の層流管摩擦係数には、円管の場合,

$$\lambda_{sl} = \frac{8\left(\frac{2}{n}+6\right)^n}{Re} \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

正方形管の場合⁽³⁾,

$$\lambda_{sl} = \frac{7.494 \cdot 2\left(\frac{1.7330}{n}+5.8606\right)^n}{Re} \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

を用いた。また、ディーン数 D は

$$D = Re \sqrt{\frac{a}{R_c}} \quad (\text{円管}) \dots\dots\dots (2\cdot a)$$

$$= Re \sqrt{\frac{d}{R_c}} \quad (\text{正方形管}) \dots\dots\dots (2\cdot b)$$

である。図3, 4中の破線は層流線を示しており、実線はニュートン流体の乱流域の結果⁽⁴⁾⁽⁵⁾を表している。管摩擦係数比はディーン数の増加につれて層流線に沿

(a) $R_c/a=17.3$ (PAA)

(b) $R_c/a=30.9$ (CMC)

(d) $R_c/a=88.6$ (CMC)

(c) $R_c/a=56.7$ (PAA)

(e) $R_c/a=130.6$ (PAA)

図3 曲り円管の管摩擦係数比

って増加し、乱流へと遷移する。遷移は曲率半径比 R_c/a , R_c/d が小さくなるにつれて、すなわち曲りが強くなるにつれて遅れるが、ある曲率半径比のデータにおいて、実験値が層流線よりはずれ始める点のディーン数はべき指数 n によらずほぼ同じである。遷移直後のデータは、層流線よりはずれて徐々に大きくなるが、ディーン数が増えるにつれて係数比は大きく増加し始める。遷移後の管摩擦係数比は、曲率半径比だけでなくべき指数によっても異なるが、いずれの場合も係数比は、ディーン数の増加とともにニュートン流体 (n

$=1$: 水) の結果を示す実線とほぼ平行に増加していく。

上述のように、乱流管摩擦係数が擬塑性流体でもニュートン流体でも類似の挙動を示すことを考慮して、ニュートン流体の曲り管内乱流の整理に用いられる無次元数 $Re(a/R_c)^2$, $Re(d/R_c)^2$ を用いて擬塑性流体の結果を整理してみる。図5, 6はその結果で、べき指数 n ごとに曲率半径比 R_c/a , R_c/d をパラメータとして整理してある。図5, 6中の破線はニュートン流体 ($n=1$) の乱流線⁽⁴⁾⁽⁵⁾である。あるべき指数のデータをみれば、 $Re(a/R_c)^2$ あるいは $Re(d/R_c)^2$ の増加につれて $\lambda_c \sqrt{R_c/a}$ あるいは $\lambda_c \sqrt{R_c/d}$ の結果は、層流域では曲率半径比ごとに別々の曲線にそって小さくなるが、ニュートン流体の乱流線、すなわち破線を過ぎるとやがてどの曲率半径比の結果も破線とほぼ平行な1本の実線に収れんし、その後実線に沿って減少する。この実線は、べき指数 n が1よりも小さくなるにつれて低くなるが、上述の乱流管摩擦係数の特徴はどのべき指数の結果にも現れている。このべき乗則流体の乱流管摩擦係数は、曲り円管では、

(a) $R_c/d=5.8$ (PAA) (b) $R_c/d=12.1$ (CMC) (d) $R_c/d=36.7$ (CMC) (c) $R_c/d=24.7$ (PAA) (e) $R_c/d=49.0$ (PAA)

図4 曲り正方形管の管摩擦係数比

(a) $n=0.99$ (CMC) (a) $n=0.99$ (CMC) (b) $n=0.96$ (PAA) (b) $n=0.96$ (PAA) (c) $n=0.91$ (CMC) (c) $n=0.91$ (CMC) (d) $n=0.84$ (PAA) (d) $n=0.85$ (PAA)

図 5 曲り円管の管摩擦係数

図 6 曲り正方形管の管摩擦係数

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{ct} &= f(n) \left(\frac{R_c}{a} \right)^{-0.10} R_e^{-0.20} \\ f(n) &= 0.0395 \left(\frac{2}{n} + 6 \right)^n (2.0 - n)^{-1.2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3 \cdot a)$$

$$17.3 \leq R_c/a \leq 130.6$$

曲り正方形管では,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{ct} &= f(n) \left(\frac{R_c}{d} \right)^{-0.04} R_e^{-0.23} \\ f(n) &= 0.505 \left(\frac{1.73}{n} + 5.86 \right)^n (2.0 - n)^{-1.2} \end{aligned} \right\} (3 \cdot b)$$

$$5.8 \leq R_c/d \leq 49.0$$

なる実験式で近似される。図7, 8に上式と実験結果の比較を示す。式(3・a), (3・b)に示すように、乱流管摩擦係数は曲り円管と曲り正方形管では曲率半径比およびレイノルズ数に対する依存性が異なっているが、それらへの依存性がべき指数によって変化せず、ニュ

ートン流体と同じである。

式(3・a), (3・b)の適用範囲を明示するために、臨界レイノルズ数について検討してみる。図3, 4に示す実験結果について指摘したように、臨界レイノルズ数は曲率半径比により顕著に変化するが、べき指数による影響は小さい。ある曲率半径比のデータについてみれば、層流線よりはずれ始める点のレイノルズ数 Re_{cl} はべき指数によらずほぼ同じで、

$$Re_{cl} = 2.0 \times 10^4 \times \left(\frac{a}{R_c} \right)^{0.32} \quad (\text{円管}) \dots\dots (4 \cdot a)$$

$$= 2.2 \times 10^4 \times \left(\frac{d}{R_c} \right)^{0.56} \quad (\text{正方形管}) \dots (4 \cdot b)$$

であるが、それ以後式(3・a), (3・b)に示す乱流線に載るまでの遷移領域は、溶液濃度が濃くなるにつれて、すなわちべき指数 n が小さくなるにつれて長くなる

図7 曲り円管の乱流管摩擦係数

図8 曲り正方形管の乱流管摩擦係数

図9 曲り円管の臨界レイノルズ数

傾向がみられる。乱流線に載り始める点のレイノルズ数 Re_{c2} を整理した結果を図9, 10に示す。図9, 10中の破線は式(4・a), (4・b)で表されるレイノルズ数 Re_{c1} を示している。図9, 10に示すように、レイノルズ数 Re_{c1} , Re_{c2} はともに曲りが強くなるにつれて大きくなる。また、 Re_{c2} はべき指数が小さくなるにつれて大きくなる。このレイノルズ数 Re_{c2} よりも大きい領域で、式(3・a), (3・b)は乱流管摩擦係数をよく近似する。

5. 結 論

擬塑性流体の円形および正方形断面を有する曲り管内流れについて、曲り円管では最大レイノルズ数 $Re = 6 \times 10^4$ 、曲率半径比 $R_c/a = 17.3 \sim 130.6$ 、曲り正方形管では最大レイノルズ数 $Re = 7 \times 10^4$ 、曲率半径比 $R_c/d = 5.8 \sim 49.0$ の範囲で、乱流管摩擦係数の測定を行い、次のような結論を得た。

(1) 擬塑性流体の乱流管摩擦係数は、円管・正方形管ともに、べき指数 n が小さくなるにつれて小さくなる。また、曲率半径比 R_c/a , R_c/d が小さくなるにつれて、すなわち曲りが強くなるにつれて乱流管摩擦係数は大きくなる。しかし、正方形管の乱流管摩擦係数

図10 曲り正方形管の臨界レイノルズ数

は、円管の場合ほど曲率半径比の影響を受けない。

(2) 円管と正方形管とは、乱流管摩擦係数に及ぼすレイノルズ数 Re および曲がりの影響に微妙な相違がみられるものの、両者の乱流管摩擦係数はかなり類似した挙動を示す。両者の乱流管摩擦係数は、 $Re(a/R_c)^2$ あるいは $Re(d/R_c)^2$ を用いれば1本の線で整理でき〔式(3・a), (3・b)〕、この無次元数の増加につれて乱流管摩擦係数は減少する。

(3) 円管・正方形管ではともに、曲率半径比が小さくなるにつれて臨界レイノルズ数は大きくなり、乱流への遷移は遅れる。また、層流から遷移するレイノルズ数に及ぼすべき指数の影響は陽に現れないが、遷移領域はべき指数が小さくなるにつれて大きくなる。

文 献

- (1) 例えば、高見・須藤・富田、機論、52-475, B (昭61), 1228; 1235.
- (2) 横山・富田、機論、51-470, B (昭60), 3348.
- (3) Wheeler, J. A. and Wissler, E. H., *AIChE J.*, 11-2 (1965), 207; 212.
- (4) Ito, H., *Trans. ASME, Ser. D*, 81 (1959), 123.
- (5) 内田・小泉、機論、45-399 (昭54), 1708.

討 論

〔質問〕 加藤 宏〔東京都立大学工学部〕

(1) PAA 溶液を擬塑性流体としておられるが、とくに乱流域ではいかがか。貴実験の PAA 濃度範囲での直円管における抵抗減少についてのデータがあればお教えいただきたい。

(2) 表3, 4に示される n, K 値のずり速度領域と曲がり管内流動(とくに、乱流実験)時のずり速度領域とは同じか。

〔回答〕 (1) 横軸に直円管の修正レイノルズ数

$$Re^* = 8 \left\{ \frac{n}{2(3n+1)} \right\}^n \cdot Re$$

をとり、縦軸に溶媒のみの管摩擦係数 $\lambda_{sv} (= 0.316 \times Re^{*-0.25})$ を用いて定義される抵抗減少率(付1)~(付3)

$$DR = \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{sv}} \right) \times 100 \quad [\%]$$

をとって整理した結果を付図1(a)~(c)に示す。図

付図 1 直円管の抵抗減少率

中の実線は Shaver & Merrill (付4)が CMC を用いて求めた実験式である。

(2) 表3, 4に示す n, K 値は直円管の層流域で決定したもので、乱流域のずり速度とは異なる。

〔質問〕 立花 規 良〔福井大学工学部〕

(1) 曲り管の曲りのパラメータとして、円管で

R_c/a , 正方形管で R_c/d を使用されていますが、水力直径の定義 $d=2d_1d_2/(d_1+d_2)$ を円管に適用すれば $d=2a$ となる。そこで、円管で $R_c/(2a)$ あるいは正方形管で $R_c/(d/2)$ とするほうが、パラメータとしての統一がとれるのではないかと。

(2) べき乗規流体の乱流管摩擦係数の実験式(3)の適用域を規定するレイノルズ数 Re_{c2} について、その定式化が可能のように思われる〔特に、円管の場合…図9… $Re_{c2}=f(n, R_c/a, Re > Re_{c2})$ 〕。ご見解はいかがでしょうか。

〔回答〕 (1) Dean による曲り円管(付5)(付6)および曲り長方形管(付7)の研究以後、曲りのパラメータとして、円管の場合 R_c/a , 正方形管の場合 R_c/d が慣用されている。そこで、本論文でも $R_c/a, R_c/d$ を採用した。

(2) ご指摘のとおりだが、よい近似式が見いだせないこと、円管と正方形管とではべき指数および曲がり効果が異なっていることなどから、現在のところ定式化するまでには至っていない。

- (付1) Lumley, J. L., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1 (1969), 367.
- (付2) Hoyt, J. W., *Trans. ASME, J. Basic. Eng.*, 94 (1972), 259.
- (付3) Felsen, I. M. and Smith, T. G., *AIChE Symp. Ser.*, No. 130, 69 (1973), 58.
- (付4) Shaver, R. G. and Merrill, E. W., *AIChE J.*, 5 (1959), 181.
- (付5) Dean, W. R., *Philos. Mag.*, 4 (1927), 208.
- (付6) Dean, W. R., *Philos. Mag.*, 5 (1928), 673.
- (付7) Dean, W. R., *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A 121 (1928), 402.