低レイノルズ数二次元クエット乱流の Large Eddy Simulation による数値解析

狩野 正徳**, 小林 敏雄**

Numerical Analysis of Turbulent Plane Couette Flow at Low Reynolds Number by Large Eddy Simulation

Masanori KANO and Toshio KOBAYASHI

Large Eddy Simulation, which is one of the most promising approaches to the analysis of turbulent transport phenomena, is applied to turbulence plane Couette flow. The number of computational grid points is $30 \times 30 \times 25$, and the Reynolds number, based on the wall speed and the wall distance, is 1.5×10^4 . Mean velocity profiles and turbulence statistics are calculated and compared with available experimental results. Furthermore, the effects of the Smagorinsky constant on the micro-structures of turbulence and spanwise spacings of the streaks are discussed.

Key Words: Turbulence, Couette Flow, Numerical Simulation, Large Eddy Simulation, Smagorinsky Model

1. ま え が き

電子計算機の急速な進歩に伴い、乱流現象の解明においても数値計算が重要な手段の一つになりつつある。しかしながら、乱流現象は散逸スケールから平均流スケールに至るまで、非常に広範囲のスペクトル分布を有しているため、これらをすべて繰り込んだ計算を行うことはスーパーコンピュータによっても不可能である。そこであるスケール以下の乱れを切り落とすモデル化が必要になる。Large Eddy Simulation (LES) はこのようなモデルの一つで、切り落とすスケールが差分格子程度であるため比較的普遍性が高い方法である。この方法においては流れ場が Grid スケールの流れ場と Subgrid スケールとに分けて考えられ、前者は Navier-Stokes の方程式を適用することによって実際に計算され、後者は通常、単純な Smagorinsky モデルなどでモデル化される。さて、LES は二次元チャネル流れに関し Deardorff⁽¹⁾ によって先駆的な仕事が行われ、最近では壁面近傍の乱流構造が詳しく調べられてきている⁽²⁾。もちろん、数値計算と並行して実験に

よっても壁面近傍の乱流構造が定量的に詳しく調べられつつあり、その一つの象徴的現象として Streak の存在が知られてきている⁽³⁾。Streak は、平均流速のこう配によって生じるスパン方向に軸をもつ渦度が三次元的に変形し、主流方向の渦度を発生させ、これが連続の式とからみ合ってスパン方向に交互に並んだもので、境界層内層においてのみ顕著に現れる。Streak は乱流エネルギーの生産に大きく寄与し、壁面乱流においては極めて重要な現象である。しかし、

(1) Streak のスパン方向の平均幅は流れごとに異なる可能性がある。

(2) Streak はランダムに存在している。

(3) 渦度の分布が Streak の発生に大きな役割を演じる。

など定性的な記述が多く、Streak の構造はまだ明らかでない。この構造を知るための詳しい情報は実験で求めることが難しく、LES が有望視されている⁽⁴⁾。

ところで、LES は二次元チャネル流れのような単純な境界をもつ流れ場のほかに、比較的複雑な境界をもつ流れにも適用されている。著者らは既にく形状乱流促進体をもつ二次元チャネル流れに LES を適用し $k-\epsilon$ モデルによる計算結果および実測値との対比によって LES がはく離を伴う流れ場の解析に有効であろう

* 昭和61年11月24日 関西支部第246回講演会において講演、原稿受付 昭和61年4月30日。

** 正員、東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)。

ことを調べている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

本研究においては、低レイノルズ数領域の二次元クエット乱流について、Subgrid スケールの乱流モデルにおける Smagorinsky 定数および Leonard 項・Cross 項の有無が平均流速、乱れの統計量、乱流構造、Streak のスパン方向平均幅に及ぼす影響を調べ、LES についての基礎的な資料の蓄積に寄与することを目的としている。

2. 基礎式

LES においては物理量 f は

$$f = \bar{f} + f' \quad \dots\dots\dots (1)$$

のように分解される。ここに、 $\bar{f}$ は Grid スケールの流れ場における成分、 f' は Subgrid スケールの流れ場における成分である。Grid スケールの流れ場に対するフィルタ関数としては Gaussian 形のフィルタ関数

$$G_i(x_i, x'_i) = \left(\frac{6}{\pi \Delta_i^2} \right)^{1/2} \exp \left\{ -6 \frac{(x_i - x'_i)^2}{\Delta_i^2} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

を用いる。ここに、 Δ_i は x_i 方向フィルタ幅でここでは x_i 方向の格子幅と一致させており、また和の規約をあてはめないものとする。このフィルタ関数を流れ場全領域に作用させることにより、Grid スケールの流れ場が次のように定義される。

$$\bar{f}(x_1, x_2, x_3) = \int_{D_i=1}^3 G_i(x_i, x'_i) \times f(x'_1, x'_2, x'_3) dx'_1 dx'_2 dx'_3 \dots\dots\dots (3)$$

計算対象流れ場は図1に示すように上壁平面とそれに平行な下壁平面とからなり、上壁がその面内で一定速度 U で移動するものとする。座標系としては上壁の移動する方向に x_1 軸、上下壁と垂直に x_2 軸、スパン方向に x_3 軸を選ぶ。流れは非圧縮性の流れとし、流速 u_i

図1 モデル流路

を U 、座標 x_i をチャネル幅 L 、時間 t を L/U 、圧力 p を ρU^2 (ρ : 流体密度) で無次元化する。運動方程式および連続の式に式(3)で表されるフィルタ操作を施すと

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} L_{Eij} - \frac{\partial}{\partial x_j} C_{Rij} - \frac{\partial}{\partial x_j} R_{Eij} + \frac{1}{4R_e} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここに圧力 $\bar{P}$ は $\bar{p}$ に乱流圧力を加えたものであり、また R_e は Reynolds 数 $= UL/(4\nu)$ (ν : 動粘性係数) である。式(4)中の L_{Eij} 、 C_{Rij} 、 R_{Eij} はそれぞれ Leonard 項、Cross 項、Reynolds 項と呼ばれ

$$\left. \begin{aligned} L_{Eij} &= \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \\ C_{Rij} &= \bar{u}_i \bar{u}'_j + \bar{u}'_i \bar{u}_j \\ R_{Eij} &= \bar{u}'_i \bar{u}'_j - \delta_{ij} \bar{u}'_i \bar{u}'_i / 3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

で定義され、次のようにモデル化されることが多い。

$$L_{Eij} = \frac{\Delta_k^2}{24} \frac{\partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_k \partial x_k} \dots\dots\dots (7)$$

$$C_{Rij} = - \frac{\Delta_k^2}{24} \bar{u}_i \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\Delta_k^2}{24} \bar{u}_j \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{Eij} &= -2K \zeta_{ij} \\ K &= (C\Delta)^2 [2\zeta_{ij} \zeta_{ij}]^{1/2} \\ \zeta_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに Δ は Subgrid スケールの代表長さで

$$\Delta^2 = \frac{1}{3} (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

で定義する。式(7)、(8)の L_{Eij} および C_{Rij} は無視されることも多いが、本報では考慮する。式(9)の R_{Eij} が Subgrid スケールの流れを表す項であり、 c は Smagorinsky 定数である。

3. 計算方法と境界条件

基礎方程式(4)~(9)を差分方程式群に変換し連立させて解く。差分計算は空間的に中心差分スキーム、時間的には Adams-Bashforth スキームを用い、流速は格子面の中央で、圧力および拡散係数 K は格子空間の中央において定義し、SMAC 法に基づいた手順で行う。

計算領域は主流方向に $3L$ 、壁に垂直方向に L 、スパン方向に L をとり、この直方体領域を $30 \times 30 \times 25$ に分割する。この計算領域は二次元チャネル流れにおける2点相関の実測値が十分小さくなる距離を目安に選定したものである。格子分割が十分小さくとれないような場合、 x_1 方向および x_3 方向に擬似スペクトル法⁽⁴⁾を採用することも一方法であるが、ここでは三次

元境界形状をもつ流れ場の数値予測を目標としているため擬似スペクトル法を採用していない。

初期条件としては計算時間の節約を図るため、また、十分発達した乱流を計算しようとしているため、平均流速の実測値⁽⁷⁾に、 x_1 方向に $0.032U$ 、 x_2, x_3 方向に $0.016U$ の一様乱数を加えた値を与える。

境界条件としては壁面でNo-Slip条件を、流入・流出面およびスパン方向にCyclic条件を与えている。

SMAC法における反復計算での収束条件は

$$\max \left[\left| \text{dif} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \right| \right]_M < 0.001 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに $\text{dif}(\partial \bar{u}_i / \partial x_i)$ は $\partial \bar{u}_i / \partial x_i$ の差分式を表す。計算は表1に示すように4ケースを行っている。すなわち、Smagorinsky定数を3種に変化させ、併せてLeonard項・Cross項の有無の影響を調べる。計算は東京大学大型計算機センターS-810によった。1タイムステップ当たりのCPU時間はケースI、IIで約1.4s、ケースIIIで約1.0s、ケースIVで約1.2sである。計算Reynolds数は $Re = 3.75 \times 10^3$ である。

表1 計算条件

	The Number of Grids	dt	Grid Points	Smagorinsky Constant
Case I	30×30×25	0.002	Uniform	$c=0.1$
Case II	30×30×25	0.002	Uniform	$c=0.05$
Case III	30×30×25	0.002	Uniform	$c=0.0, LE_1=0.0$
Case IV	30×30×25	0.002	Uniform	$c=0.1, LE_1=0.0$

図2 平均流速分布

図3 壁座標で表した平均流速分布

4. 計算結果および考察

計算は初期状態から十分定常に達するまで進められる。定常状態の判定は x_1 - x_3 での空間平均操作によって得られた平均流速および乱れ強さが時間ステップによらないことによって行っている。表1の各ケースにおいてはほぼ2500ステップで定常状態に達しており、計算はそれぞれ、3000、4000、4000、3000ステップで打ち切っている。計算によって得られた流速は瞬時の局所値であるため、統計平均量を求める必要がある。ここでは空間平均操作によって平均量を求めることにし、 x_1 - x_3 面での空間平均量を $\langle \dots \rangle$ で表すことにする。

4.1 平均流速分布 図2にケースI～IIIの主流方向平均流速 $\langle u_1 \rangle$ の x_2 方向分布を示す。比較のためにRobertsonら⁽⁷⁾およびBurtonら⁽⁸⁾の実測値も併せて示してあるが、図2から

- (1) 計算結果は実測値と良く一致していること。
- (2) 定数 c の影響はほとんどみられないこと。

がわかる。

図3に下壁面(静止壁)側の平均流速を摩擦速度 u^* (ここでは $u^* = 2.37 \times 10^{-2}$)によって無次元化した分布を示す。横軸は壁座標 $x_2^+ = u^* x_2 / \nu$ 、また図3中の二つの実線はそれぞれ平板乱流境界層における粘性底層および対数領域での半実験曲線を表している。図3より計算結果はRobertsonらのクエット流れに対する実測値($Re = 7.05 \times 10^3$)や二次元チャンネル流れに対するEckelmannの実測値⁽⁹⁾($Re = 5.6 \times 10^3$)、Patelらの実測値⁽¹⁰⁾($Re = 1.84 \times 10^3$)と良く一致し、クエット流れにおいても対数領域の存在することがわかる。このことからクエット流れにおいてもStreakや馬てい渦という壁面乱流特有の現象の現れることが予想される。図3中の三宅らのクエット流れの計算結果⁽¹¹⁾は本計算結果と異なるが、これは前者が遷移領域の流れ($Re = 1.25 \times 10^3$)であるためであろう。

4.2 乱れの分布 乱れを瞬間局所流速の x_1 - x_3 面での空間平均流速からの変動分として次のように定義する。

$$u_i' = u_i - \langle u_i \rangle \quad \dots\dots\dots (12)$$

図4(a)にケースI～IIIの主流方向乱れ u_1' のRMS値を、図4(b)にケースIII($c=0$)の3方向乱れのRMS値を示す。図4(a)には比較のためにRobertsonら⁽⁷⁾、Burtonら⁽⁸⁾のクエット流れに対する実測値およびMoinらの二次元チャンネル流れに対する計算値⁽²⁾($Re = 1.38 \times 10^4$)も併せて示してある。二次元チャンネル流れでは流路中央部分の乱れは低くなる傾

向にあるが、二次元クエット流れでは図4(a)の実測値に示すように壁面近傍を除き流路の大部分ではほぼ一様になっており、計算結果はこの傾向を記述できている。しかし、定量的には本計算結果は実測値より著しく小さい。この原因としては本計算において流れ場の分割が十分でないこと、差分格子が立方体でないことなどが考えられるが、現段階では明らかではない。また図4(a)には Smagorinsky 定数 c を変化させた場合の結果を示しているが、その影響は壁面付近で顕著となり、定数を小さくすると乱れが大きくなる傾向を示す。これは図4中ケース I について示してあるように、乱れに Subgrid スケールの成分 $\overline{u_i'^2}^{1/2}$ が比較的大きく貢献しているためであろうと思われる。また図4(b)の乱れの3成分の計算結果からは壁面近傍で乱れの非等方性が大きくチャンネル中央付近では比較的等方的であることがわかる。

4.3 Leonard 項および Cross 項の大きさの評価

LES においては N-S 方程式にフィルタを施すが、前述のように非線形項の存在のために Leonard 項および Cross 項と呼ばれる項が現れる。一般にこれらの項は Reynolds 項と比較して小さいといわれており、これらの項を事実上省略した計算例も多い⁽¹⁾⁽⁴⁾。ここではこれらの項の大きさを評価してみる。

図5にケース I について Leonard 項と Cross 項の和と Reynolds 項の x_1 - x_3 面での空間平均値を比較した結果を示す。ここに、 RE_i は Reynolds 項、 LE_i は Leonard 項と Cross 項を加えたもので式(4)に

おいて

$$\left. \begin{aligned} RE_i &= -\frac{\partial}{\partial x_j} R_{Eij} \\ LE_i &= -\frac{\partial}{\partial x_j} L_{Eij} - \frac{\partial}{\partial x_j} C_{Rij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

図5では特に支配的な項のみを取り上げ、他の項は省略した。図5において壁面近傍で Reynolds 項の役割が大きいことが示されている。4.2節で乱れの分布に Smagorinsky 定数 c の影響が壁面近傍で顕著に現れたのはこのことに起因している。Leonard 項および Cross 項は Reynolds の仮定のもとでは、すなわちフィルタ幅が十分大きくフィルタ操作が平均流と乱れを分離する操作と一致する場合には消滅する項であるが、LES におけるようにフィルタ幅が差分格子程度に小さい場合にはフィルタをかけた流れ場が変動し Leonard 項や Cross 項が現れる。したがって乱れが大きいくほど、差分格子を細かくするほどこれらの項は大きくなる性質をもっている。図5においても乱れの大きい壁面近傍で Leonard 項および Cross 項の寄与が大きくなっている。

図6に Leonard 項・Cross 項を考慮した場合の主流方向乱れの RMS 値の計算結果と無視した場合のそれとの比較を示す。これらの項の影響は壁面近傍に限定的に現れる。

(a) 主流方向乱れ分布の実測値との比較

(b) 乱れの3成分(計算値)

図4 乱れの分布

図5 Leonard 項および Cross 項と Reynolds 項との比較

図6 乱れの分布の比較

4.4 エネルギーバランス Grid スケールの乱流エネルギー式は、空間平均量が x_2 のみに依存することを考慮することにより、次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle k \rangle = & -\frac{\partial}{\partial x_2} \langle \bar{u}_2' k \rangle - \langle \bar{u}_1' \bar{u}_2' \rangle \frac{\partial}{\partial x_2} \langle \bar{u}_1 \rangle \\ & - \left\langle \left(K + \frac{1}{4R_e} \right) \frac{\partial \bar{u}_1'}{\partial x_1} \frac{\partial \bar{u}_1'}{\partial x_1} \right\rangle \\ & - \left\langle \bar{u}_1' \frac{\partial \bar{P}'}{\partial x_1} \right\rangle + \frac{\partial}{\partial x_2} \left\langle \left(K + \frac{1}{4R_e} \right) \frac{\partial k}{\partial x_2} \right\rangle \cdots (14) \end{aligned}$$

右辺は第1項から順に乱流拡散、乱流生産、散逸、流速-圧力こう配、粘性拡散を表している。図7にケースI ($c=0.1$)、III ($c=0$) について下壁面側におけるエネルギーバランス式の各項の計算結果を示す。結果は摩擦速度 u^* によって無次元化してある。図7は、

(1) 乱流生産と散逸の項が支配的なこと、および壁面近傍では粘性拡散の寄与も大きいことなどクエット流れが壁面乱流と類似の性質をもつこと。

(2) 両計算結果ともに $x_2^+ \geq 29.2$ において Grid スケールの乱流エネルギーはほぼバランスしているが、 $x_2^+ < 29.2$ においてはバランスが崩れていてエネルギーの生産が大きすぎることを示している。

図7 Grid スケールの乱流エネルギーバランス

図8 主流方向の乱れの等高線 (実線は $u_1' \geq 0$, 破線は $u_1' < 0$, 等高線の間隔: 0.01)

(3) 壁面に近い領域で定数 c の影響が大きく現れること。

(4) その影響はすべての項に同じように現れ、定数 c を小さくすると大きくなることを示している。

4.5 乱れの局所構造の検討 Smagorinsky 定数が乱れの平均量に影響を与えることを4.2~4.4節で示唆したが、ここでは乱れの局所的な構造に及ぼす影響について検討する。図8にケースI、IIIについて一例として $x_3=0.08$ における x_1 - x_2 面での u_1' の等高線を示す。図8では正の値を実線で、負の値を破線で示している。チャンネル中央部においては両ケースの乱れの構造には大きな差異は認められないケースIIIの等高線は壁面付近においてケースIの等高線より密になっており、また x_1 方向に引伸されている。すなわち、Smagorinsky 定数を小さくすると壁面付近で乱れの異方性を助長することがわかる。

図9にケースIIIについて $x_2^+=5.94, 101$ における、 x_1 - x_3 面での u_1' の等高線を示す。壁面近傍 ($x_2^+=5.94$) においては x_1 方向に伸びた高速流体部分 ($u_1' > 0$) と低速流体部分 ($u_1' < 0$) とがスパン方向に交互に並んだ Streak が明らかに認められるが、 $x_2^+=101$ においてはこの構造は明確でなくなりクエット流れが壁面乱流と同じ局所構造をもつことが予想される。

次に x_1 - x_3 面内の u_1' に対するスパン方向 (x_3 方向) 2点相関関数を

$$R_{11}(x_2, r_3) = \frac{\langle u_1'(x_1, x_2, x_3) \cdot u_1'(x_1, x_2, x_3 + r_3) \rangle}{\langle u_1'^2(x_1, x_2, x_3) \rangle} \cdots (15)$$

によって定義し、これから Streak のスパン方向の幅を求める。図10に x_2^+ 方向の3点における $R_{11}(x_2^+)$ を求める。

図9 主流方向の乱れの等高線 (Case III)

図 10 主流方向乱れの 2 点相関関数

図 11 Streak のスパン方向平均間隔

r_3^* の分布を示す。図 10 において $R_{11}(x_2^*=5.94, r_3^*)$ の最小値は $r_3^*=28.5$ に位置しており、これは低速流体と高速流体とのスパン方向の平均幅を表している。したがって粘性底層での Streak のスパン方向幅 λ^+ は 57.0 ということになる。また、壁面から離れるにしたがい相関関数の減衰はなだらかになっており、それにつれて λ^+ が大きくなることを示している。図 11 にケース I, III, IV について 2 点相関関数から求めた λ^+ の x_2 方向分布を平板乱流境界層における可視化実測値⁽¹²⁾と併せて示す。計算結果と実測値は定量的には差はあるが、 x_2^* の増加とともに λ^+ も増加するという同じ傾向をもつことを示している。

図 12 に壁面近傍 ($x_2^*=5.94$) で u_1 が概略最大となりスパン方向に並んだ Streak の隣り合う二つの中間に位置すると思われる点 ($x_3^*\sim 29$) を含む x_1 - x_2 面における渦度の x_1 方向成分 ω_1

$$\omega_1 = \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \quad \dots\dots\dots (16)$$

を示す。図 12 において ω_1 の等高線は x_1 方向平均流速のこう配の影響を受けてある一定方向に伸ばされており、その方向は壁面に対して傾いているようにみえる。この傾向は特に両壁面付近において顕著で、その傾き角を図 12 から求めてみると $x_2^*=5.94\sim 41.6$ において $10\sim 30^\circ$ となる。Moin ら⁽¹³⁾は二次元チャネル流れでこの傾き角を 45° としており、本計算結果はこの値とは異なるがクエット流れにおいても壁面付近に馬蹄渦が存在することを示しているものと思われる。

図 13 に $x_2=0.117$ における u_1' の x_1 方向に沿った

図 12 等渦度線 ($x_2^*=29$, 等高線の間隔: 0.5)

図 13 エネルギースペクトル分布

エネルギースペクトル $s(u_1')(\langle u_1'^2 \rangle = \int s(u_1') dk_1$; 波数の x_1 方向成分) を示す。図 13 中の直線は局所等方性理論によって求められるスペクトルのこう配である。図 13 において、ケース I と III を比較すると、分布形状には相違はないが後者のほうが大きくなっている。また、ケース I と IV のエネルギースペクトルはほとんど一致している。このことはケース I と III を比較することにより、

(1) Smagorinsky 定数を小さくすると乱れが大きくなり、乱れのエネルギースペクトルも大きくなること。

(2) Smagorinsky 定数は広範囲のスケールの乱れに同等に影響を与えること。

およびケース I と IV を比較することにより

(3) Leonard 項・Cross 項の有無の影響は小さいこと。

を示している。

5. ま と め

二次元クエット乱流に LES 計算法を適用し、Smagorinsky 定数、Leonard 項および Cross 項の有無が平均流速、乱れ、乱れの構造に及ぼす影響について調べ、次の結論を得た。

(1) LES は平均流速の分布をよく表現すること

ができ、またクエット流れに特徴的な流路中央部での乱れ分布の一様性を記述できる。

(2) Smagorinsky 定数の影響は平均流速に対しては小さいが、乱れに対しては大きく現れ、定数を小さくすると乱れが大きくなる。

(3) Leonard 項および Cross 項の有無の平均流速および乱れに及ぼす影響は小さく、このような流れ場ではこれらの項を無視することが可能と思われる。

(4) 2 点相関関数から求められた Streak のスパン方向平均幅は可視化実測値とよく一致した傾向を示す。

(5) 渦度の x_1 方向成分の等高線はある一定方向に伸ばされており、その方向は壁面に対し傾いている。この傾向は壁面近傍で著しく、本報の計算条件ではその傾き角は $10 \sim 30^\circ$ 程度である。

文 献

- (1) Deardorff, J. W., *J. Fluid Mech.*, 41-2 (1970), 453.
- (2) Moin, P. and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, 118 (1982), 341.
- (3) Kline, S. J., ほか 3 名, *J. Fluid Mech.*, 30-4 (1967), 741.
- (4) Horiuti, K., *J. Phys. Soc. Jpn.*, 54-8 (1985), 2855.
- (5) Kobayashi, T., ほか 2 名, *Bull. JSME*, 27-231 (1984), 1893.
- (6) Kobayashi, T., ほか 3 名, *Bull. JSME*, 28-246 (1985), 2940.
- (7) Robertson, J. M. and Johnson, H. F., *Proc. Am. Soc. Civ. Eng., J. Eng. Mech. Div.*, 96-EM6 (1970), 1171.
- (8) Burton, R. A. and Carper, H. J., *Trans. ASME, Ser. F.* 89-3 (1967), 381.
- (9) Eckelmann, H., *Mitt. Max-Planck Inst. für Strömungsforshung*, No. 48 (1970), 1.
- (10) Patel, V. C. and Head, M. R., *J. Fluid Mech.*, 38-1 (1969), 181.
- (11) 三宅・ほか 2 名, 機論, 機論, 52-482, B (昭 61), 3460.
- (12) Smith, C. R. and Metzler, S. P., *J. Fluid Mech.*, 129 (1983), 27.
- (13) Moin, P. and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, 155 (1985), 441.

討 論

〔質問〕 大宮司 久 明〔東北大学工学部〕

Smagorinsky 定数 c は SGS の乱れの大きさを表す定数だから、常識的には c 大のときに全体の乱れも大きくなるのではないと思われる。まとめの(2)などではこれが逆に小さくなっているが、その理由を簡単に説明していただきたい。これに関連して、式(12)で乱れの成分 u_i'' を計算されたときに $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ の u_i' はどのように求められたのか、いいかえれば SGS の乱れは u_i'' の中にどのように含められたのかをお伺いしたい。

〔回答〕 SGS レイノルズ応力項に関して本報で用いている Smagorinsky モデルはこう配拡散形をしており、分子拡散項と同じ形をしている。すなわち式(9)のうず拡散係数 K は分子動粘性係数 ν と同様に乱れのエネルギーを吸収する働きをもつ。今、定数 c を小さくすると式(9)から K は小さくなり乱れのエネルギーを吸収する作用が小さくなる。したがって Grid スケールの乱れは大きくなる。一方、 K を小さくすることにより式(9)から SGS レイノルズ応力項は小さくなる。しかしながら、図 4(a)に示すように SGS レイノルズ応力項は Grid スケールの乱れに比べて小さい。結局、定数 c を小さくすると Grid スケールの乱れの増加が卓越し、乱れ全体の増加をもたらすものと思われる。

本報では $c=0$ としたいわば直接計算にあたる計算

も行っている(case III)。このときには $u_i' = 0$ となることもあって式(12)のような表現を用いたが、ご指摘のように乱れの計算において u_i'' の中に u_i' は含んでいない。したがって式(12)は $\bar{u}_i'' = \bar{u}_i - \langle \bar{u}_i \rangle$ と表現したほうが正確である。

〔質問〕 佐野 正 利〔小山工業高等専門学校〕

(1) 壁面乱流の壁面近傍では、生産項と散逸項とはほぼバランスするといわれているが、図 7 の結果では散逸項に比較して生産項がかなり大きくなっている。これは低レイノルズ数クエット乱流に特有の現象なのか、あるいは LES に問題があるのか。

(2) $k-\epsilon$ モデルなどの乱流モデルにおいても、モデルの中に含まれる定数の値の普遍性が問題になることが多い。貴論文では Smagorinsky 定数 c の値を 3 種類変えているが、種々の流れに適用できるような普遍性の高い c の値は存在すると考えてよいのか。

〔回答〕 (1) 本報の計算結果から低レイノルズ数クエット乱流は壁面乱流の性質をもつ。このことから式(14)の右辺は零となりエネルギーバランスが成立すべきである。したがって、ご指摘のことは低レイノルズ数クエット流れ特有の現象ではない。また LES に原因があるとも考えられない。散逸項より生産項のほうが大きい傾向が壁面近傍のみに現れていること、本報では壁面近傍で格子が十分細かく切れていない可能性などから推定し、結局この原因は差分誤

差にあるものと思われる。

(2) 本報では低レイノルズ数流れ場における Smagorinsky モデルの妥当性についての一考察を行ったが、LES を適用した計算例はまだまだ少なく、モデ

ル定数の普遍性に関しては現状では解答はだせない。平均流速に限っていえば安定した計算ができる範囲内で Smagorinsky 定数の選び方によるその結果への影響は極めて少ないことを経験している。