過渡的な加速度流れにおける非定常揚力特性*

大上 芳文**, 赤松 映明***

Characteristics of Unsteady Lift in Transitional Accelerated Flow

Yoshifumi OHGAMI and Teruaki AKAMATSU

Characteristics of unsteady lift in transitional accelerated flow are studied theoretically and experimentally. A theoretical method for an unsteady force acting on arbitrary-shaped airfoils in two-dimensional potential flow is presented. With this method, the force due to the apparent mass, initial lift and drag of initial response are obtained analytically and the force due to the wake vortex is calculated by the discrete vortex method. A numerical study shows that unsteady lift in a transitional accelerated flow is mainly characterized by a Strouhal number as in an oscillating flow.

An experimental study was also done to verify this.

Key Words: Unsteady Flow, Unsteady Lift, Transitional Accelerated Flow, Arbitrary-Shaped Airfoils, Discrete Vortex Method, Strouhal Number

1. 緒 言

二次元非圧縮非粘性流において、翼が静止状態から急に動き始める場合の過渡的な非定常揚力を求める問題は、古くは平板翼について Wagner⁽¹⁾, Kármán-Sears⁽²⁾らによって解析的に扱われ、現在では計算機の発達に伴い古典的な解析の際に仮定した薄翼、小迎角、後流渦の巻き込みはないなどの条件にとらわれずに、さまざまな翼や物体が扱われている^{(4)~(13)}。

しかし、計算の対象とされるのは単位ステップ運動やガストへの突入での応答揚力、あるいは後流渦の発達に伴う周期的な変動の揚抗力がほとんどである。静止状態から急激に加速されたのち定常値に至るような過渡的な加速度運動では、束縛渦や後流渦による揚力のみならず加速度に比例する見かけの質量による揚力があらわれ、両者の兼ね合いから全揚力が特徴づけられるが、この過渡的な加速度運動での応答揚力の特性について明確に述べた論文は提出されていないようである。

また、実験面でも周期的な変動を扱ったものに比べ

翼が急に動き始めるときの過渡的な揚力を扱ったものは少なく、種子田⁽³⁾のだ円翼の実験が知られている程度である。

そこで本論文は過渡的な加速度流れでの非定常揚力の特性を理論解析、数値計算、および実験によって明らかにすることを目的とする。

このような非定常揚力を理論的に求めるには、特異点法が用いられるが、これは二つに大別できる。

第1の方法は翼および後流渦を特異点として表しこれを未知数とする積分方程式を各時刻ごとに数値的に解いていく方法である^{(4)~(7)}。この方法は任意形状の物体を扱うことができる反面、鋭い後縁で誤差が集中しやすく、また時刻 $t=0$ での瞬間値は求まらない⁽¹⁵⁾などの問題がある。

第2の方法は等角写像を用いてある程度解析的に式を導いておき、後流渦の大きさ、またはその導入位置を未知数とする方法である^{(8)~(13)}。この方法は物体上の特異点を計算する必要はなく、第1の方法に比べ計算時間が短く精度もよいが、対象となる物体は特定のものに限定されており、任意形状の物体を統一的に扱った論文は見あたらない。

そこで本論文ではまず最初に、前述の第2の方法を写像関数が任意の場合に拡張した理論解析法を提示す

* 昭和61年11月23日 関西支部第246回講演会において講演、原稿受付 昭和61年4月30日。

** 正員、京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

*** 正員、京都大学工学部。

る。本方法により任意形状の翼が任意の加速度流れにある場合に作用する非定常力を一般的に与える式を導く。

つぎに本方法を用いて数値計算を行い、厚みのある翼が過渡的な加速度流れにあるときに生じる非定常揚力の特性について調べ、最後に実験により検証を試みる。

2. 理 論

2.1 運動量 翼に作用する力を求めるために非定常のブラジウスの式が用いられるが、ここで扱うような任意の写像関数〔式(3)〕の場合には計算が煩雑となる。しかし、まず運動量を求めておきそれを時間 t で微分し作用力を求めるという方法(Kármánらの方法⁽²⁾)をとれば計算は容易になる。したがって、まずここでは後流渦を伴った任意形状翼の運動量を求めるための公式を導く。以下の解析では座標はすべて翼に固定する。

図1のように翼面上の任意の座標 $z(=x+iy)$ に渦 $\Delta\Gamma$ があるとき、これと対になる渦 $-\Delta\Gamma$ を後流渦の一部からとりだす。渦対による運動量はその距離を l とすれば大きさは $\rho\Delta\Gamma l$ であり、方向は渦を結ぶ直線に垂直である⁽¹⁴⁾。このことから図1に示す渦対による運動量 $\Delta I_x + i\Delta I_y$ は

$$\Delta I_x + i\Delta I_y = i\rho\Delta\Gamma z - i\rho\Delta\Gamma(\xi + i\eta) \quad \dots\dots\dots(1)$$

となる。ここに ρ は密度、 i は虚数単位、 ξ と η は後流渦 $-\Delta\Gamma$ の座標である。複素ポテンシャル F を用いると翼面上の線素 $|dz|$ 上の渦度は接線速度 $|dF/dz|$ に等しく、渦の大きさは $\Delta\Gamma = |dF/dz| \cdot |dz|$ であることを考慮し、Kelvinの定理からすべての束縛渦と後流渦はもれなく渦対を成すことから、式(1)を積分することで全運動量 $I_x + iI_y$ が得られ、

$$I_x + iI_y = \pm i\rho \oint \left| \frac{dF}{dz} \right| |z| |dz|$$

図1 翼と後流渦による渦対

図2 写像の様子

$$+ i\rho \int_0^t \gamma(t_1)(\xi + i\eta) dt_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

式(2)が翼および後流渦のもつ運動量を求める一般公式を与える。

なお、 $\gamma(t_1)$ は時刻 t_1 のとき後縁から放出される渦度、 ξ と η はその渦度の現在の時刻 t での座標である。右辺第1項において積分は翼に沿う一周積分であり、符号は時計回りの渦を正とすれば、翼面上の接線速度が時計回りのとき+、反時計回りのとき-となる。

2.2 任意形状翼における運動量 図2のように単位円を任意形状翼に写像する写像関数として

$$z = a_{-1}z_1 + a_0 + \frac{a_1}{z_1} + \frac{a_2}{z_1^2} + \dots + \frac{a_n}{z_1^n} + \dots \quad \dots\dots\dots(3)$$

を考える。ただし、 $z_1=1$ が z 面上の翼の後縁に対応するものとする。 z_1 面上の複素ポテンシャルは

$$F = U_1 e^{-i\alpha_1} z_1 + U_1 e^{i\alpha_1} \frac{1}{z_1} + \frac{i}{2\pi} \int_0^t \gamma(t_1) \left\{ \log(z_1 - re^{i\theta}) - \log\left(z_1 - \frac{e^{i\theta}}{r}\right) \right\} dt_1 \quad \dots\dots\dots(4)$$

U_1 , α_1 , $re^{i\theta}$ はそれぞれ時刻 t における z_1 面上の主流速度、迎え角、渦 $\gamma(t_1)dt_1$ の座標である。式(3)、(4)を式(2)に代入し、単位円について積分すれば

$$I_x + iI_y = -2\pi\rho i |a_{-1}| (a_{-1} + a_1) U \sin \alpha_1 - 2\pi\rho |a_{-1}| (a_{-1} - a_1) U \cos \alpha_1 + i\rho a_{-1} \int_0^t \gamma(t_1) \left(z_{1,t_1} - \frac{1}{\bar{z}_{1,t_1}} \right) dt_1 \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに U は z 面での主流速度であり $U_1 = |a_{-1}|U$ の関係がある。また $z_{1,t_1} = re^{i\theta}$ とおきなおした。式(5)が任意の写像関数で与えられる翼および後流渦のもつ運動量を与える一般式となる。

2.3 翼に作用する力 翼に作用する力の x , y 成分を X , Y とすれば

$$X + iY = -\frac{d}{dt} (I_x + iI_y) \quad \dots\dots\dots(6)$$

であるから、式(5)より

$$X + iY = 2\pi\rho |a_{-1}| (a_{-1} - a_1) \left(\frac{dU}{dt} \cos \alpha_1 - U \frac{d\alpha_1}{dt} \sin \alpha_1 \right) + 2\pi\rho i |a_{-1}| (a_{-1} + a_1) \times \left(\frac{dU}{dt} \sin \alpha_1 + U \frac{d\alpha_1}{dt} \cos \alpha_1 \right) - i\rho a_{-1} \int_0^t \left(\frac{dF}{dz_1} + \frac{1}{\bar{z}_1^2} \frac{dF}{dz_1} \right) \left| \frac{dz_1}{dz} \right|^2 \gamma(t_1) dt_1 \quad \dots\dots\dots(7)$$

が得られる。ここで F は時刻 t での後流渦の動きを求めるための複素ポテンシャルであり、 $\gamma(t_1)dt_1$ 自身の複素ポテンシャルは除く。

式(7)により任意写像翼に作用する任意加速度流れでの非定常力が一般的に与えられる。また、右辺第1, 2項は見かけの質量による力を表し、式(3)の写像関数の係数のうち a_{-1} と a_1 のみがかかわる。

2・4 後流渦度分布 式(7)に含まれる後流渦度分布 $\gamma(t_1)$ は Kutta 条件〔式(8)〕により求める。

$$\left. \frac{dF}{dz_1} \right|_{z_1=1} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(4), (8)から

$$4\pi|a_{-1}|U \sin \alpha_1 + \int_0^t \frac{x_{1,t_1}^2 + y_{1,t_1}^2 - 1}{(x_{1,t_1} - 1)^2 + y_{1,t_1}^2} \gamma(t_1) dt_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

というボルテラ形積分方程式が得られ、 $\gamma(t_1)$ はこの式を数値的に解いて求める。なお、 $4\pi|a_{-1}|U \sin \alpha_1$ は定常循環 Γ_0 に相当する。

2・5 平板翼の場合 式(7), (9)は任意形状翼に対応する一般式を与えるが、その特別な場合として後流渦の巻き込みを考えない小迎角の平板翼の場合が Kármán-Sears⁽²⁾らの得た結果と一致することを示す。このとき写像関数は

$$z = \frac{1}{2} \left(z_1 + \frac{1}{z_1} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

Kármán らの解析では後流渦は z 面上では一様流速で x 軸上を流されるとしているので、式(7)の後流渦の動きを求める複素ポテンシャルは

$$F = U_1 z_1 + \frac{U_1}{z_1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

また、このとき $y_{1,t_1} = 0$ であるから式(9)は

$$2\pi U \sin \alpha_1 + \int_0^t \frac{x_{1,t_1} + 1}{x_{1,t_1} - 1} \gamma(t_1) dt_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで z 面上での後流渦の座標を ξ とすれば式(10)は、

$$\xi = \frac{1}{2} \left(x_{1,t_1} + \frac{1}{x_{1,t_1}} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

z_1, z 面での迎え角は等しいので $\alpha = \alpha_1$ とし、また時刻 t_1 を座標 ξ で置きかえると式(12)は

$$2\pi U \sin \alpha + \int_1^\infty \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} \gamma(\xi) d\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

となり Kármán らの論文⁽²⁾の 382 ページの式(11)に一致する。

同様に式(7)から

$$X = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$Y = \pi \rho \sin \alpha \frac{dU}{dt} - \rho U \int_1^\infty \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \gamma(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(16)の右辺に式(14) $\times \rho U$ を加えると

$$Y = \pi \rho \sin \alpha \frac{dU}{dt} + 2\pi \rho U^2 \sin \alpha$$

$$+ \rho U \int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \gamma(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (17)$$

となり Kármán らの論文の 382 ページの式(16 a)に一致する。

なお式(17)では、力の成分として見かけの質量による揚力、準定常揚力、後流渦による揚力の三つがあるが、式(7)では準定常成分と後流渦成分が融合していると考えられる。

2・6 単位ステップ流れでの初期値 諸言で述べたように翼を表す特異点を未知数とする方法では、時刻 $t=0$ での揚抗力の初期値は求まらない。そのために Chow-Huang⁽¹⁵⁾らは反りと迎え角の小さなジュコフスキー翼、および Kármán-Trefftz 翼の単位ステップ運動での揚抗力の初期値を解析的に求めるという論文を提出している。Chow-Huang らの解析では後流渦の変形を考えておらず、扱う翼も特定のものに限定されているが、本論文で導いた式(7), (9)を用いれば、後流渦の巻き込みを考慮し、任意形状の翼の初期値を一般的に求めることができる。

まず、単位ステップ流れにおいて時刻 $t=0 \sim \Delta t$ の間に後縁から渦 Γ_1 が放出されたとき、式(9)は

$$\Gamma_0 + \Gamma_1 \frac{x_1 + 1}{x_1 - 1} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。ただし Kutta 条件から Γ_1 は z_1 面上では x_1 軸上にあると仮定している。

単位ステップ流れを扱っているので $dU/dt=0$ であることを考慮し、式(18)を式(7)に代入し両辺を $\rho U \Gamma_0$ で無次元化したのち、 $\Delta t \rightarrow 0 (x_1 \rightarrow 1)$ とすれば

$$\frac{X + iY}{\rho U \Gamma_0} = \frac{ia_{-1}}{2U} \lim_{x_1 \rightarrow 1} \left(\frac{dF}{dz_1} + \frac{1}{z_1^2} \frac{dF}{dz_1} \right) \frac{dz_1}{dz} \Big|_{z_1=1} \times (z_1 - 1) \quad \dots\dots\dots (19)$$

この式が単位ステップ流れでの翼に作用する力の初期値を与える一般公式となる。

特に反りのあるジュコフスキー翼の場合、写像関数は

$$z = 1 - ke^{-i\omega} + ke^{-i\omega} z_1 + \frac{1}{1 - ke^{-i\omega} + ke^{-i\omega} z_1} \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(19), (20)から X, Y を求め揚力 L , 抗力 D を計算すると

$$\frac{L}{\rho U \Gamma_0} = \frac{1}{2k^2} - \frac{\sin^2 \alpha_1}{4k^2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{D}{\rho U \Gamma_0} = \frac{\sin 2\alpha_1}{8k^2} \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。式(22)は Chow らの結果と一致するが式(21)は異なる。これは Chow らの解析では翼弦に垂直な力を揚力として扱っていることが原因であると考えられ

る。

なお $k=1$, $\alpha_1=\omega=0$ のとき小迎え角の平板翼の結果を与え, $L/(\rho U \Gamma_0)=1/2$, $D/(\rho U \Gamma_0)=0$ となる。

3. 非定常揚力特性

3.1 ストローハル数 粘性流ではレイノルズ数が流れの場の相似性を特徴づけるパラメータとなるが, 非粘性加速度流れでは加速度の非定常項と定常項の比として定義されるストローハル数 $St=c/(U_\infty \tau)$ が相似のパラメータとなる⁽¹⁶⁾。ここに c は翼長, U_∞ は代表速度, τ は代表時間である。このことは $U(t)=U_\infty U^*(t/\tau)$ のように流速 $U(t)$ を表したとき, 無次元速度 $U^*(t/\tau)$ が与えられれば U_∞, τ の値が異なっても St の値が同じであるとき翼に作用する揚力は相似になることを意味する。したがって以下の数値計算および実験では, St をパラメータとして整理する。

3.2 数値計算によるストローハル数と非定常揚力との関係 つぎに2章で導いた式を用いて数値計算を行い, 過渡的な加速度流れにおける非定常揚力とストローハル数との関係を明らかにする。なお, 後流渦の動きを計算するためには, 連立常微分方程式を解く必要があるが, これには京都大学計算機センターの科学用サブルーチンを用いた。また, 時間きざみ幅はすべて時間の最終値の1/100とした。

4章での実験との対応を考え数値計算に用いる翼は Kármán-Trefftz 翼としたが, 適当な係数を選ぶこと

によって実験に用いる NACA 0015 翼に近い形状が得られる。また, 流速を

$$U(t) = U_\infty \tanh\left(\frac{t}{\tau}\right) \dots \dots \dots (23)$$

としたが, この流速も4章の実験で得られる流速変化を近似的に表している。その上単位ステップ応答では表にあらわれない加速度による見かけの質量に基づく揚力の影響を調べることが可能になる。

翼の写像関数は

$$\frac{z-n}{z+n} = \left(\frac{a+bz_1-1}{a+bz_1+1} \right)^n \dots \dots \dots (24)$$

ここに, $a=-0.098$, $b=1.099$, $n=1.94$ とし, 図3にこのときの翼形状(×印)と NACA 0015 翼の形状(実線)とを比較のために示す。

図5に翼の迎え角を $\alpha=5^\circ$ とし, ストローハル数を $St=2.0, 4.0, 8.0$ の場合の無次元揚力を示す。横軸は代表時間 τ で無次元化した無次元時間である。これを見ると St の値が大きいくほど無次元揚力の初期のピーク値が大きくなっているが, これは St が大きいほど非定常性が増し見かけの質量による揚力が卓越するためである。

また, 図6には $\alpha=5^\circ$, $St=8.0$ の場合の後流渦の様子を示す。

図7には $St=8.0$ とし迎え角を $\alpha=1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ と変化させたときの無次元揚力を示す。これを見ると迎え角の変化により揚力にずれが生じるが, これは St を変化させたときのずれに比べて小さい。

以上の数値計算により, 過渡的な加速度流れでの非

図3 K-T翼(×印)とNACA 0015翼(実線)

図4 流速の変化〔式(23)〕

図5 St と非定常揚力の関係

図6 後流渦の様子 ($St=8.0$, $\alpha=5^\circ$)

図7 迎え角を変化させた場合

図 8 装置の略図

図 9 実験データと数値計算例

図 10 可視化写真 (左) と数値計算 (右)

(a) $St=2.6 \sim 2.9$ (b) $St=4.7$ (c) $St=9.34 \sim 9.64$ 図 11 St による実験データの分類 (揚力と流速)

定常揚力はストローハル数に依存し、 S_r が大きいほど非定常性が増し、見かけの質量による揚力が卓越することが明らかとなった。

4. 実験

つぎに実験により過渡的な加速度流れにおける揚力のストローハル数への依存性を確かめる。

4.1 装置 図8に実験装置の略図を示す。これは直方体の測定部に水を蓄えておき、下方のスライド弁を瞬間的に開放することで、立ち上がりの早い流速を得るための装置である。このとき翼は測定部に固定しておく。弁の開閉比、低高压部の圧力を変えることでさまざまなストローハル数の流速が得られる。翼はNACA 0015 (翼長 $c=5$ cm) のものを用い、揚力はロードセルで、流速は上下に取付けた圧力計から得られる圧力と非定常のベルヌイの式から、あるいは熱膜流速計により測定した。

なお代表時間 τ は流速の最終定常値を U_∞ 、最大加速度を $\alpha_{\max}$ としたとき $\tau = U_\infty / \alpha_{\max}$ で定義した。

4.2 実験データと数値計算 図9に実験データ(流速と揚力)とその流速を用いて数値計算した揚力(□印)の一例を示す。これを見ると測定揚力と計算揚力は傾向的には合っているが、測定揚力のほうが早く定常値1.0に達する。これは装置の壁面の影響⁽⁷⁾、粘性あるいは三次元性の影響などの原因が考えられる。

また図10には電解沈殿法による可視化写真と数値計算結果を示す。これを見ると数値計算の渦の広がりの方が多少大きくなっているが、これも上述の原因が考えられる。

4.3 S_r による揚力依存性 図11には S_r の値がほぼ等しいような測定揚力、測定流速を重ねてプロットしたものを示す。これを見ると S_r の値が大きいほうが初期の揚力のピークが大きくなっていることがわかり、3章での数値計算での結論と符合する。

5. 結 言

二次元非圧縮非粘性の任意の加速度流れにおいて、任意形状翼に作用する非定常揚抗力を統一的に求める理論解析法を提示し、数値計算および実験により過渡的な加速度流れでの非定常揚力の特性を明らかにした。

本論文の解析の結果、任意の写像関数であらわされる翼に作用する見かけの質量による力は、写像関数の係数のうち a_-, a_1 のみを含む解として得られ、後流渦による力は後流渦分布を媒介関数として含む式にまとめられる。また単位ステップ流れでの時刻 $t=0$ での初期値を与える一般公式も導くことができた。

特異点法による数値計算と実験により、振動流れではない過渡的な加速度流れであっても、非定常揚力はストローハル数 S_r によって特徴づけられ、 S_r が大きいほど見かけの質量による揚力が卓越することが明らかになった。

文 献

- (1) Wagner, H., *Z. Angew. Math. Mech.*, 5-1 (1925), 17.
- (2) von Kármán, T. and Sears, W. R., *J. Aeronaut. Sci.*, 5-10 (1938), 379.
- (3) 種子田・ほか2名, 九州大学応用力学研究所報, 38 (昭47), 29.
- (4) Giesing, J. P., *J. Aircraft*, 5-2 (1968), 135.
- (5) Basu, B. C. and Hancock, G. J., *J. Fluid Mech.*, 87-1 (1978), 159.
- (6) 坂田・ほか2名, 機論, 49-440, B (昭58), 801.
- (7) 大上・赤松, 機論, 52-475, B (昭61), 1014.
- (8) 木谷・有江, 機論, 43-367 (昭52), 1015.
- (9) 永野・ほか2名, 機論, 47-413, B (昭56), 32.
- (10) 亀本・Bearman, P. W., 機論, 46-407, B (昭55), 1229.
- (11) Sarpkaya, T., *J. Fluid Mech.*, 68-1 (1975), 109.
- (12) Clements, R. R., *J. Fluid Mech.*, 57-2 (1973), 321.
- (13) Kuwahara, K., *J. Phys. Soc. Jpn.*, 35-5 (1973), 1545.
- (14) 藤本, 流体力学, (昭54), 65, 養賢堂.
- (15) Chow, C. Y. and Huang, M. K., *J. Fluid Mech.*, 118 (1982), 393.
- (16) 今井, 流体力学 (前編), (昭53), 280, 養賢堂.
- (17) 梅原・ほか3名, 機論, No. 814-5 (昭56-3), 102.

討 論

(質問) 木田 輝彦 [大阪府立大学 学部]

貴論文は後流渦を渦分布 $\gamma(t)$ によって表現され非常に興味深く思う。

(1) まず、実際の数値計算では後流渦度分布をどのように求めておられるのか。もし離散化されているとするとどのような手法をとられたのか。

(2) 後流渦の動きを連立常微分方程式を解くとあ

るが (3.2 節)、後流渦度が空間および時間的に変化していくのか。もしそうだと、Kelvin の渦法則はどうなるのか。

(3) 上記に関連するが、式(18)において放出渦を Γ_1 とし、集中渦としているが、Kelvin の法則によれば、 $\Gamma_0 + \Gamma_1 = 0$ とならねばならないと思うがいかがか。

(4) 後縁で、自由渦は、どのような方向に出てい

くのか。時間とともに変化(角度が)しないのか。
実験データ(図11)の振動は、放出渦の角度変化に起こるような気がするが、いかがか。

〔回答〕 (1) 藤本氏への回答(1)を参照されたい。

(2) 任意の後流渦の渦度およびその占める空間長さをそれぞれ γ_w, ds とすればその強さは $\Gamma_w = \gamma_w ds$ となる。このとき ds が空間的、時間的に変化すれば、渦度 γ_w も変化するが、その強さ Γ_w は Helmholtz の渦定理から変化しない。なお Kelvin の法則は複素ポテンシャル式(4)において、鏡像の位置にも後流渦とは逆の符号の渦を置いているために、自動的に満足されている。

(3) 放出渦の強さが Γ_1 のとき、翼周りの循環は上述の理由から $-\Gamma_1$ となる。このとき $-\Gamma_1 + \Gamma_1 = 0$ となり Kelvin の法則は満足されている。その後、渦 $\Gamma_2 \sim \Gamma_\infty$ が放出され、定常状態になると $\Gamma_0 + (\Gamma_1 + \Gamma_2 + \dots + \Gamma_\infty) = 0$ が成立する。

(4) 自由渦(後流渦)の放出方向は Kutta 条件を採用し、 z_1 面上では x_1 軸方向、 z 面上では翼の後縁角の二等分線上に固定している。

実験データの振動は装置の固有振動であると考えられる。装置を指ではじいても同様の振動が得られる。

〔質問〕 藤本 一郎〔東京大学工学部〕

(1) 後流渦分布を求めるための数値計算手法について、もう少し詳しくお教えいただきたい。

(2) 無次元揚力の過渡応答が議論されているが、これを見掛けの質量による揚力、準定常揚力および後流渦による揚力の3成分に分け、それぞれの過渡応答を求めれば現象説明がより明確になると思われるがいかがか。可能であれば一例を示し、各成分の過渡特性をご教示いただきたい。

(3) 電解沈殿法による可視化実験と数値計算との比較において渦の広がり方を吟味されているが、実験の写真では後流渦がさらに下流に続いているように見えるにもかかわらず数値計算ではそれが見られないなど渦自身の形態も両者で異なっている。両者ともストリークライン(Streak Line)に相当するものと考えられるが、厳密な意味で同一物理現象の比較がなされているかどうかお教え願いたい。

〔回答〕 (1) 後流渦分布は式(9)の積分方程式から求める。簡単のために式(9)を(i)のように表す。

$$f(t) + \int_0^t K(x_{1,t_1}, y_{1,t_1}) \gamma(t_1) dt_1 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

ここに $f(t) = 4\pi|a_{-1}|U(t) \sin \alpha_1$

K は積分方程式の核である。時刻 $t=0 \sim \Delta t$ の間に後

縁から放出された渦を Γ_1 、その z_1 面上での座標を x_{r1}, y_{r1} とすれば(i)は近似的に $f(\Delta t) + K(x_{r1}, y_{r1})\Gamma_1 = 0$ となり、 $\Gamma_1 = -f(\Delta t)/K(x_{r1}, y_{r1})$ が得られる。つぎに $t = \Delta t \sim 2\Delta t$ の間に放出された渦を Γ_2 、その座標を x_{r2}, y_{r2} 、この間に移動した渦 Γ_1 の座標を新たに x_{r1}, y_{r1} とすれば、(i)は $f(2\Delta t) + K(x_{r1}, y_{r1})\Gamma_1 + K(x_{r2}, y_{r2})\Gamma_2 = 0$ となる。 Γ_1 は既知なのでただちに Γ_2 が求まる。以下同じ手順である。

(2) 付図1に一例を示す。本文の図5の揚力を

(a) 見掛けの質量による揚力

(b) 準定常揚力

(c) 後流渦による揚力

付図 1

付図 2 後流渦による揚力

(a)見掛けの質量による揚力 L_{ap} , (b)準定常揚力 L_{qs} , (c)後流渦による揚力 L_w の3成分に分けて示す。軸の無次元化は本文と同様である。これを見ると、見掛けの質量による揚力は本文でも述べているように、 St 数が大きくなるほどその値が大きくなる。準定常揚力は St 数の値にかかわらず重なる。後流渦による揚力は St 数が大きいほど負の値のほうに下がることになる。また、(c)後流渦による揚力を付図2に横軸を主流の移動距離 s を翼長 c で除したもので示す。これを見ると St 数が大きいほど後流渦の影響が強く出るが、 $s/c \approx 3$ 以降では St 数による差異がない

ことがわかる。

(3) この点に関しては説明不足であった。翼形上に生成された沈殿(塩化鉛)は水より重いために、弁を開く以前から鉛直下方にラインを描く。その後、弁を開放したためこのとき生じる後流渦よりも下方にも白いラインが見られることになるが、このラインは後流渦層とは関係ない。図10の写真、数値計算ともにストリークラインを表しているが、厳密には数値計算のほうは無限に薄い渦層を離散点で表しており、可視化写真は有限の厚みをもつ色素の連続的な層を表すなどの違いがある。