凝縮を伴うラバルノズル流れの全圧損失*
(第2報, 数値解析)権 純 範^{*1}, 松 尾 一 泰^{*1}
川 越 茂 敏^{*1}, 松 尾 繁^{*2}Total Pressure Loss in Supersonic Nozzle Flows with Condensation
(2nd report, Numerical Analyses)Soon Bum KWON, Kazuyasu MATSUO,
Shigetoshi KAWAGOE, and Shigeru MATUSO

A rapid expansion of moist air or steam in a supersonic nozzle gives rise to condensation and the total pressure of the flow is reduced by this nonequilibrium phenomenon. In the present paper, a method is presented for calculating a loss in total pressure due to condensation generated by a rapid expansion of moist air in a supersonic circular nozzle. The loss in total pressure has been determined from the amount of increment in the entropy produced as the result of the irreversibility in the nonequilibrium condensation process. The calculated results of the loss in total pressure are a little smaller than those of the experimental results, and the values are about 2 to 5 percent in the present calculation. Based on the calculated results, the effects of the degree of supersaturation of moist air and the shape of nozzle on the total pressure loss have been made clearly in quantity.

Key Words: Compressible Flow, Homogeneous Condensation, Total Pressure Loss, Numerical Calculation

1. ま え が き

水蒸気や湿り空気などの凝縮性気体が超音速ノズルで急激に加速膨張する際に生ずる非平衡凝縮の過程は、エントロピーの増加を伴う不可逆過程であり、流れの中にこのような凝縮が起これば全圧損失が生ずる。前報⁽¹⁾では、このような非平衡凝縮領域における湿り空気的全圧損失を実験的に求め、損失に及ぼす過飽和度やノズル形状の影響などを明らかにした。

ところで、上記のような凝縮現象について、Deych⁽²⁾や池口⁽³⁾らは非平衡凝縮で生ずる不可逆過程におけるエントロピーの増加から、水蒸気の凝縮による全圧損失を理論的に求めた。その際、凝縮によって生ずる液滴の半径は、凝縮の初期段階では1 nm程度⁽⁴⁾と非常に小さいことから、その液滴表面における表面エントロピーを考慮する必要があるが⁽³⁾⁽⁵⁾、文献(2)においてはこの効果は考慮されていない。また文献(3)ではこの効果は考慮されているが、水蒸気に対する全圧損失の実験データが少ないためもあり、実験結果との

比較がなされていない。このノズル内流れにおける凝縮による全圧損失を理論的に求める問題は、蒸気タービンにおいて、凝縮による不可逆効果をエントロピーの変化としてエネルギー損失の立場から議論する際⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾にも関係する、基本的な問題である。

本報では、液滴表面の表面エントロピーの効果を考慮して、湿り空気が円弧ノズルで膨張し凝縮する際の流れ場の数値解析を行い、前報⁽¹⁾の全圧損失の実験結果との比較を行った。さらに全圧損失に及ぼす諸因子の効果を定量的に明らかにするとともに、凝縮による全圧損失の機構について考察した。

2. 解 析 方 法

湿り空気がスロート高さ h^* 、曲率半径 R^* の二次元先細末広円弧ノズルで膨張する際の流れについて考える。ノズル入口のよどみ点状態における湿り空気の圧力を p_{01} 、温度を T_{01} とし、湿り空気中に含まれる水蒸気の量は、水蒸気分圧とその温度における飽和圧力の比すなわち過飽和度 S_{01} ($S_{01} < 1$) を用いて表す。計算にあたって次の仮定をする。

- (1) 流れは一次元定常非粘性断熱流れとする。
- (2) 気相と液相の間の速度差を無視する。
- (3) 液相の占める体積は小さい。

* 昭和61年3月18日 九州支部第39期総会学術講演会において講演、原稿受付 昭和61年12月19日。

^{*1} 正員、九州大学総合理工学研究科 (〒816 春日市春日公園6-1)。

^{*2} 学生員、九州大学総合理工学研究科

(4) 気相と液相の温度差は小さいが、非平衡凝縮過程における損失を正確に見積もるため、この効果を考慮する。

2.1 基礎方程式 流れの基礎式を以下に示す。
質量保存の法則

$$\frac{d}{dx}(\rho u A) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

運動量保存の法則

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

エネルギー保存の法則

$$u \frac{du}{dx} + \frac{dh}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで ρ , u , p , h , A および x は、それぞれ気液二相液の密度、流速、圧力、エンタルピー、ノズルの断面積およびスロートからの距離を示す。また、 L を蒸発潜熱、 g を液相の質量比 (= 液相の質量 / 気相と液相の質量の和)、 c_l を液相の比熱、 T と T_i をそれぞれ気相と液相の温度とすれば、気液二相流の単位質量当たりの局所全エンタルピー h_{01} は、式(3)を変形して、

$$h_{01} = \frac{u^2}{2} + c_{p0} T - gL + g c_l (T_i - T) = \text{const} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 c_{p0} は湿り空気の比熱で、本計算では一定とする。状態方程式では、湿り空気を完全ガスと仮定して

$$p = \left(\frac{1 - \omega_{01}}{\mu_a} + \frac{\omega_{01} - g}{\mu_v} \right) \rho R T \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 μ_a および μ_v は、それぞれ空気および蒸気分子量、 R は一般ガス定数、 ω_{01} は湿り空気の入力におけるよどみ点状態の初期比湿である。

2.2 核生成率と液滴の臨界半径 凝縮に伴い単位時間、単位体積当たりに発生する凝縮核の数 J は⁽⁹⁾、

$$J = \Gamma J_c \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで Γ は accommodation coefficient⁽⁹⁾、 J_c は古典理論の核生成率で、 J_c には Volmer⁽¹⁰⁾ の式を用いた。

$$J_c = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{N^{3/2}}{R^2} \left(\frac{p_v}{T} \right)^2 \frac{(\sigma \mu_v)^{1/2}}{\rho_l} \exp \left(- \frac{4 \pi r_{cr}^2 \sigma}{3 k T} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに N , p_v , k , ρ_l , σ および r_{cr} は、それぞれアボガドロ数、蒸気圧力、ボルツマン定数、液滴の密度、表面張力および液滴の臨界半径で、 p_s を飽和圧力、 R_v を蒸気ガス定数とすれば r_{cr} は次式⁽¹¹⁾で表される。

$$r_{cr} = \frac{2 \sigma}{\rho_l R_v T \ln(p_v/p_s)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

また表面張力 σ は、無限平面をなす液面の表面張力 σ_∞ と表面張力係数 η を用いて、次式より求めた。

$$\sigma = \eta \sigma_\infty \quad \dots\dots\dots (9)$$

2.3 液滴の成長 凝縮によって生成された凝縮核は、周りの蒸気分子を取り込み、下流に進むとともに成長する。液滴の半径を r とし、凝縮核への蒸気分子の流入と流出に伴う質量の釣合いを考えると、液滴の成長速度 $dr/dt = u \cdot dr/dx$ は次式⁽¹¹⁾で与えられる。

$$u \frac{dr}{dx} = \frac{\xi}{\rho_l} (\beta_v - \beta_l) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで ξ は凝縮係数、 β_v , β_l は単位時間、単位面積当たりの衝突分子数とすればそれぞれ $\beta_v = p_v / \sqrt{2 \pi R_v T}$, $\beta_l = p_l / \sqrt{2 \pi R_v T_i}$ である。なお、 p_l は液滴と周囲の気体が平衡状態にあると仮定したときの液滴表面における飽和圧力で、Helmholtz によれば、次式で表される。

$$p_l = p_\infty(T_i) \exp(2 \sigma / (\rho_l R_v T_i)) \quad \dots\dots\dots (11)$$

式中の $p_\infty(T_i)$ は、温度 T_i の無限平面における飽和圧力である。

次に凝縮核についてエネルギーの釣合いを考える。液滴に飛び込んでくる蒸気分子は、液滴にエネルギーを与え、出ていく分子は、エネルギーを取り去る。また不凝縮気体の空気分子は、液滴におつかりエネルギーをうばう。これらを考慮して凝縮核にエネルギー保存則を適用すると、次式⁽¹²⁾を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \rho_l \frac{r c_l}{R_v T} u \frac{dT_i}{dx} &= K \xi \beta_v \left(1 - \frac{\beta_l T_i}{\beta_v T} \right) \\ &- K (1 - \xi) \beta_v \alpha_v \left(\frac{T_i}{T} - 1 \right) - \beta_a K \alpha_a \left(\frac{T_i}{T} - 1 \right) \\ &- \rho_l u \frac{dr}{dx} \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} R T - L \right) \frac{1}{R_v} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで α は thermal accommodation coefficient⁽¹³⁾、 $\beta_a = p_a / \sqrt{2 \pi R_a T}$ (p_a は空気の分圧、 R_a は空気のガス定数)、 γ は蒸気の比熱比、 $K = (\gamma + 1) / 2 / (\gamma - 1)$ である。

2.4 エントロピーと全圧損失 凝縮による混合気体のエントロピーは、蒸気分子と空気のそれぞれのエントロピーを考慮して、次式で計算した。

$$\begin{aligned} s &= (1 - \omega_{01}) R_a \ln \left(\frac{T \gamma_a / (\gamma_a - 1)}{p_a} \right) + (\omega_{01} - g) R_v \\ &\times \ln \left(\frac{T \gamma_v / (\gamma_v - 1)}{p_v} \right) + g \left(- \frac{1}{r} \frac{3}{\rho_l} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right) \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで r_a は空気の比熱比で、右辺の最後の項は、微小液滴の表面におけるエントロピー⁽¹⁴⁾である。なお、液滴自身のエントロピーは、無視した。また、エントロピーの基準としては、ノズル入口のよどみ点状態を選んだ。したがって凝縮による局所全圧 p_0 は、次式⁽¹²⁾⁽¹³⁾で求めることができる。

$$\frac{\Delta s}{R} = \frac{s - s_{01}}{R} = \ln \frac{p_{01}}{p_0} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで S_{01} は基準エントロピーである。

計算には Runge-Kutta-Gill 法を用い、ノズルスロートより計算を開始する。スロートにおける状態量は、流れがスロートでチョークすると仮定して求めた。なお計算の際、凝縮衝撃波が発生する場合は、衝撃波の前後に Rankine-Hugoniot の関係式を用いた。

計算を行ったノズルの寸法と計算条件を表 1 に示す。ノズルは先細末広円弧ノズルで、スロート高さ h^* 、曲率半径 R^* は表に示すように文献(1)と同じ値とし、新たにノズル N1 を追加した。計算の際、凝縮係数などの諸係数としては、文献(12), (15), (16)を参考にし、表 1 に示すような値を用いた。

3. 解析結果と考察

3.1 凝縮による全圧損失 ノズル N2 で全温度 $T_{01}=288\text{ K}$ とし、初期過飽和度 S_{01} が 0.4 と 0.6 の場合の計算結果の一例を、図 1(a), (b) に示す。図の横軸は、いずれもノズルスロートからの距離 x で、縦軸には局所静圧 p 、全圧 p_0 、液相の質量比 g 、核生成率 I 、液滴の平均半径 $\bar{r}$ 、過飽和度 S 、混合気体の単位質量あたりに含まれる空気、蒸気および混合気体の局所エントロピーの増加量 Δs_a , Δs_v および Δs 、混合気体に及ぼす液滴表面のエントロピーの増加量 Δs_i が示

されている。なお、図 1(a) の静圧 p と全圧 p_0 は、ノズル入口のよどみ点圧力 p_{01} で無次元化しており、図には同じ条件における静圧と全圧の実験値⁽¹⁾および乾き空気の場合の静圧の実験値も示してある。図 1(a), (b) の曲線上の点 A, B および C はそれぞれ凝縮開始点、非平衡凝縮の終了点⁽¹⁷⁾、および文献(1)の実験結果より定めた凝縮による全圧降下が終了する点を示している。図 1(a) よりいずれの過飽和度の場合も静圧比 p/p_{01} の計算値と実験値は、凝縮の開始点 A より乾き空気の曲線からずれ始め、 $S_{01}=0.6$ の場合は、点 B で極大値をもつ変化をする。点 A~B 間が非平衡凝縮領域⁽¹⁷⁾である。全圧比 p_0/p_{01} の計算値は点 A までは 1 で、実験値⁽¹⁾と同様に凝縮が始まると減少し、点 B 以後も減少して、点 C でほぼ一定となる。点 A~C 間の全圧降下量を凝縮による全圧損失とみなすことができる。すなわち凝縮による全圧損失は、非平衡凝縮領域における損失と、非平衡凝縮が終了した後の損失を加えたものである。図より点 A~C 間の全圧降下量は S_{01} が大きいほうが大きく、計算値は実験値より小さいことがわかる。これは、計算では境界層の効果を無視したのが主な原因と思われる。

図 1(b) の液相の質量比 g は、いずれの S_{01} の場合も点 A より増加し、点 B 以後も増加して、点 C でほぼ一定となる。その値は S_{01} が大きいほうが大きい。混

表 1 ノズル寸法と計算条件

Nozzle	R*mm	h*mm	T_{01}, K	S_{01}	Coeff.
N1	80	48	280	0.3	$\alpha_v=1^{(12)}$ $\alpha_a=0.93^{(15)}$ $\eta=1.24^{(16)}$
N2	160	48			$\xi=0.9$
N3	400	48	298	0.7	$r=10^8$

(a) 静圧および全圧分布

(b) 状態量の変化

図 1 凝縮による状態量の変化(ノズル N2, $T_{01}=288\text{ K}$, $p_{01}=101.3\text{ kPa}$)

混合気体中の空気のエントロピーの増加量 Δs_a は、凝縮の開始点 A から急激に増加するが、水蒸気のエントロピーの変化量 Δs_v は、凝縮によって水蒸気が減少するため減少する。また微小液滴の表面エントロピーによる変化量 Δs_i は、変化は小さいが、図のように増加する。したがってこれらの和である混合気体のエントロピーの変化量 Δs は、図のように増加する。増加後の値は、過飽和度 S_{01} が大きいほど大きい。 Δs がこのように増加するため、式(14)に従い、全圧比 p_0/p_{01} は図 1(a)のように減少する。なお図 1(b)より過飽和度 S と核生成率 J は、それぞれ点 A の最大値より凝縮が始まるとともに急激に減少し、液滴の平均半径 $\bar{r}$ は、図に示すように増加することがわかる。これらの状態量の変化に基づいて、全圧損失の理由について考察する。

前述のように凝縮する全圧損失は、非平衡凝縮領域とそれに続く領域で起こる。まず非平衡凝縮領域では、図 1(b)に示すように凝縮の開始点における高い過飽和度の状態で、半径が小さい多数の凝縮核を生成する際の表面張力に伴う不可逆的な仕事や、液滴の質量比 g の増加に伴う潜熱による流れの加熱効果などが原因と考えられる。また、非平衡凝縮終了後は、発生した液滴の周りに蒸気分子が凝縮して、液滴の平均半径 $\bar{r}$ はさらに増加するが、その発達過程における不可逆的な仕事、液滴と気体との温度の非平衡効果、さらなる g の増加が全圧降下の原因と思われる。

3.2 全圧損失に及ぼす諸因子の効果 図 2 は全圧損失に影響を及ぼす初期過飽和度 S_{01} 、温度 T_{01} およびノズル形状の効果を調べたものである。図の横軸はスロートからの距離 x 、縦軸は混合気体のエントロピーの増加量 Δs 、全圧比 p_0/p_{01} および液滴の質量比 g

図 2 全圧と液層の質量およびエントロピーとの関係

が示されている。図の点 A, B および C はそれぞれ図 1 で述べた凝縮開始点、非平衡凝縮の終了点および全圧降下の終了点を示す。図よりいずれの過飽和度 S_{01} 、温度 T_{01} およびノズル形状の場合も、凝縮が始まると質量比 g は点 A より増加して、点 C 以後ほぼ一定となる変化をするが、この間に Δs は図に示すように増加し、全圧比 p_0/p_{01} は減少する変化をする。図より全圧比 p_0/p_{01} の曲線上の点 C における値は、同一ノズル N2 でかつ同一過飽和度 $S_{01}=0.6$ では、温度 T_{01} が大きいほうが、同一ノズル N2 で同一温度 $T_{01}=288$ K では、過飽和度 S_{01} が大きいほうが、それぞれ小さく、全圧損失は大きいことがわかる。これは図のそれぞれに対応する g の分布が上、下いずれの側に位置するかを考えれば理解される。また同一温度 $T_{01}=288$ K で、同じ過飽和度 $S_{01}=0.6$ では、ノズルの膨張割合の大きいノズル N2 のほうが、点 C における全圧比 p_0/p_{01} は小さく、全圧損失は大きい。これはノズルの膨張割合が大きいほど、凝縮は過冷却度のより大きい位置で起こり、その不可逆効果が大きいためである⁽¹⁾。

図 1 の全圧分布曲線より得られた、点 A~C 間の全圧損失量 Δp_0 を、よどみ点圧力 p_{01} で無次元化した値 $\Delta p_0/p_{01}$ を、温度 T_{01} に対して図 3 に、過飽和度 S_{01} に

図 3 初期温度 T_{01} が異なる場合

図 4 過飽和度 S_{01} を変化させた場合

図5 凝縮量 g に伴う全圧降下

対して図4に示す。図4の黒丸印は、ノズルN2で計算値と同じ温度における実験値⁽¹⁾を示す。図3および図4より、全圧降下率 $\Delta p_0/p_{01}$ は、温度 T_{01} と過飽和度 S_{01} に対してほぼ直線的に増加し、その割合は、 T_{01} のほうが大きいことがわかる。また、本計算による全圧損失は2~5%で、実験値より少し小さい。図3および図4において、同一温度でかつ同一過飽和度の場合における全圧損失の割合 $\Delta p_0/p_{01}$ の差は、ノズルの膨張率の効果によるもので、この差は、本実験範囲では約1%程度である。

図5は、図1(b)の質量比 g の曲線上の点Cにおける値を横軸にとり、本実験において得られた全圧降下率 $\Delta p_0/p_{01}$ をまとめたものである。図の同一の g の値に対する $\Delta p_0/p_{01}$ の差はノズルの膨張率が異なるため、図より $\Delta p_0/p_{01}$ の値は、ノズルの膨張率と質量比 g に依存し、特に g の増加とともに大きく増加することがわかる。したがって全圧降下率 $\Delta p_0/p_{01}$ は、湿り空気の初期過飽和度 S_{01} と初期温度 T_{01} 、およびノズルの形状の三つのパラメータに依存するが、凝縮後の液相の質量比 g を用いると、 $\Delta p_0/p_{01}$ は、 g とノズル形状のみに依存するといえる。

4. 結 論

湿り空気が円弧ノズルで膨張する際に生ずる凝縮過程を数値解析し、その不可逆過程によるエントロピーの増加から全圧損失を求め、実験結果との比較を行った。得られた結果を要約すると、次のとおりである。

(1) ノズル内で凝縮が起ると、湿り空気中の空気のエントロピーは増加し、水蒸気のそれは減少する。凝縮によって発生した液滴の表面エントロピーは、

わずかに増加する。これらの効果のため湿り空気のエントロピーは増加し、その結果全圧は減少する。

(2) 上述の全圧の減少は、非平衡凝縮領域のみならず非平衡凝縮終了後も起こるが、それぞれの領域で全圧が減少する理由を説明した。

(3) 流れの全圧損失 Δp_0 と貯気槽の全圧 p_{01} の比 $\Delta p_0/p_{01}$ の計算値は、実験値より少し小さく、本計算範囲では2~5%程度である。

(4) 全圧損失 $\Delta p_0/p_{01}$ は、湿り空気の初期過飽和度 S_{01} や初期温度 T_{01} が大きいほど大きい。 $\Delta p_0/p_{01}$ に対する S_{01} と T_{01} の効果は、凝縮によって生成される液相の質量比 g の大小によって説明される。

(5) 同一の S_{01} と T_{01} の条件下では、膨張割合の大きいノズルほど流れの全圧損失 $\Delta p_0/p_{01}$ は大きく、膨張割合に基づく損失 $\Delta p_0/p_{01}$ の差は、本計算範囲では約1%である。

(6) 全圧損失 $\Delta p_0/p_{01}$ に影響を及ぼすパラメータとして S_{01} と T_{01} の代わりに液相の質量比 g を用いると、 $\Delta p_0/p_{01}$ は結局 g とノズル形状のみに依存する。

文 献

- (1) 権・ほか4名, 機論, 52-480, B (昭61), 2860.
- (2) Deych, M. YE., ほか3名, *Heat Trans. -Sov. Res.*, 1-2 (1969), 135.
- (3) 池口・ほか2名, 機論, No.770-5 (昭52), 103.
- (4) Wegener, P. P. and Stein, G. D., *Proc. 12th Int. Symp. Combust.*, (1966), 1183.
- (5) Sugawara, M. and Oshima, N., *Proc. 12th Int. Symp. on Combust.*, (1966), 1193.
- (6) Filippov, G. A., ほか2名, *Thermal Eng.* 24-7 (1977), 10.
- (7) Bakhtar, F., ほか2名, *PIME.*, 190 (1976), 545.
- (8) Yeoh, C. C. and Young, J. B., *PIME.*, 198A-13 (1984), 309.
- (9) Courtney, W. G. and Forshey, D. R., *Phys. Fluids*, 21-7 (1978), 1086.
- (10) Volmer, M., *Kinetik der Phasenbildung*, (1939), 21, Steinkopff.
- (11) Wegener, P. P., *Nonequilibrium Flow*, Part 1, (1969), 163, Marcel Dekker.
- (12) Hill, P. G., *J. Fluid Mech.*, 25-3 (1966), 593.
- (13) Wachman, H. V., *ARS. J.* 32 (1962), 2.
- (14) Defay, R., ほか3名, *Surface Tension and Adsorption*, (1966), 47, Longmans.
- (15) Paul, B., *ARS. J.*, 32 (1962), 1321.
- (16) Oriani, R. A. and Sundquist, B. E., *J. Chem. Phys.*, 38-9 (1963), 2082.
- (17) 松尾・ほか5名, 機論, 51-466, B (昭60), 1952.