振動する複数翼の干渉について*
(第1報, 単独翼)倉田 光雄^{*1}, 木田 輝彦^{*2}Nonlinear Interaction of Unsteady Two-Dimensional Potential Flow for
Multi-Airfoils
(1st Report, The Case of Single Foil)

Mitsuo KURATA and Teruhiko KIDA

It is important in the flow around cascades, helicopter rotors, and flaps, to study the nonlinear interaction of forces on each foil and the wake patterns. In this paper, we construct a numerical method for the unsteady incompressible flow around two-dimensional oscillating multi-aerofoils by using both the discrete vortex approximation and the surface-singularity method. In this method, a simple Kutta condition is proposed and the flow around the airfoils is simulated by distributing vorticities linearly on the surface of the airfoils and point vortices in the wake. In this paper, the numerical calculation is done for a single foil. The numerical analysis has been developed for the wake configuration, forces and moments on airfoils.

Key Words: Unsteady Flow, Fluid Machinery, Wake, Discrete Vortex Approximation, Surface Singularity Method, Oscillating Airfoils

1. ま え が き

非定常翼列, ヘリコプタロータやフラップなどにおける各翼に働く力や翼後流渦列の干渉の問題は重要である。これまでに, 振動翼列後流の可視化と数値計算を比較したもの⁽¹⁾や円形翼列の過渡応答を数値計算したもの⁽²⁾および非定常運動する二つの翼の流れを数値計算したもの⁽³⁾などがある。正司ら⁽⁴⁾は, 5枚の翼で構成した翼列を翼弦と垂直方向に正弦振動させた流れを解析しているが, 翼列の非定常問題では, このように, 翼列を構成する翼素全体が, 上下や回転振動する場合を取扱っているのがほとんどである。しかし, 翼列中のある一つの翼素が他の翼素と異なる非定常運動をした場合を取扱った研究は, Giesing⁽⁵⁾による並進, 対向する二つの翼, 主翼とフラップの計算例があるが, ほとんど試みられていないようである。このような非定常翼列の干渉の問題を考えるための基本的性質を調べるためには, 翼列の基本構成として, 翼厚のある複数の翼が, それぞれ, 独立の非定常運動する場合を取り上げる必要がある。

このような背景を考えると, 単独非定常翼まわりのポテンシャル流れの研究は非常に重要であり, 最近, 翼後流流出渦列による非定常干渉についての数値解析が発表されたが⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾, これらの研究において, クッタの条件のモデル化に相違がある。定常翼の場合のクッタの条件のモデル化はすでに確立されているが, 非定常翼では, 後縁の荷重が零でありさらに翼上下面の速度が有限という二つの要求を満たす定まったモデルは, ないようである。Paraschivoiuら⁽⁶⁾は, 後流渦が翼後縁角の二等分線上に流れるとし, 流出渦は後縁での翼上下面の速度ポテンシャルの差とし, 主に低周波回転振動を数値解析した。一方 Basuら⁽⁴⁾や Vezzaら⁽⁵⁾は, 後流流出渦の位置と強さを未知とし, 反復計算によって定める方法を提案し, 高周波振動の計算例を示した。この方法によれば, 後縁からの流出渦を一樣渦分布の直線要素と仮想し, この要素の大きさや傾きは, 要素の中央標点での条件から決定される。いずれのモデルでも厳密なクッタ条件は, 満たされていない。Paraschivoiuら⁽⁶⁾のモデルでは Cusp 状の後縁の場合を除いて, Basuら⁽⁴⁾⁽⁵⁾のそれとは本質的に異なっているため, Cusp 状の後縁でない翼素の高周波振動の場合には検討を必要とすると思われる。また, Basuらのモデルは, 周波数を低くしていくと定常解に近

* 昭和62年3月13日 関西支部第62期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年7月23日。

^{*1} 正員, 摂南大学工学部 (〒572 寝屋川市池田中町17-6)。

^{*2} 正員, 大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町4-804)。

づく」と推定されるが計算は行われていなく、反復計算のための時間が長くなると思われる。

そこで、本報の目的は、低い周波数から高い周波数にわたって計算精度も比較的良好、しかも、計算時間も短くできるクッタ条件に関するモデルを捜すことである。この結果を用い、続報において、複数の翼素がそれぞれ独立して振動する場合の相互作用について検討をくわえる予定である。

2. 記 号

- x, y : 直角座標 (図1)
 U_x, U_y, U_∞ : 前方一様流の x, y 方向速度と合速度
 P_∞ : 前方一様流の圧力
 γ, γ_w : 翼面上と後流の渦強さ
 c, s : 翼弦長と後縁からの翼面上の長さ
 (n_x, n_y) : 翼面の法線方向の単位ベクトル
 u_x, u_y : 渦 γ, γ_w による誘起速度
 u_n, u_t : 渦 γ, γ_w による誘起速度の翼面上法線および接線方向成分
 ϕ : 速度ポテンシャル
 $C_p = (P - P_\infty) / (\rho U_\infty^2 / 2)$
 C_L, C_D, C_M : 揚力係数, 抗力係数およびモーメント係数
 Ω : 円振動数
 $\omega = \Omega c / U_\infty$
 t : U_∞ と c により無次元化した時間

3. 基 礎 式

3.1 誘起速度について 図1のように、速度 U_x, U_y , 圧力 P_∞ の一様流中に、翼がある場合について考える。ある時刻での翼まわりの流れを表現するために、翼面上に $\gamma(s)$, 後流渦 γ_w の渦分布を考え、翼面上および後流渦面上の誘起速度を求める。そのさい、 s は、それぞれの、翼面上の後縁から、翼に沿った長さとする。このとき、誘起速度は次のようになる。

$$u_x(s) = -\gamma(s)n_y(s)/2 + \int_F \gamma(\xi)e_x(s, \xi)d\xi + \int_w \gamma_w(\xi)e_x(s, \xi)d\xi \quad (1)$$

図1 非定常翼の座標

$$u_y(s) = \gamma(s)n_x(s)/2 + \int_F \gamma(\xi)e_y(s, \xi)d\xi + \int_w \gamma_w(\xi)e_y(s, \xi)d\xi$$

ただし、

$$e_x(s, \xi) = -\{y(s) - y(\xi)\} / 2\pi [\{x(s) - x(\xi)\}^2 + \{y(s) - y(\xi)\}^2] \\ e_y(s, \xi) = \{x(s) - x(\xi)\} / 2\pi [\{x(s) - x(\xi)\}^2 + \{y(s) - y(\xi)\}^2]$$

ここで、 $\int_F$ は、翼に沿った積分、 $\int_w$ は、翼の後流渦に沿った積分を示している。翼表面の法線方向単位ベクトルを (n_x, n_y) とすると、接線方向および法線方向速度 u_t, u_n は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_t(s) &= -u_x(s)n_y(s) + u_y(s)n_x(s) \\ u_n(s) &= u_y(s)n_y(s) + u_x(s)n_x(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

図2のように、翼表面を、それぞれ、 N の直線要素に分解する。そして、翼表面の渦分布を一次関数で近似し、次のように表現する。

$$\gamma(s) = (s_{j+1} - s)\gamma_j/\delta_j + (s - s_j)\gamma_{j+1}/\delta_j \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\delta_j = s_{j+1} - s_j = [(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2]^{1/2}$
 後流渦は、時間ステップ $t = m\Delta t$ で位置 $(x_{w,i}, y_{w,i})$ に $\gamma_{w,i}$, ($i=1, 2, \dots, m$) の離散渦に置き換える。また、標点 $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_{i+1} &= x_i + h(x_{i+1} - x_i) \quad (0 < h < 1) \\ \bar{y}_{i+1} &= y_i + h(y_{i+1} - y_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式(2)に式(1), (3), (4)を用いると離散化した $u_t(\bar{s}_i), u_n(\bar{s}_i)$ が得られる。詳細については文献(9)参照。

3.2 境界条件 非定常運動している翼表面の i 番目のパネルの法線方向変移速度を $U_{jn}(\bar{s}_i)$ とし、一様流と誘起速度の合速度の法線方向速度を $U_n(\bar{s}_i)$ とする。このとき、物体表面を流体が横切って通過しないことより次式が成立しなければならない。

$$U_n(\bar{s}_i) = U_{jn}(\bar{s}_i) \dots\dots\dots (5)$$

翼後縁のクッタ条件に関し、離散渦法では、 Δt の時間ステップでの循環の変化量 $\Delta\Gamma$ が、翼後方に流出するとして、渦の発生位置を未知数とする方法⁽⁴⁾⁽⁵⁾と渦発

図2 離散化

生位置を与えて渦の大きさを求める方法⁽⁷⁾とがある。前者は、厳密解に近いが、反復計算が必要となり計算時間が多くなる。そこで、後者について、種々のモデル化を行って計算し、低周波から高周波の振動に対し精度よい解を得るモデルを調べた。本報で、低周波から高周波の範囲の回転振動において、精度よく計算できるモデルを提示したい。非定常翼のクッタ条件に関するモデル化については、Basu らが指摘しているように、定常翼のような定まったモデルはない。振動数が小さい、非常にゆっくりした振動においては、翼後縁付近の流れは定常翼の場合と同じ流れと想像できる。したがって、

$$\gamma_0 + \gamma_N = 0 \dots\dots\dots (6)$$

が、この場合満たされるであろう。振動数の増大とともに、翼端付近の上下面の流速の接線方向の大きさ $U_t(\bar{s}_1)$, $U_t(\bar{s}_N)$ は異なり、この流速によって、翼端渦、 γ_0 , γ_N が後流へ、それぞれ、流出していき、微小時間 Δt のそれぞれの循環の強さは、 $\gamma_0 U_t(\bar{s}_1) \Delta t$, $\gamma_N U_t(\bar{s}_N) \Delta t$ と考えられる。上述したように、計算時間の短縮から、これらの自由渦を合成し、一つの自由渦とし、しかも、集中渦で置き換えるモデルを考える。

図3のように渦が後縁付近の流れに沿って流出する
と考え、翼後流渦の発生位置を次のようにする。

$$y_{w,0} = \begin{cases} y_N + (y_N - y_{N-1})(x_{w0} - x_N) \\ \quad / (x_N - x_{N-1}) & (U_{t,1} < U_{t,N}) \\ y_0 + (y_1 - y_0)(x_{w0} - x_0) \\ \quad / (x_1 - x_0) & (U_{t,1} > U_{t,N}) \end{cases} \dots (7)$$

翼後縁での上下面のパネルである 1 番めと N 番めのパネルの標点での接線方向速度が大きいほうに渦が流出する。つまり、上面の速度が大きいとき、自由渦は (x_0, y_0) と (x_{w0}, y_{w0}) を結ぶ方向に、翼下面の速度が大きいとき、自由渦は (x_N, y_N) と (x_{w0}, y_{w0}) を結ぶ方向に流れる。この方法では図 3 のように翼後縁が Cusp 状でない場合でも適用できるし、後で述べるように反復計算法と大差ない数値結果が得られる。

翼と後流での渦保存則が成立しなければならないので次式が成立する。

図 3 渦発生位置

$$\int \gamma(t) dt + \sum_{j=1}^m \gamma_{w_j} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

3.3 揚力, 抗力, モーメント係数 圧力係数の定義と非定常ベルヌーイの式より, 圧力係数は次のようになる。

$$C_p = 1 - \{ (U_x + u_x)^2 + (U_y + u_y)^2 \} / U_\infty^2 - 2\partial\phi/\partial t / U_\infty^2 \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 ϕ は速度ポテンシャルである。まず、翼後縁までの速度ポテンシャルを求め、次に、翼表面の接線方向速度を翼後縁より翼表面に沿って積分して速度ポテンシャルをもとめた。このとき、積分は、各パネルの接線方向速度分布を標点での速度による均一分布で近似して行った。この時間 t_{m+1} と t_m でのポテンシャルの差を時間 Δt で割って、式(9)の ϕ の時間微分を求めた。揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D 、および翼前縁まわりのモーメント係数 C_M は物体表面の圧力分布を積分して求めた、このとき、積分は、各パネルでの圧力分布が、標点での圧力で均一に分布しているとして求めた。

4. 数値計算と結果

4・1 数値計算手順 翼後縁から渦発生位置 (x_{w0} , y_{w0}) を与えて, 渦 $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_N, \gamma_{w,m}$ を次の計算手順で求める.

- (1) $t = m\Delta t$ として, 式(5), (6), (8)を与えて, 渦 $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_N, \gamma_{w,m}$ を求める。
- (2) 得られた渦分布より, 誘起速度を求め, 後流渦を次式により移動させる。

$$[x_i]_{n+1} = [x_i]_n + [U_x + u_{x,i}]_n \Delta t / 5 \quad (n=1, \dots, 5)$$

$$[y_i]_{n+1} = [y_i]_n + [U_y + u_{y,i}]_n \Delta t / 5 \dots\dots\dots (10)$$

- (3) 必要とする時間まで(1), (2)の手順を繰返す。

4・2 計算結果 本報では単独翼について計算し、本解法の有用性を検討する。翼が前縁を中心として回転振動する場合について考える。回転角度は、反時計回りを正として、 $\beta = \alpha + a \sin(\omega t + \theta)$ で表す。ここで、 α, a は角度の定数で、 ω は無次元円振動数、 θ は初期位相である。

4・1 節の計算手順により非定常流を求める。パネル数は単独翼 (NACA0012) の定常状態の揚力係数を計算し、実験結果と比較し、パネル数が 40 程度でよいことがわかった。したがって、本報の計算ではパネル数を 40 で計算する⁽⁹⁾。図 4 は、NACA0012 と NACA0006 の定常状態での翼表面の速度分布について、本報計算値と実験値⁽⁹⁾を比較したものである。図 4 より、本報計算値が実験値を十分表現できることが

わかる。図5, 6は, 他の計算結果と比較するために翼前縁を中心に回転振動する単独の NACA0012 翼の計算結果を示したものである。図5は, 揚力係数と翼迎え角との関係を Paraschivoiu ら⁽⁶⁾と比較したもので, 角度の振幅 $\alpha=3^\circ$ で, 振動数 $\omega=0.14, 0.8$ の低振動数の場合である。図6は, 揚力係数と翼迎え角の関係を Vezza ら⁽⁵⁾と比較したものである。角度の振幅は $\alpha=0.01$ rad 振動数 $\omega=20$ の高振動数の場合である。このように, 本手法によって, 低周波から高周波まで, かなりよく表現できる。

図7, 8は, 一定振幅 $\alpha=5^\circ$ で, 振動数 $\omega=1, 2, 3, 4, 5$ と変化したときの揚力係数と翼迎え角および時間との関係を, それぞれ, 示したものである。図8からわかるように, 揚力係数は, 振動開始後の時間の経過と

ともに, ほぼ, 周期的な変化をするが, 3周期以後は, ほとんど一定の振動状態になるので, 図7では第4周期めの結果を描いた。図7からわかるように, ω が零に近づくと, 迎え角が -5° から 5° まで直線的に揚力係数が増加する定常翼の結果に近づき, ω が大きくなると翼迎え角よりも振動による変移速度の影響が大きくなり定常翼の結果と大きく異なる。図9は, 図7に対応した後流渦の分布を示したものである。図9で示したように渦分布の形状を次の三つに分類した。

図4 定常単独翼の計算値と実験値の比較

図5 低い振動数の単独翼の他理論値との比較

図6 高い振動数の単独翼の他理論値との比較

図7 単独翼の揚力係数と翼迎え角との関係

図8 単独翼の揚力係数と時間との関係

図9 図7に対応した後流渦の分布

- (I) 周期的な巻き上がりのない状態
- (II) 周期的な巻き上がりのある状態
- (III) 極端な渦の集中が起こり渦の軌跡が不めいり
ような状態

円振動数 ω と振幅 a による状態の変化を表1にまとめた。

図10は、一定振動数 $\omega=5$ で、振幅 $a=1, 2, 3, 4, 5^\circ$ と変化したときの揚力係数と翼迎え角との関係を示したものである。

図11は、振幅が一定のもとに、周波数が変化したときの揚力係数の最大値を示したものである。周波数の増大とともに、揚力係数の最大値は二次関数的に変化することがわかる。図12は、周波数が一定のもとに、振幅が変化したときの揚力係数の最大値を示したものである。振幅の増大とともに、揚力係数の最大値は一次関数的に変化することがわかる。

図13は、後流渦を一樣流で移動させた場合(線形後流)と後流渦を一樣流と渦分布による誘起速度で移動

させた場合(非線形後流)との比較を行ったものである。図13より、うず分布の形状は大きく異なることがわかる。図14には、圧力分布の式(9)を次の(a)~(d)の四つに分類し、それぞれの圧力係数 C_p を積分して求めた揚力係数を(a)~(d)として示している。

$$(a) \quad C_p = 1 - \{ (U_x + u_f + u_w)^2 + (U_y + v_f + v_w)^2 \} / U_\infty^2 - 2\partial\phi/\partial t / U_\infty^2$$

$$(b) \quad C_p = -2\partial\phi/\partial t / U_\infty^2$$

$$(c) \quad C_p = 1 - \{ (U_x + u_f + u_w)^2 + (U_y + v_f + v_w)^2 \} / U_\infty^2$$

$$(d) \quad C_p = 1 - \{ (U_x + u_f)^2 + (U_y + v_f)^2 \} / U_\infty^2$$

ここで、 (u_f, v_f) は、翼面上の渦分布による誘起速度、 (u_w, v_w) は、後流渦分布による誘起速度である。(a)は、通常の非定常の圧力分布である。(a)は(b)と(c)の和であり、(b)は翼が $d\phi/dt$ で回転振動するの

表1 渦分布の分類

ϵ	a	1°	2°	3°	4°	5°
1	I	I	I	I	I	I
2	I	I	I	I	I	II
3	I	II	II	II	II	II
4	I	II	II	II	II	II
5	II	II	II	II	II	II
6	II	II	II	III	III	III
7	II	II	III	III	III	III

図10 単独翼の揚力係数と翼迎え角との関係

図11 最大揚力係数と周波数との関係
(振幅一定の場合)

図12 最大揚力係数と振幅との関係
(振動数一定の場合)

図13 後流渦の線形分布と非線形分布の比較

図14 後流渦の線形分布と非線形分布による
揚力係数の比較

図 15 後流渦分布の距離と強さ

図 16 単独翼の揚力係数, 抗力係数およびモーメント係数

に關係し, (c)は, 迎え角が $-\beta$ の準定常な翼に働く揚力に關係していると考えられる. $d\beta/dt = a \cos \omega t$, $\beta = a \sin \omega t$ であるので, (b), (c)は, それぞれ, $-\cos \omega t$, $-\sin \omega t$ と同じ位相で変化しているのが図 14 よりわかる. また, 迎え角 5° の定常翼の揚力係数は, 0.5 程度であり, これは (c) の最大値と一致する. このことより, 図 8 の周波数による位相のずれを説明することができる. すなわち, $\omega=1$ のときは, (c) が大きく, 揚力係数が $-\sin \omega t$ で変化し, $\omega=5$ のときは, (b) が大きく, 揚力係数が $-\cos \omega t$ で変化するので, 低周波数から高周波数までに約 90° の位相の変化があることになる. (c) と (d) の差のないことより, 後流渦の誘起速度は, 揚力係数にほとんど影響しない. 実際, 翼面上での後流渦の誘起速度と合速度との比の二乗は, 最大で数%程度である. 図 15 は, 4 周期における後流渦の分布と強さを示したもので, 翼前縁から各後流渦までの距離を r とし, その渦の強さを γ_w として図示したものである. 図 15 より, 線形後流と非線形後流の渦分布の強さと位置がほぼ一致しているため, 線形渦分布と非線形渦分布における揚力係数に差のない結果となる. これらのことより, 渦分布の形状には, 大きな違いを生じるが, 揚力係数は, ほと

んど変化のないことがわかる. これは, 翼列の場合⁽¹⁾と同じ結果となっている.

図 16 は, 揚力係数, 抗力係数およびモーメント係数の計算例を示したものである.

5. 結 論

振動する翼の流れを, 翼面上の一次関数の渦分布と後流の点渦の分布で表現し, パネル法および離散渦法により数値計算する方法を示し, 第 1 報として, 単独翼の数値計算を行った. その結果, 次のようなことが得られた.

(1) 後流渦の発生位置を与え, 翼後縁の上下面から滑かに流出するという条件より渦の強さを求める方法を提案し, 低周波から高周波にわたって精度のよい解が得られることがわかった.

(2) 最大揚力は, 周波数(振幅一定)の二次関数的, 振幅(周波数一定)の一次関数的となる.

(3) 非定常揚力をポテンシャルの時間微分項と誘起速度による項にわけて調べた. 揚力の位相は, 低周波では翼迎え角, 高周波では角速度の位相と同様になる.

(4) 後流渦を一樣流で移動させた場合(線形後流)と後流渦を一樣流と渦分布による誘起速度で移動させた場合(非線形後流)との比較を行った. 渦分布の形状は大きく異なるが, 後流渦による誘起速度は揚力にあまり影響しない.

(5) 振動数と振幅による渦パターンの分類を示した.

文 献

- (1) 正司・大橋, ターボ機械, 9-5 (昭 56), 259.
- (2) Imaichi, K. Tsujimoto, Y., and Yoshida, Y., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, 104-2, (1982), 228.
- (3) Giesing, J. P., *Trans. ASME, Ser. D*, 90 (1968), 387.
- (4) Basu, B. C. and Hancock, G. J., *J. Fluid Mech.*, 87-1 (1978), 159.
- (5) Vezza, M. and Galbraith, R. A., *Int. J. Numer. Method Fluids.*, 5 (1985), 347.
- (6) Paraschivoiu, I. and Parrouffe, J. M., *Can. Aeronaut. Space. J.*, 31-2 (1985), 142.
- (7) Kuwahara, K., *J. Phys. Soc. Jpn.*, 35-5 (1973), 1545.
- (8) Abbott, I. H. and Von Doenhoff, A. E., *Theory of Wing Sections.*, (1958), 311, Dover Publications, Inc.
- (9) 倉田・木田・摂大学術, A-4, (昭 60), 33.