半径流ポンプ内の固体粒子の流れ*
(第2報, 完全三次元流れ場における運動)峯村吉泰^{*1}, 菊山功嗣^{*2}
村上光清^{*3}, 内山知実^{*4}Movements of Solid Particles in a Radial-Flow Pump Impeller
(2nd Report, Behavior of a Three-Dimensional Potential Flow Field)Kiyoshi MINEMURA, Koji KIKUYAMA,
Mitsukiyo MURAKAMI, and Tomomi UCHIYAMA

Equations of motion of solid particles in a pump impeller having a low specific speed were solved numerically with assumptions of an inviscid and incompressible three dimensional potential flow, and the general movement of solid particles in the pump was clarified. The trajectories of the sand particles and manganese ores, with diameters ranging from 1 mm to 5 mm were obtained for different flow capacities. The locations and the velocities with which the particles impinge on the boundary surface of the pump were also discussed in order to estimate the erosion damage in pumps.

Key Words: Multiphase Flow, Centrifugal Pump, Sand Pump, Slurry Pump, Solid-Liquid Mixtures, Erosion, Particle Trajectory, Finite Element Method

1. ま え が き

海底資源の採集や微粒炭の水力輸送などに関連して, 固体粒子の混濁した液を扱うポンプに関する問題が関心を集めている。前報⁽¹⁾では, ポンプ内における固体粒子の流れの一般的な特徴を把握し, また侵食位置の予測を行う観点から壁面への衝突速度などを求めるため, 半径流ポンプ内における固体粒子の流れを数値解析した。この際, 水流の状態を準三次元的に解き, 粒子の流れを子午面の流れ場と子午面の平均流面上の羽根間流れ場とに分けて二次元的に解析した。しかし, 粒子の直径や比重が増すと, 粒子のボス面に衝突する頻度が高くなり, 衝突した粒子には大きな半径方向速度成分が付与される。その結果, たとえ水流の羽根車への流入条件が無衝突の場合でさえも, 粒子は大きな周速度成分をもち, 無衝突流入とはならなくなる。このような粒子の三次元運動を正確に予測するには, 流れと粒子の運動をともに三次元解析することが必要であ

らう。

本報では, ポンプ内の水流を非粘性・定常三次元ポテンシャル流と仮定し, 有限要素法により完全三次元解析を行い, この三次元流れ場における固体粒子の三次元運動を解析することにより, 粒子の運動に及ぼす重力(粒子の流入位置)の影響などを明らかにした。

2. 記 号

C_d : 粒子の抵抗係数

C_o : 粒子の慣性質量係数

d : 固体粒子の直径

e : 粒子の比重 $= M/m$

g : 重力加速度

M : 粒子の質量

m : 粒子が排除した水の質量

p : 重力の影響を除いた絶対圧力

p_s : ポンプの吸込圧力

r : 半径座標

T_a : 粒子に作用する抗力による運動量変化の時定数 $= (3/4)(C_d/d)|V_a - W_a|$

t : 時間

u : 羽根車の周速度

V : 粒子の速度ベクトル

* 昭和62年3月14日 関西支部第62期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年7月30日。

^{*1} 正員, 名古屋大学教養部 (〒464 名古屋市千種区不老町)。

^{*2} 正員, 名古屋大学工学部。

^{*3} 正員, 愛知工業大学 (〒480-11 豊田市八草町八千草)。

^{*4} 学生員, 名古屋大学大学院。

V_p : 粒子の衝突速度の垂直成分
 V_t : 粒子の衝突速度の接線成分
 W : 水流の速度ベクトル
 z : 軸方向座標
 β : 粒子の相対流出角度
 θ : 周方向角度座標 $= \Theta + \omega t + \theta_0$
 Θ : 粒子の羽根に相対的な周方向角度
 ρ : 水の密度
 ϕ : ポンプの無次元流量または速度ポテンシャル
 $\Delta\phi_r$: 無次元圧力係数
 ω : 羽根車の回転角速度

添字

0: 初期条件
 1: 羽根車入口における値
 2: 羽根車出口における値
 a : 絶対座標系における値
 r : 半径方向成分
 z : 軸方向成分

3. 基礎式

3.1 水流の運動方程式 回転座標系における絶対流れを非圧縮・非粘性流れと仮定すれば絶対渦なし流れとなり、速度はポテンシャルをもつ。よって、絶対流れの速度ベクトル W_a と相対速度ベクトル W 、ならびに三次元速度ポテンシャル ϕ の間には、次の関係が成立する。

$$W_a = W + \omega \times r = -\nabla\phi \quad \text{.....(1)}$$

このような流れの支配方程式は Laplace 方程式で表される。すなわち、

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{.....(2)}$$

任意の点における静圧 p は、式(1)、(2)より定まる速度 W により、次式で与えられる。

$$p = p_{is} - \rho\omega\lambda + \rho[(r\omega)^2 - |W|^2]/2 \quad \text{.....(3)}$$

ただし、 p_{is} はポンプ入口の岐点圧力であり、 λ は入口予旋回係数である。

3.2 固体粒子の運動方程式 水流に含まれる固体粒子の数が少なく、またその直径が小さい場合を考えると、粒子の存在により水の流動状態は実質的に不変であると仮定できる。よって、粒子の流動状態は単一粒子の運動を追跡することにより知ることができる。固体粒子の運動は Basset-Boussinesq-Oseen により、次式で与えられる⁽²⁾。

$$\begin{aligned}
 M(D_a V_a/dt) = & -(m/\rho)\nabla_a p - mT_a(V_a - W_a) \\
 & + (m - M)g\nabla_a r \sin\theta + mC_v(D_a W_a/dt \\
 & - D_a V_a/dt) \quad \text{.....(4)}
 \end{aligned}$$

回転座標系では、

$$dV/dt = D_a V_a/dt - 2\omega \times V - \omega \times (\omega \times r)$$

よって、回転座標系における水流の速度場 W における粒子速度 V は次のようになる⁽¹⁾⁽³⁾。

$$\begin{aligned}
 dV/dt = & -(\varepsilon/\rho)\nabla p - \varepsilon T_a(V - W)/(1 + C_v) \\
 & - (1 - \varepsilon)g\nabla(r \sin\theta) - 2\omega \times V - \omega \times (\omega \times r) \quad \text{.....(5)}
 \end{aligned}$$

ただし、 ε は粒子が排除した水の実質的質量と粒子の実質的質量の比である。すなわち、

$$\varepsilon = m(1 + C_v)/(M + mC_v) = (1 + C_v)/(e + C_v) \quad \text{.....(6)}$$

4. 数値解法

4.1 水の流れ 流れの計算領域を、図1で示すように、一つの羽根間流路とこの羽根1ピッチに相当する上流および下流の流路部分とする。ポンプ入口部は同心円筒間の環状流路、吐出側は平行板流路である。この計算領域において、式(3)は以下の境界条件を満足しなければならない⁽⁴⁾。すなわち、上流と下流の境界 B_1 , B_2 、羽根表面 B_3 , B_4 、ハブとシュラウド面 B_5 , B_6 では、境界面の法線ベクトルを n とすると

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = n \cdot \nabla\phi = \begin{cases} W_z & (B_1) \\ -W_r & (B_2) \\ +n \cdot \omega \times r & (B_3, B_4) \\ 0 & (B_5, B_6) \end{cases} \quad \text{.....(7)}$$

残りの境界 $B_7 \sim B_{10}$ では周期性の条件が成立する。

$$\phi(z, \theta + 2\pi/N, r) = \phi(z, \theta, r) - \Gamma/N$$

$$\frac{\partial\phi(z, \theta + 2\pi/N, r)}{\partial n} = \frac{\partial\phi(z, \theta, r)}{\partial n} \quad \text{.....(8)}$$

ただし、 Γ は循環、 N は羽根の枚数である。

ここでは、流路を四面体要素に分割して4節点1次要素を考え、有限要素法により、条件式(7)、(8)を満足する式(2)の解を Rayleigh-Ritz による汎関数最

図1 流れの領域

小化手法により求めた。循環 Γ の値は、繰返し計算により Kutta-Joukowski の条件を満たすように定める方法⁽⁵⁾があるが、ここでは速度分布の測定結果から定めた。

次に、各節点に対して得られた速度ポテンシャル ϕ の値から、各節点における速度、すなわち ϕ の微分値を求めるには、当該節点を含む近接の三つの四面体要素に対する各頂点 (14 節点) の値を用いて最小二乗法により定める、大宮寺の方法⁽⁵⁾を用いた。この方法により、すべての節点において水流の状態 (流速、圧力、圧力こう配) が既知となるから、節点上にない任意の位置における水流の状態も、その点を囲む近傍 14 節点の値から補間により求めることができる。

4・2 粒子の流れ 式 (5) の右辺は固体粒子の座標と速度だけの関数である。よって、すべての流れの場における水流の状態が知れていれば、式 (5) は粒子の初期位置と初期速度に対する初期値問題として解くことができる。ここでは粒子の初期位置をポンプ入口、初期速度をそこの水流の速度に等しいものとして、3 次の Adams-Bashforth 法⁽⁶⁾により数値積分する方法を用いた。

実際の粒子の形状は球とは異なるので、粒子が壁面に衝突する場合にはその後の反発経路が極めて複雑になる。簡単のため、式 (5) を解く際には粒子を与えられた直径をもつ球形粒子として扱うが、衝突に対しては粒子を質点とみなし、かつ完全弾性体であると仮定する。また計算では式 (5) を微小時間間隔 Δt ごとに積分して解くので、 Δt 後の粒子位置が境界面を通り超している場合には、まず壁面までの到達時間 Δt_c と衝突位置を反復法により求め⁽⁷⁾、この境界面での粒子速度と入射角を求める。次いで入射角と等しい反射角で粒子が反発し、衝突時と同一速度で残り ($\Delta t - \Delta t_c$) 時間を等速度運動するものとして、 Δt 後の粒子位置を求めた。

5. 解析結果と考察

5・1 ポンプ運転条件と粒子の種類 解析の対象としたポンプは前報⁽¹⁾と同一の諸元 (口径=80 mm, 羽根車外形=225 mm) をもつ、低比速度の半径流形渦巻ポンプ [比速度=180 (m, m³/min, rpm), 流量=0.9 m³/min, 揚程=19 m, 回転数=1 750 rpm] である。羽根車は羽根数が 5 枚であり、羽根の溝深さ (=18 mm) が半径方向に変わらない二次元羽根をもつ (図 1 参照)。

ポンプは定格回転数 1 750 rpm で運転し、吐出量は規定流量、 $\phi=0.08$ を含め、低流量 ($\phi=0.06$) と高流量

($\phi=0.1$) の 3 種の条件に対して求めた。吐出量が正規に近い値であるから、水はポンプ入口において無旋回で均一な速度で流入し、羽根車後方において一様な均一速度で流出するものとした。この流出角度は、羽根車出口直後の断面 ($r=1.15r_2$) におけるピトー管による測定値を用いた⁽⁸⁾。また羽根とケーシング間の軸方向すきまは狭いので、このすきまを通る漏れ流れとその主流への影響は無視した。

固体粒子としてはここでは主に砂粒を想定して、その比重 $e=2.64$ ($\epsilon=0.478$) をもつ球形粒子を扱う。また比重の大きい例としてマンガン鉱 ($e=4.33$, $\epsilon=0.311$) に相当する粒子の流れも解析する。粒子の直径 d は 1, 2.5, 5 mm の 3 種に対して求めた。

5・2 水の流れ ポンプの定格流量 ($\phi=0.08$) における水流の完全三次元解析の結果を図 2 に示す。図の

(a) 子午面内 ($k=3$ の断面) の流れ

(b) 羽根間流れ ($j=3$ の断面) の流れ

(c) 断面 A-A

(d) 羽根車入口断面

図 2 水の流動状態

(a)は、羽根圧力側と負圧側のほぼ中央の流路(図1の $k=3$ の断面)に相当する子午面に対して、速度ベクトルを太い矢印で示してある。ポンプ入口では一様速度をもつが、羽根車上流の流路曲がり部(例えば断面A-A)では曲がり内側ほど流速が大きい。図にはまた、ポンプ入口の静圧を基準にした圧力 $\Delta\psi_r=\{(p-p_s)/(u_z^2/g)\}$ の等しい点を結んだ等圧線が示してある。これは、周方向に異なる断面の結果、すなわち羽根の負圧側(図1の $k=5$ の断面)、圧力側($k=2$ の断面)およびそのほぼ中央の断面($k=3$ の断面)における値を示したもので、羽根車上流の流路曲がり部内側における低圧部($\Delta\psi_r<0$ の領域)では各断面による違いが見られる。これは、流れの三次元性によるものであるが、下流の羽根車内では圧力分布が軸方向に一定であり流れは二次元的である。

図2(b)は、羽根みぞ深さのほぼ中央に相当する流路(図1の $j=3$ の断面)の羽根間流路に対し速度ベクトルの子午面成分を示したもので、圧力分布は軸方向に異なる3断面、すなわち、シュラウド側($j=6$ の断面)、ハブ側($j=2$ の断面)、そのほぼ中間断面($j=4$ の断面)の結果が示してある。流れの三次元性は羽根車入口部においてのみ見られる。図2(c)は流路曲がり部[図2(a)の断面A-A]、(d)は羽根車入口の断面における速度分布である。流れが周方向に異なり、羽根溝中央部のシュラウド側において流速が大きいことが知れる。

ポンプ流量 ϕ を変えた場合($0.06 \leq \phi \leq 0.10$)には、 ϕ が減るほど、圧力分布に見られる三次元性はより顕著になる傾向を示す。

5.3 固体粒子の軌道 ポンプ入口(羽根車のシュ

図3 初期断面における固体粒子の初期位置

ラウド面より上流90 mmの位置)の初期断面において、固体粒子を水流と同一速度で放置したときの結果について述べる。図3は初期断面における粒子の初期位置を、ポンプに向かって示したものである。粒子の初期半径位置は流量を10等分する同心円の半径位置 $S_1, S_2, \dots, S_9$ とした。初期位置はさらに同一半径の円周上で周方向に変え、羽根1ピッチ分($=\Delta\theta$)の流路範囲に相当する鉛直上方の左側の扇状流路を初期断面とした。重力の影響を調べるために、鉛直下方の右側流路を初期断面とする場合についても行った。これら初期断面における直径の違う粒子の位置を表す必要がある場合には、以後、○、△、□印を用い、前者の場合は白抜き、後者の場合は塗りつぶしによる記号を用いて表すことにする。

まず、粒子の初期位置を管中心の鉛直上方にとり、種々の半径位置($S_1, S_2, \dots, S_9$)から水流と同一速度で粒子を放置したときの軌道を求めると、図4のようになる。ポンプを正規流量 $\phi=0.08$ で運転し、比重 $e=2.64$ (砂)、直径 $d=1$ mmの粒子の結果である。粒子の軌道は実線で、水の流線は破線で示し、初期断面からの経過時間が0.01秒ごとの位置を粒子に対しては○印で、水流に対しては太い点線で示してある。

図4(a)の子午面流路においては、ポンプ入口の水

(a) 子午面内の軌道

(b) 羽根間流路内の軌道

図4 固体粒子の軌道($e=2.64$, $d=1$ mm)

平流路部の粒子の軌道がほぼ水の流線に一致しており、ほぼ水と同一速度で流れている。しかし、流路曲がり部ではいずれの粒子も水の流線から大きくはずれて直進し、羽根車入口近傍のハブ面に衝突する。はね返った粒子は、羽根車内をほぼ直線的に運動して、シュラウド面に衝突することなく羽根車外へ流出する。

図4(a)に示した各粒子の羽根間流路における軌道は図の(b)のようになる。この場合、図4(a)の初期位置 S_0 から放置された粒子は、羽根前縁に衝突するが、粒子の初期半径位置が小さくなる($S_0 \rightarrow S_1$)と、その軌道が羽根車の回転と逆方向に移動し、羽根に衝突しなくなる。これは、粒子の初期半径位置が小さくなるほど、初期断面から羽根車入口までに要する粒子の到達時間が長くなり〔図4(a)参照〕、この間の羽根車の回転角度が減じて、羽根に対する相対角度座標が小さくなるためである。図には、参考のため、多くの粒子が流れるハブ側(図1の $j=2$ の断面)の水流線を破線で示してある。粒子の軌道(実線)はほぼ水流線に沿っている。しかし、コリオリ力の作用により、粒子の軌道が羽根車内では負圧側から圧力側へ多少片寄る傾向を示す。この際、固体粒子の慣性力は大きいので、水流線の曲がりに対しては粒子の軌道は直進する傾向を示し、羽根車出口では水流線に対しより大きな相対角度で粒子が流出する。この粒子の相対流出角度が羽根角度より大になることは、供試羽根車の羽根出口角度($18^\circ 10'$)とほぼ同じ値をもつ半径流羽根車内のガラス球($d=9\text{ mm}$, $e=2.90$)の軌道の測定結果⁽⁹⁾からも確かめられる。

図5は、正規流量のときの羽根車出口における粒子(図3に示した初期位置に対する全粒子)の流出角度の平均値を標準偏差とともに示したものである。比重 e が2.64の場合には、流出角度 β_2 が粒子直径 d によらずほぼ一定である。 d が5 mmの場合には、羽根圧力

図5 粒子の相対流出角度

面へ粒子が衝突する頻度が高くなる〔図8(a)参照〕ので、衝突により粒子は大きな半径方向速度を付与され、流出角度も大になる。このような衝突粒子を除外した残りの粒子に対する結果を、図には記号を変えて併記してある。この場合には、 d が5 mmの β_2 の値がかなり低下する。図には、 $e=4.33$ の粒子に対する結果も示してある。 β_2 の値は $e=2.64$ の場合に比べて大きく、また d が増すほど大になる。 $e=4.33$ の場合も、羽根圧力面へ衝突しない粒子に対する β_2 の値は d の増大とともに減じ、 $d=5\text{ mm}$ の場合には羽根角度以下になる。

次に、粒子直径を変えたときの結果について述べる。ポンプの正規流量($\phi=0.08$)のもとで、比重 e が2.64(砂)をもつ粒子の直径 d が2.5および5 mmの結果をそれぞれ図6(a), (b)に示す。羽根車内の軌道には顕著な違いが見られないので、子午面内の結果のみを示した。図(a)の $d=2.5\text{ mm}$ の場合、粒子はハブ面に衝突した後、多くの粒子は羽根車出口近傍のシュラウド面に衝突してから羽根車外へ流出する。また図(b)の $d=5\text{ mm}$ の場合には、シュラウド面に衝突した後、再びハブ面に衝突する粒子も見られる。直径 d が大きいほど、ハブ面からののはね返り後に他の壁面

(a) $d=2.5\text{ mm}$ の場合

(b) $d=5\text{ mm}$ の場合

図6 粒子直径が異なる場合の軌道

と衝突する頻度が高くなり、またシュラウド面上の衝突位置(半径)の散らばりが大になる。これは、 d が大なるほど羽根車上流の曲がり部における粒子の軸方向直進性が増し、粒子の半径方向速度成分が減ずるためである。図4(b)で見たように、羽根車内における粒子の軌道が負圧側から圧力側へ片寄る傾向があるが、この傾向は直径が大なるほどまた固体粒子の比重が大なるほど強まる⁽¹⁾。

水平吸込管内の固体粒子は重力の作用により沈降し、粒子が管の下半分の領域を流れる確率が高くなり、羽根車へは鉛直下方から流入しやすい。そこで、粒子の軌道に及ぼす重力の影響を調べるため、図3の初期半径 S_0 の同一円周上から放置した粒子 ($e=2.64$, $d=2.5\text{ mm}$) に対して、鉛直左上方の位置 (P_{65} , P_{67} , P_{61}) と鉛直右下方 (P'_{65} , P'_{64} , P'_{61}) の位置を初期位置とする粒子の軌道を求め、図7にそれぞれ破線と実線で示し、0.01秒ごとの位置を□印および■印で示してある。

図から知れるように、羽根車上流の水平管路部では初期位置を変えても軌道に顕著な差は生じない。また初期位置を鉛直上方および下方にしたときの、それぞれに対する周方向初期位置の影響もわずかである。しかし、羽根車内では、粒子が羽根車入口に達するまでに受ける重力の方向が異なるため、ハブ面への粒子衝突半径が鉛直下方から流入した粒子 (■印) のほうが大になり、結果として、羽根車内の粒子の軌道にはかなりの違いが現れる。このような傾向は直径 d が増すほど、また比重 e が大なるほど顕著になる。

図には、初期直径 d が 0.3 mm の空気泡を鉛直上方および下方の初期位置から放置したときの結果も示してある。この寸法は、このポンプの運転条件のとき羽根車内で観察される頻度の高い値である⁽⁸⁾。気泡は羽根車上流の流路曲がり部において曲がり内側へと移動し、そのまま羽根車内へ流入する。気泡の慣性力は小さいので、気泡は水流に押し流され、水流線とのず

図7 粒子の軌道に及ぼす重力の影響

れはかなり小さく、初期位置(重力)の影響も比較的小さい。固体粒子の場合には、粒子の慣性力が大きいので粒子の直進性が強く現れ、羽根車上流の流路曲がり部において、粒子が水流から半径方向の速度成分を付与されにくい。その結果、直径または比重の大きい粒子ほど羽根車入口における粒子の半径方向の絶対速度成分が減じて、羽根車入口における粒子の相対流入角度が小さくなる。また、前述のように、羽根車内では粒子が負圧側から圧力側へ片寄る傾向があるから、羽根面への粒子の衝突頻度が負圧面に比べ圧力面のほうがかなり高いことを意味する。

5・4 衝突位置と速度 ポンプの侵食状況を決定する大きな要因の一つに、粒子の壁面への衝突位置と速度が挙げられる。まず、図3に示した上下二つの初期断面上のすべての初期位置(54箇所)から放置した比重 e が 2.64 の粒子(直径 $d=1, 2.5, 5\text{ mm}$) の衝突位置を求め、図3の記号を用いて表すと図8のようになる。

前述のように、粒子の衝突頻度は羽根圧力側が著しく高く、負圧側の場合は羽根前縁部に限られるので、羽根圧力面の結果のみを図の(a)に示す。衝突位置は羽根車入口近傍に集中しており、特に、羽根前縁のハブ側に多い。直径の大きい粒子がポンプ入口の下方から流入した場合(▲印)には羽根後縁のハブ側にも衝突する。比重の大きい $e=4.33$ の粒子の結果は図示していないが、衝突頻度は同様に羽根前縁のハブ側で高い。しかし、衝突位置は羽根全面にわたっている。

図8(b)は羽根車内のハブ面における結果である。羽根車入口近傍に多くの粒子が衝突するが、羽根車の入口と出口の中間部分から出口にかけての羽根負圧側の領域Aには衝突する粒子は皆無である。 e が 4.33 の粒子の場合にも $e=2.64$ の場合と同様であり、粒子の衝突のない領域がある。この領域を図にはBで示してある。領域BはAに含まれるが、その範囲は e が大なるほど羽根車出口側へ後退し、縮小している。

図8(c)はシュラウド面における結果である。羽根車入口直後の領域Aを除き、シュラウド面全体にわたって粒子が衝突している。また $e=4.33$ の場合も同様に、粒子が衝突する領域はA以外のシュラウド面全体に及ぶ。

次に、粒子の衝突速度の垂直成分 V_p と接線成分 V_t を求め、羽根車周速度 u_2 で無次元化した値と衝突半径位置との関係を求めると図9のようになる。比重 e が一定の場合、粒子の流入位置およびその直径 d によらず、衝突速度と半径位置の関係は1本の曲線にのり⁽¹⁾、図ではこの関係を e が 2.64 の粒子に対し太い

実線で示してある。図にはまた、粒子の衝突速度と半径位置の平均値を粒子の初期断面に応じて図3に用いた記号法により示してあり、またそれぞれの標準偏差を水平および垂直方向の直線で表してある。

図の(a)は、羽根面に粒子が衝突する場合の結果である。 V_p/u_2 は羽根前縁で著しく大きな値をとる(点線で囲んだ領域)が、その他の位置ではかなり小さく、ほぼ一定値(0.05~0.1)をとる。一方、 V_t/u_2 は前縁で局部的にかなり小さい値をとる(点線で囲んだ領域)が、その他の領域では V_p/u_2 の値に対し約4~8倍程度大きく、羽根後縁に近づくほど大になる。図の場合、羽根全体にわたる衝突位置と速度の関係を求めるため、羽

根前縁に衝突する粒子を除外した残りの粒子に対して、衝突位置と衝突速度の平均および標準偏差を求めたが、粒子直径 d が増すと衝突半径は多少増加し、またその初期位置が下方の場合には前述のように衝突半径が大になる。図には、比重 e を変えたときの

(a) 羽根面 (圧力側)

(b) ハブ側壁面

(c) シュラウド側壁面

図8 粒子の衝突位置

(a) 羽根面 (圧力側)

(b) ハブ側壁面

(c) シュラウド側壁面

図9 粒子の衝突位置と速度の関係

結果が細い実線で示してある。 e が増すと、 V_i/u_2 および V_p/u_2 の曲線はともに平行移動して、値が大になる。図にはまた、 $e=2.64$ の結果に対し、水流量 ϕ を変えたときの結果を曲線の種類を変えて示してある。羽根前縁部における V_p および V_i の値は ϕ により不変である。 V_i/u_2 の値は、高流量($\phi=0.1$)の場合には定格流量($\phi=0.08$)の場合と変わらないが、低流量($\phi=0.06$)では $r/r_1 \geq 1.5$ の範囲で値が減ずる。 V_p/u_2 の値は ϕ が大なるほど大きい。図4, 6, 8で見たように、羽根前縁では衝突する粒子数が多く、 V_p の値も高いので、ここでは疲労破壊による侵食が予想される。また、羽根の後縁では V_i の値が大であり、図8(a)より見られるように、羽根面圧力側の後縁近傍のハブ側に衝突する粒子もあるので、ここでの侵食が予想される。

図9(b)はハブ面に対する結果である。 V_p/u_2 は半径方向にわたってほぼ一定値(≈ 0.1)をとり、 e および ϕ にほとんど影響されない。 V_i/u_2 の値は V_p/u_2 に比べて著しく大きく、衝突半径とともに大になる。直径 d の増加とともに衝突位置の半径は大になる。 e が大きい場合には、 $r/r_1 > 1.5$ の範囲において V_i/u_2 の値が大になり、また ϕ が増すほど同じ領域で V_i の値が大になる。したがって、固体粒子によるハブ面の侵食状況は、衝突頻度の高い羽根車入口と、 V_i の値が大きい羽根車外周部の羽根圧力側近傍で起きやすく、また比重が大きい粒子の場合や水流量が大きい場合には侵食が加速されることが予想される。

図9(c)は、シュラウド面に粒子が衝突する場合の結果である。 V_p/u_2 の値はハブ面同様に小さく、かつ羽根車出口に向かって減少傾向を示す。 V_i/u_2 はこれに比べて著しく大きく、ハブ面および羽根圧力面の場合とほぼ同じ値を示し、衝突半径とともに大になる。また e が大なるほど V_i/u_2 の値は増す。特に、羽根車入口近傍での増加が著しい。また ϕ が大なるほど $r/r_1 \geq 1.7$ の範囲で値が増すことが知れる。

シュラウド面への粒子の衝突速度は羽根車に相対的な値がとってあるが、半開放形の場合には、ケーシング壁との衝突であるから接線速度 V_t は静止座標系に対する値 V_i' でなくてはならない。図には、この値も示してある。 V_i' と r/r_1 との関係は V_i と r/r_1 との関係とよく似ているが、 V_i' の値は V_i の約1/2であり、かつ e および ϕ による影響は小さい。

したがって、シュラウド面の侵食領域としては、粒子の衝突頻度の高い羽根車の中央から下流にかけての領域、とくに V_i の値が大きい羽根車外周部での侵食が予想される。

実際のサンドポンプの摩耗状況の観察結果⁽¹⁰⁾によると、羽根前縁の圧力側ハブ面および羽根車出口近傍のシュラウド面および羽根圧力面での侵食が著しく、上述の結果とよく一致する。

6. 結 論

半径流形ポンプ内の球形固体粒子の三次元流れを数値的に解析して求め、以下の結論を得た。

(1) ポンプ入口において鉛直上方および下方から流入する粒子の軌道は、羽根車内でその差が顕著になり、粒子の直径および比重が増すほど違いが大になる。

(2) 粒子の羽根車出口における相対流出角度は、粒子の比重が増すほど大になるが、羽根圧力面に衝突しない粒子の場合には d および e が増すほど流出角度が減ずる。

(3) 粒子の直径および比重が大になるほど、粒子の慣性力が増して粒子の軌道の直進性が強まり、羽根車上流の曲がり部において粒子に付与される半径方向速度が減ずる。その結果、羽根車内では羽根圧力面への粒子の衝突頻度が高く、負圧面では極めて低い。

(4) 羽根車の入口と出口の中央部から出口にかけての負圧側ハブ面は粒子の衝突頻度が極めて低く、シュラウド側では羽根車入口直後の領域が低い。

(5) 粒子の壁面への接線速度成分は異なる衝突面(ハブ面、シュラウド面、羽根面)でもほぼ同じ値をもち、羽根車出口に近づくほど大になる。

(6) 粒子の衝突位置と衝突速度の関係は、粒子の比重、水流量が一定の場合にはほぼ1本の曲線で表され、粒子の直径($1\text{ mm} \leq d \leq 5\text{ mm}$)やその初期位置(重力)による影響はほとんど受けない。 d が増すと衝突位置(半径)は多少大になる。

(7) 羽根車出口近傍で大きな値を示す衝突速度の接線速度成分の値は、一般に粒子の比重が増すほど、また水流量が増すほど大になる。

文 献

- (1) 峯村・ほか2名, 機論, 51-471, B (昭60), 3506.
- (2) Soo, S. L., *Fluid Dynamics of Multiphase Systems*, (1967), 31, Blaisdell Pub. Co..
- (3) 峯村・村上, 機論, 45-400, B (昭54), 1834.
- (4) Nagafuji, T. and Morii, H., *Proc. of IAHR*, (1980), 583.
- (5) 大宮寺, 機論, 48-433, B (昭57), 1667.
- (6) Henrici, P., *Elements of Numerical Analysis*, (1964), 276, John Wiley & Sons, New York.
- (7) 峯村・村上, 設計製図, 21-128 (昭61), 68.
- (8) 峯村・ほか2名, 機論, 51-462, B (昭60), 513.
- (9) 板谷・西川, 機論, 29-207 (昭38), 1786.
- (10) 広津・宮江, 機誌, 70-578 (昭42), 410.