圧縮性液体中の2個の非球形気泡の相互作用* (気泡の変形機構)

高比良裕之*¹、藤川重雄*²、赤松映明*²、許斐謙二*³

Interactions between Two Nonspherical Bubbles in a Compressible Liquid
(The Mechanism of the Deformation of Bubbles)

Hiroyuki TAKAHIRA, Shigeo FUJIKAWA, Teruaki AKAMATSU and Kenji KONOMI

Mutual interactions between two initially spherical bubbles in a liquid and the pressure waves radiated from them have been theoretically investigated. The equations for the motions of the two bubbles have been obtained and numerically solved, in which the compressibility of the liquid, the deformation of bubble walls and the relative motion between them are taken into consideration. It has been shown that the initially smaller bubble becomes unstable due to the interaction with the initially larger one depending both on the ratio of bubble radii and the initial gas pressure inside the bubbles. The result also indicates that an impulsive pressure higher than that of a single bubble can be produced from the initially smaller bubble under the special initial conditions.

Key Words : Cavitation, Bubble Dynamics, Instability, Pressure Wave, Impulsive Pressure

1. はじめに

キャビテーションは液体中で多数の気泡が成長、崩壊することによりひき起される現象であり、このため気泡の成長、崩壊について今日までに数多くの研究がなされてきている⁽¹⁾。しかしながら、これまでの研究では主として1個の気泡の挙動に重点が置かれてきた。

ところで、実際にキャビテーションが発生している状況では、多数の気泡が流れの中に存在し、それらが相互に干渉しながら成長、崩壊を繰り返している。この相互作用のために個々の気泡の挙動は1個の場合のそれとはかなり異なっているものと考えられる。事

実、最近、真田ら⁽²⁾は磁歪振動子表面近傍のキャビテーション気泡群から多数の強い衝撃波が発生していることを観測し、衝撃波の発生源近くの気泡群が衝撃波の作用を受けてさらに激しく崩壊すると推論している。この現象を理論的に解明するためには、気泡群と個々の気泡から発生する衝撃波群との相互作用を扱う必要がある。気泡力学の立場から激しく収縮する気泡間の相互作用を扱った研究は極めて少なく、著者らの知限り Smithら⁽³⁾、Tomitaら⁽⁴⁾、Dearら⁽⁵⁾の実験的研究、Chahine⁽⁶⁾、Guerriら⁽⁷⁾、Fujikawaら^{(8)~(10)}の理論的研究がある程度である。この中でFujikawaらは2個の球形気泡とそれらから発生する圧力波の相互作用を解析し真田らの推論に対し理論的根拠を与え⁽⁸⁾、さらに、理論を非球形気泡の場合に拡張している^{(9)~(10)}。

本論文ではFujikawaらの理論に基づいて、2個の非球形気泡とそれらから発生する圧力波との相互作用について調べる。

* 昭和62年3月14日 関西支部第62期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和61年9月27日。

*¹ 学生員、京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

*² 正員、京都大学工学部。

*³ 学生員、京都大学工学部。

2. 主要記号

a : 液中音速, B : $3.047 \times 10^9 \text{ Pa}$ (温度 20°C の水に対して), L : 2 個の気泡の中心間距離, p : 圧力, P : 液体中の任意の点, P_n : n 次のルジャンドルの多項式, r : 気泡中心からの距離, R : 気泡の半径, t : 時間, V : 気泡中心の移動速度, γ : 比熱比, ϵ : R/L , θ : 角度, κ : 7.15 (水に対して), ν : 動粘性係数, ρ : 密度, σ : 表面張力, ϕ : 速度ポテンシャル, 添字その他 0 : 0 次のモード, 1 および 2 : 気泡 1 および 2 , g : 非凝縮性気体, m : 混合気体, n : n 次のモード, r : 相対運動, v : 蒸気, ∞ : 無限遠方, $*$: 等価体積半径, $\cdot$: d/dt .

3. 理論

理論の詳細については Fujikawa らの論文⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を参照されたい。ここではその概要と計算に必要な結果のみを述べるにとどめる。いま、大きさの異なる2個の球形気泡がある距離を隔てて低圧の静止液体中(ここでは水)で平衡を保っているものとする。気泡周囲の液体圧が瞬間的にステップ状に上昇したとき、2個の気泡が相互に作用し合いながら収縮、再膨張を繰り返す過程を取り上げる。気泡の変形は小さいとし、液体の圧縮性および気泡間の相互作用はそれぞれ一次のオーダーまで考慮する。ただし、粘性は考えない。また、2個の球形気泡の解析結果から判断して、2つの気泡の初期半径比が $1/2$ 以下程度では、初期半径の大きな気泡は小さな気泡からあまり影響を受けず単一気泡と同じような挙動を示すことから、相互作用による気泡の並進運動は初期半径の小さい方の気泡に対してのみ考慮すればよいと考えられる⁽¹⁰⁾。本論文では、このような状況に対してのみ問題を限るものとする。図1に座標系を示す。以下、初期半径の大きな気泡を気泡1、小さな気泡を気泡2と記す。

まず、気泡の球形(0次)モードに関する運動方程式は次のように表される。

$$R_{i0}\ddot{R}_{i0}\left\{1-\frac{2\dot{R}_{i0}}{\alpha_\infty}\right\}+\frac{3}{2}\dot{R}_{i0}^2\left\{1-\frac{4\dot{R}_{i0}}{3\alpha_\infty}\right\}+\frac{1}{\rho_\infty}\left[p_\infty+\rho_\infty\epsilon_{j0}(t-\alpha_j)\{R_{j0}(t-\alpha_j)\ddot{R}_{j0}(t-\alpha_j)+2\dot{R}_{j0}^2(t-\alpha_j)\}-p_{0i}-\frac{R_{i0}}{\alpha_\infty}\dot{p}_{0i}\right]=0 \quad (1)$$

ここに、

$$p_{0i}=p_0+p_{ig}(0)\left(\frac{R_{i0}(0)}{R_i}\right)^{3\gamma}-\frac{2\sigma}{R_{i0}}$$

添字 i, j は気泡1に対しては $i=1, j=2$ 、気泡2に対しては $i=2, j=1$ であり、以後すべての式の表現はこの規約に従うものとする。相互作用の遅れ

時間 α_j は、過去のある時刻 τ_j において他の気泡壁から発する波が注目している気泡の中心に到達するまでの時間であり、 α_j と τ_j の間には次の関係がある。

$$\tau_j=t-\alpha_j(\tau_j), \quad \alpha_j \equiv \frac{L-R_{j0}}{\alpha_\infty} \quad (2)$$

ただし、 t は現時刻である。式(1)の相互作用の項(左辺第3項の ϵ_{j0} のかかった項)は式(2)を満足する時刻 τ_j における $R_{j0}, \dot{R}_{j0}, \ddot{R}_{j0}$ の諸量から決定される。気泡内部の非凝縮性気体は断熱的に変化し、その圧力はそれぞれの気泡の等価半径(後述)から決められるものとする。また、蒸気圧 p_v はここでは一定とする。

次に、気泡の変形($n \geq 1$ 次)モードに関する運動方程式は以下のように表される。

$$\ddot{R}_{in}-\left(\frac{\partial^2\phi_{i0}}{\partial r_i^2}\right)_{r_i=R_{i0}}\cdot R_{in}+\frac{n+1}{R_{i0}^2}q_{in}-V_{ir}\left\{\frac{n(n-1)}{2n-1}\cdot\frac{R_{i,n-1}}{R_{i0}}-\frac{(n+1)(n+2)}{2n+3}\cdot\frac{R_{i,n+1}}{R_{i0}}+\delta_n\right\}=0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_{in}-\frac{n+1}{R_{i0}}\left(\frac{\partial\phi_{i0}}{\partial r_i}\right)_{r_i=R_{i0}}\cdot q_{in}-V_{ir}\left\{nq_{i,n-1}-R_{i0}^{n+1}\left(\frac{\partial\phi_{i0}}{\partial r_i}\right)_{r_i=R_{i0}}\delta_n\right\} \\ +R_{i0}^{n+1}\left\{\ddot{R}_{i0}-\frac{\dot{R}_{i0}}{\alpha_\infty}\left(\ddot{R}_{i0}+\frac{2\dot{R}_{i0}^2}{R_{i0}}\right)-\frac{\sigma(n-1)(n+2)}{\rho_\infty R_{i0}^2}\right\}R_{in}=0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、

$$\delta_n=1, (n=1); \quad \delta_n=0, (n \geq 2)$$

$$R_{i,n-1}=0, \quad q_{i,n-1}=0, (n=1)$$

$$V_{ir}=V_i-\left[\frac{\partial\phi_{i0}(t-\alpha_j)}{\partial r_j}\right]_{r_j=L}, \quad V_i=\frac{dL}{dt}$$

ただし、気泡1の座標系は静止しているため、 $V_1=0$ 。式(3)、(4)で V_{ir} のかかった項は相互作用の項を表わしている。気泡 i 周囲の速度ポテンシャルは次のように与えられる。

$$\phi_i=\phi_{i0}+\phi_{j0}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{q_{in}}{r_i^{n+1}}P_n(\cos\theta_i) \quad (5)$$

ここに、

$$\phi_{i0}=-\frac{R_{i0}^2(\eta_i)}{r_i}\left[\dot{R}_{i0}(\eta_i)-\frac{1}{\alpha_\infty}\{R_{i0}(\eta_i)\ddot{R}_{i0}(\eta_i)+2\dot{R}_{i0}^2(\eta_i)\}\right]$$

$$\eta_i=t-\frac{r_i-R_{i0}(\eta_i)}{\alpha_\infty}$$

図1 座標系

また、気泡2の並進運動に関する運動方程式は次のように表される。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi R_2^3 \rho_\infty V_2\right) = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \rho_\infty \dot{\epsilon}_2(t-\alpha_1) \\ \times \left\{ \ddot{R}_{10}(t-\alpha_1) + \frac{2\dot{R}_{10}^2(t-\alpha_1)}{R_{10}(t-\alpha_1)} \right\} - \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R_2^3 \rho_\infty V_{2r}\right) \\ - \frac{C_D}{2}\pi R_2^2 \rho_\infty V_{2r} |V_{2r}| \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$C_D = \frac{24}{R_e}(1+0.14R_e^{0.7}) \quad (R_e < 1050)$$

$$= 0.44 \quad (R_e \geq 1050)$$

$$R_e = \frac{2R_2^2 |V_{2r}|}{\nu}$$

式(6)は気泡2をそれと同じ体積の半径 R_2^* の球形気泡で置きかえた場合の、気泡2の並進運動に関する運動方程式である。ここで扱う条件のもとでは $\rho_2 \ll \rho_\infty$ と考えてよく、式(6)の左辺は他の項と比べて無視することができる。右辺第1項は気泡1の収縮、再膨張に伴って気泡2の中心に生ずる圧力勾配により受ける力、第2項は気泡2の付加質量の加速による力である。付加質量係数は気泡間に相互作用がある場合には球形であっても1/2ではないが、本論文で扱うような条件では1/2としてよい⁽¹¹⁾。第3項は液体-気泡間の相対運動により気泡が受ける力である。ここで抵抗係数 C_D は固体球に対して経験的に知られているものを用いている⁽¹²⁾。

気泡の形、気泡壁の圧力は以下の諸式により求めることができる。

気泡の形：

$$R_i = R_{i0} + \sum_{n=1}^{\infty} R_{in} P_n(\cos\theta_i) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、気泡2については気泡とともに動く座標系を用いているために、 $R_{21} = 0$ である⁽¹³⁾。式(7)を用いると、気泡の等価半径は次のように表される。

$$R_i^* = \left(\frac{1}{2} \int_0^\pi R_i^3(\theta_i) \sin\theta_i d\theta_i \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (8)$$

気泡壁の圧力：

$$p_i(R_i, \theta_i, t) = p_v + p_{ig}(0) \left(\frac{R_{i0}(0)}{R_i^*} \right)^{3\gamma} - 2\sigma H_i \quad (9)$$

ここに、

$$H_i = \frac{1}{R_{i0}} + \frac{1}{2R_{i0}^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(n+2) R_{in} P_n(\cos\theta_i)$$

最後に、式(1)、(3)、(4)および(6)に対する初期条件は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_{in}(\alpha_j(0)) &= 0 \quad (n \geq 1) \\ q_{in}(\alpha_j(0)) &= 0 \\ (i=1, n \geq 1; i=2, n \geq 2) \\ q_{21}(\alpha_1(0)) &= \frac{1}{2} V_{2r}(\alpha_1(0)) R_{20}^3(\alpha_1(0)) \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\text{ただし、} V_{2r}(\alpha_1(0)) = 2 \left(\frac{\partial \varphi_{10}}{\partial r_1} \right)_{t=0, r_1=L}$$

$$\dot{R}_{in}(0) = \frac{2\alpha_\infty}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_{0i}(0)+B}{p_\infty+B} \right)^{(\kappa-1)/2\kappa} - 1 \right]$$

ここで、 $q_{21}(\alpha_1(0))$ は気泡2が並進運動し始めた時の二重わき出しのモーメントである。また、 $V_{2r}(\alpha_1(0))$ については、加速度場では半径一定の気泡は周囲液体の速度の2倍の相対速度で並進運動することから上のように与えられる⁽¹⁴⁾。式中の $\alpha_j(0)$ は、時刻 $t=0$ から $\alpha_j(0)$ 経過した時点から相互作用が始まることを意味している。

4. 数値計算結果及び考察

数値計算は水中にある最初球形の気泡について、初期半径比および気泡内非凝縮性気体初期圧力を変化させて次の条件で行った： $p_\infty = 101.3 \text{ kPa}$ 、 $p_v = 2.337 \text{ kPa}$ (水温 20°C 、一定)、 $\rho_\infty = 998.2 \text{ kg/m}^3$ 、 $a_\infty = 1483 \text{ m/s}$ 、 $\sigma = 7.061 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ 、 $\nu = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $\gamma = 1.40$ (空気)。式(1)、(3)、(4)および(6)等の常微分方程式はアダムス法を用いて解き、変形モードの諸量は15項 ($n=1 \sim 15$) まで求めた。なお、数値計算は $|R_{in}/R_{i0}| \leq 1/3$ ($i=1, 2$) の範囲で行なった。

図2は $R_{10}(0) = 1 \text{ mm}$ 、 $R_{20}(0) = 0.5 \text{ mm}$ 、 $L = 5 \text{ mm}$ 、 $p_{1g}(0) = 1.013 \text{ kPa}$ 、 $p_{2g}(0) = 1.154 \text{ kPa}$ の場合の2個の気

図2 気泡の形の時間変化

$R_{10}(0) = 1 \text{ mm}$ 、 $R_{20}(0) = 0.5 \text{ mm}$ 、 $L = 5 \text{ mm}$ 、 $p_{1g}(0) = 1.013 \text{ kPa}$ 、 $p_{2g}(0) = 1.154 \text{ kPa}$

図3 気泡半径の時間変化

 $\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180°

図4 気泡壁の収縮速度及び相対並進速度の時間変化

 $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180°

図5 気泡2の半径の変形モードの各成分の時間変化

 $(R_{22}, R_{23}, \dots, R_{26})$

泡の形の時間変化である。ただし、 $p_{2g}(0)$ は $p_{1g}(0)$ が与えられた場合に液体中での気泡2の平衡条件から求められている。気泡の半径は、それぞれの気泡の初期半径で、気泡間距離は気泡1の初期半径で無次元化してある。時間は μs 単位で、また $R_{10}(0)/\sqrt{p_m/\rho_\infty} = 99.30 \mu s$ で無次元化した数値を括弧の中に示してある。半径(変形モードの各成分も含む)および時間の代表量は以下のすべての図においてここで用いたものと同じとする。図3は気泡半径の時間変化であり、気泡1の

場合は $\theta_1 = 0^\circ$ 、気泡2の場合は $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180° の位置における変化である。図4は気泡2の $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180° の位置における気泡壁の収縮速度および相対並進速度 V_r (周囲液体の速度に相対的な気泡2の中心の並進速度)の時間変化で、 m/s 単位で示してある。図5は気泡2の半径の変形モードの各成分(R_{22} 、 R_{23} 、 $\dots$ 、 R_{26})の時間変化である。

図2、3、4から以下のことがわかる。初期半径の大きな気泡1はほぼ球形を保ったまま収縮しているのに対して、初期半径の小さな気泡2は気泡1の方に近づきつつ形を変えながら収縮している。すなわち、気泡2は収縮するにつれて移動方向に対して偏球形となり、その後、気泡から見て流れの下流側($\theta_2 = 180^\circ$ 側)から凹み、この凹みは気泡の収縮とともに大きくなっている。また、相対並進速度は気泡の収縮とともに加速度的に大きくなっており、特に、気泡半径が小さくなってからの変化が著しい。このような気泡2の変形および並進運動の加速機構は次のように説明できる。気泡2の相対並進速度は、並進運動に対する気泡の運動量が各瞬間瞬間、保存されるように、気泡の付加質量の変化に対応して変化する。したがって、相対並進速度は気泡の体積の減少にほぼ反比例して増加する。さて、相対並進速度の増加とともに $\theta_2 = 90^\circ$ 、 270° の位置における液体の圧力が低くなるが、この圧力低下は気泡壁の曲率が大きくなることにより、表面張力による圧力上昇という形で補われる。曲率 H_2 の定義式からわかるように、 $\theta_2 = 90^\circ$ 、 270° のところの曲率の増加は $R_{22} (< 0)$ 成分の増加に対応している(図5)。したがって、例えば図2の $50.20 \mu s (0.5055)$ の時刻におけるように、気泡は移動方向に対して偏球形となる。気泡の収縮がさらに進むと(図2、4の $50.43 \mu s (0.5079)$ 付近)、相対並進速度が加速度的に増加し $\theta_2 = 180^\circ$ 側から気泡壁が凹んでいく。この凹みは気泡自身の収縮の加速度に、相対並進速度の加速度が同じ方向に加わるために生ずるものである。このような変形は主に $R_{23} (> 0)$ 成分の増加に対応している(図5)。なお、この時 $\theta_2 = 0^\circ$ 側の気泡壁の変形が小さいのは半径の変形モードの各成分($n \geq 2$)が互いに打ち消しあっているためである。

図6は $R_{20}(0) = 0.345 mm$ 、 $p_{1g}(0) = 7.097 kPa$ 、 $p_{2g}(0) = 7.359 kPa$ で他の条件は図2と同じ場合の気泡1および2の変形の様子である。気泡1が再膨張した後、約 $4.3 \mu s$ 経った時に気泡2の $\theta_2 = 0^\circ$ の位置の気泡壁が2回目の再膨張をし始めるように気泡2の初期半径を選んでいる。これは、単一気泡の場合よりも高い衝撃的圧力が発生するという意味で相互作用が最も強く

図6 気泡の形の時間変化

$R_{10}(0) = 1\text{mm}$, $R_{20}(0) = 0.345\text{mm}$, $L = 5\text{mm}$,
 $p_{1g}(0) = 7.097\text{kPa}$, $p_{2g}(0) = 7.359\text{kPa}$

なる条件の一つである⁽⁹⁾。図7は気泡1、2の $\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180° の位置の気泡半径の時間変化、図8は気泡2の $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180° の位置の気泡壁の収縮速度および相対並進速度 V_r の時間変化、図9は気泡2の半径の各成分(R_{22} 、 R_{23} 、……、 R_{26})の時間変化である。

図6から気泡1はほぼ球形を保ったまま収縮しているのに対して、気泡2は複雑な挙動を示していることがわかる。第1回目の収縮において気泡2は移動方向に対してわずかに偏球形になるだけである。これは図9からわかるように、 $R_{22}(<0)$ 成分がわずかに変化しているだけで他の変形モードの各成分がほとんど零に近いことによる。再膨張後には、 $R_{22}(<0)$ 成分の増加に続いて逐次 $R_{23}(>0)$ 、 $R_{24}(<0)$ 、……等の

各成分が現れ、これらは気泡の相対並進速度がほぼ零になるまでの約 $7\mu\text{s}$ の間増加し続ける。このため気泡は、図2の場合と同様、 $\theta_2 = 0^\circ$ 側では球形に近く、 180° 側ではわずかに凹みがかかった形となっている。その後、気泡は成長とともに徐々に球形に近づいていく。しかし、最大膨張時(体積が最大になった時)においても完全には球形には戻らず、例えばこの時の R_{22} 、 R_{23} 、 R_{24} 、……の値はそれぞれ、 -0.02534 、 0.00734 、

図7 気泡半径の時間変化

$\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180°

図8 気泡壁の収縮速度及び相対並進速度の時間変化

$\theta_2 = 0^\circ$ 、 90° 、 180°

 図9 気泡2の半径の変形モードの各成分の時間変化 (R_{22} 、 R_{23} 、……、 R_{26})

0.00089, ……である。したがって、この時にも移動方向に対して気泡はわずかに偏球形になっている。最大膨張時における気泡壁のこのような変形はつづいて起る収縮過程での気泡の変形に影響を与えることになる。すなわち、図9に示すように、まず、最大膨張時に最も変動量の大きい R_{22} 成分が気泡の収縮の途中で負から正の値に変化し、収縮とともに増加していく。また、 R_{23} 成分が正から負の値に変化し、収縮とともにその絶対値が大きくなっていく。 R_{22} および R_{23} 成分のこのような変化によって、 $\theta_2=180^\circ$ 側では 0° 側よりも気泡半径が大きく、いっぽう、 $\theta_2=90^\circ$ および 270° 側の気泡半径は $\theta_2=0^\circ$ および 180° 側よりも小さくなっている。その結果、気泡は例えば図6の $101.20\mu s(1.0191)$ の時刻におけるような形となる。ただし、この過程では気泡の並進運動は気泡壁の変形にまだ影響を与えず、気泡は自分自身の収縮運動により変形している。気泡の収縮がさらに進み、例えば、 $103.45\mu s(1.0418)$ の時刻では相対並進速度の増加に対応して、 $R_{23}(<0)$ の変形モード成分がほぼ零となっており、同時に $R_{24}(<0)$ 、 $R_{25}(>0)$ 等の成分が大きくなっている。式(7)からわかるように、 R_{24} 、 R_{25} 成分は $\theta_2=0^\circ$ 側では打ち消し合うため気泡半径の変化には大きな影響を与えないのに対して、 $\theta_2=180^\circ$ 側では半径を減少させている。この時刻では図8からわかるように $\theta_2=0^\circ$ 側の気泡壁は減速過程に入っており、いっぽう、 $\theta_2=90^\circ$ 、 180° 側の気泡壁の収縮速度はますます増加している。このことから、気泡壁が再膨張する時刻は角度によって異なるものと予想される。

図10は気泡2の $\theta_2=0^\circ$ 、 180° の位置における気泡壁圧力の時間変化である。ただし、圧力は無限遠方圧力 $p_\infty=101.3\text{kPa}$ で無次元化してある。2回目の収縮過程の最終段階において、気泡壁圧力は $\theta_2=0^\circ$

図10 気泡2の壁の圧力の時間変化
 $\theta_2=0^\circ$ 、 180°

180° のいずれの側においても5~6MPaにまで達しており、同一条件下で単一気泡から発生する最高圧力(4.0MPa)よりも高くなっている。これは球形気泡の場合についてすでに著者らが明らかにしているように、気泡の相互作用によって生ずる特有な現象である⁽⁸⁾。

図11は $R_{20}(0)=0.5\text{mm}$ 、 $p_{2g}(0)=7.232\text{kPa}$ で他は図6と同じ条件に対する気泡1、2の変形の様子である。図12、13はそれぞれ気泡2の $\theta_2=0^\circ$ 、 90° 、 180° の位置の気泡壁の収縮速度と相対並進速度の時間変化、および気泡2の変形モードの各成分(R_{22} 、 R_{23} 、……、 R_{25})の時間変化である。図6に示した $R_{20}(0)=0.345\text{mm}$ の場合とは異なり、この場合には気泡2の2回目の収縮過程において、比較的半径の大きな段階から気泡

図11 気泡の形の時間変化

$R_{10}(0)=1\text{mm}$ 、 $R_{20}(0)=0.5\text{mm}$ 、 $L=5\text{mm}$ 、
 $p_{1g}(0)=7.097\text{kPa}$ 、 $p_{2g}(0)=7.232\text{kPa}$

図12 気泡壁の収縮速度及び相対並進速度の時間変化
 $\theta_2 = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$

図13 気泡2の半径の変形モードの各成分の時間変化
 ($R_{22}, R_{24}, \dots, R_{26}$)

2の変形が大きくなっている。これは2回目の収縮以前の最大膨張時の気泡壁の変形量に関係している。ちなみに、この時の半径の変形モードの各成分は $R_{22} = -0.06699$, $R_{23} = 0.03534$, $R_{24} = -0.00601$, ... である。このように最大膨張時の変形量が大いのは、気泡1の収縮がさらに進んだ段階で気泡2が1回目の収縮、再膨張を行なうため、気泡2の相対並進速度が大きく、その結果、その後の気泡壁の変形も大きくなるためである。しかし、図12からわかるように、この場合にも $R_{20}(0) = 0.345\text{mm}$ の場合と同様、気泡壁が再膨張する時刻は角度によって異なるものと予想される。また、図11を前に示した図2と比べてみると双方とも気泡2が気泡1から受ける影響には大きな違いがないにもかかわらず、気泡2内部の非凝縮性気体初期圧力が低い図2の場合の方が気泡壁の変形が大きくなっている。これは非凝縮性気体圧力が低い場合ほど、気泡の収縮および相対並進速度が大きく、その結果、気泡壁の変形が大きくなるためである。

5. おわりに

液体中で収縮、膨張する大きさの異なる最初球形の

2個の気泡の力学的挙動について、気泡間の相互作用、液体の圧縮性、気泡壁の変形および気泡の並進運動等を考慮して理論解析を行なった。その結果、初期半径の小さい気泡は大きな気泡との相互作用により変形しつつ並進運動を行ない、収縮、膨張を繰り返すごとにますます大きく変形していくこと、そして、このような気泡の変形は気泡自身の収縮、膨張運動に加えて、相互作用に起因する気泡の並進加速度運動によって引き起こされていることが明らかとなった。さらに、相互作用の結果、初期半径の小さな気泡からは、適当な2つの気泡の初期半径比、気泡内気体初期圧力の下では、同じ条件下の単一球形気泡の場合よりも高い衝撃的圧力が発生する可能性があることが示された。

最後に、本研究の一部は昭和61年度文部省科学研究費補助金(一般研究C、課題番号61550127)の援助によりなされたものであることを記し、関係各位に謝意を表する。また、数値計算の一部に関して助力いただいた鳥羽商船高等専門学校講師、広地武郎氏に感謝する。

文献

- (1) Plesset, M.S. and Prosperetti, A., Annual review of Fluid Mechanics, 9(1977), 145.
- (2) 真田他3名, 機論, 50-458, B(昭59), 2275.
- (3) Smith, R.H. and Mesler, R.B., Trans. ASME, J. Basic Engng., 94-4(1972), 933.
- (4) Tomita, Y., 他2名, J. Appl. Phys., 56-1(1984), 125.
- (5) Dear, J. and Field, J., Proc. Int. Symp. on Cavitation, (1986), 89.
- (6) Chahine, G.L., Proc. 11th IAHR Symp., (1982), 1.
- (7) Guerri, L., 他2名, Proc. 2nd Int. Collo. on Drops and Bubbles, (1981), 175.
- (8) Fujikawa, S. and Takahira, H., Acustica, 61-3 (1986), 188.
- (9) Fujikawa, S., Proc. ASME Int. Cavitation Symp., (1985), 167.
- (10) Fujikawa, S., 他2名, Trans. ASME, J. Fluid Engng., 投稿中.
- (11) van Wijngaarden, L., J. Fluid Mech., 77-1 (1976), 27.
- (12) 水力機械工学便覧編集委員会編, 水力機械工学便覧, (昭47), 178, コロナ社.
- (13) Cole, R.H., Underwater Explosions, (1948), 309, Dover Pub.
- (14) Batchelor, G.K., An Introduction to Fluid Dynamics, (1967), 454, Cambridge Univ. Press.

討 論

〔質問〕 嶋 章・富田 幸雄

〔東北大学高速力学研究所〕

複雑な問題に対して詳細な数値計算を行い、有意義な結論を得られたことに対し敬意を表する。以下の点についてご教示願いたい。

(1) 気泡内圧 $p_0(0)$ の低い図2～4の場合、気泡2は収縮が進むに従って次第に高次の非線形性が励起されてその表面各点の収縮速度に大きな差異を生ずるようになる。通常この事実は液体ジェット形成をもたらすが、この例の場合においても気泡2はその後ジェット形成に至ると考えてもよいのか。

(2) 2個の非球形気泡の崩壊によって単一気泡の崩壊圧を上まわる衝撃圧の発生が可能であることを示されたところに貴研究の大きな意義があると考えますが、例えば図10の初期条件に対して、2個の気泡が球形を保って運動すると仮定した場合に得られる最大圧力は非球形気泡が発する衝撃圧の何倍程度となるのか。

〔回答〕 (1) 本論文では理論が有効であると考えられる $|R_{i1}/R_{i0}| \leq 1/3 (i=1, 2)$ の条件で数値計算を行った。このため、図2の場合には結果を $50.43 \mu\text{s}$ の時間段階までしか示さなかった。崩壊がさらに進めば、ご指摘のように気泡2の 180° 側のくぼみはいっそう促進され、やがて、ジェットの形成に至るものと考えられる。

(2) 図10と同一条件の下で、2個の気泡が球形を保って運動する場合の気泡2の気泡壁圧力の時間変化を付図1に示す。時間および圧力は、それぞれ $R_{10}(0)/\sqrt{p_\infty/\rho_\infty} = 99.30 \mu\text{s}$ および無限遠方圧力 $p_\infty = 101.3 \text{ kPa}$ で無次元化してある。この場合には、2回目の崩壊時に約 9 MPa の圧力が発生しており、この値は図10の場合と比べて約 $1.5 \sim 1.8$ 倍程度である。ただし、図10の場合でも、図8からわかるように、気泡2の $90^\circ, 180^\circ$ 側の気泡壁は収縮過程にあるため、気泡2の崩壊は全体としていっそう進み、発生圧力もさらに高くなるものと予想される。

〔質問〕 木本 日出夫〔大阪大学基礎学部〕

(1) 気泡半径と気泡間距離との比 $\varepsilon = R/L$ を変化

付図1 気泡2の壁の圧力の時間変化（球形気泡の場合）

させた場合、論文中に示された現象はどのように変化するのか。

(2) 1904 ページ右欄下4行めに示されている時間「約 $4.3 \mu\text{s}$ 」を選ばれた理由をご教示願う。この時間を変化させるとどのような現象になるのか。

〔回答〕 (1) 例えば、 ε が小さくなると、相互作用の影響も小さくなり、2個の気泡の運動は単一球形気泡の運動に近づく。逆に、 ε が大きくなると、相互作用の影響も大きくなり、その結果、とくに気泡2の変形および並進運動が大きくなる。

(2) 本論文で扱った条件、 $R_{10}(0) = 1 \text{ mm}$ 、 $L = 5 \text{ mm}$ 、 $p_{10}(0) = 7.097 \text{ kPa}$ の場合には、気泡1のリバウンド時に放射される圧力波が気泡2に伝わるのに、約 $3 \mu\text{s}$ 程度かかる。気泡2は、この圧力波の作用下でさらに約 $1.3 \mu\text{s}$ 崩壊し続ける場合に最も崩壊が激しくなり、その結果、高い衝撃的圧力が発生することになる。約 $4.3 \mu\text{s} (= 3 + 1.3 \mu\text{s})$ という時間は試行錯誤的に見いだした。この場合のように相互作用の影響が強く現れるのは、2個の気泡の崩壊運動の位相関係によって決まり、例えば ε が一定の場合、相互作用の影響が強く現れるような気泡の初期半径比の値がとびとびに存在するものと考えられる。したがって、この時間（約 $4.3 \mu\text{s}$ ）を変化させると、気泡2から発生する衝撃的圧力が低下する場合もあるものと考えられる。2個の球形気泡の場合について、著者らはすでにこのことを明らかにしている⁽⁸⁾。