平面に沿う壁面噴流の乱れエネルギーバランスの測定*

藤 沢 延 行^{*1}, 白 井 紘 行^{*1}Measurement of Turbulence Energy Balance in a Two-Dimensional Wall Jet
along a Plane Surface

Nobuyuki FUJISAWA and Hiroyuki SHIRAI

The structure of turbulence in a wall jet along a plane surface is investigated by measuring the balance of turbulence energy. With the aid of a hot-wire anemometer system, convection velocities of small-scale turbulent motion are measured as well as other time-averaged flow properties and turbulence characteristics. It is found that the convection velocity of small-scale turbulence deviates significantly from the mean flow velocity, that is, Taylor's hypothesis is not valid for the present wall jet, and the present results on turbulence energy balance agree much better with theoretical predictions by the turbulence model than do those based on Taylor's hypothesis.

Key Words: Turbulence, Boundary Layer, Wall Jet, Energy Balance, Convection Velocity, Taylor's Hypothesis, Turbulence Model

1. 結 言

乱流壁面噴流は、翼表面上に形成される速度や温度の境界層および流体素子内流れの制御など工学上広く応用される。それは、最大速度の位置を境として、壁側(壁領域)の境界層の速度分布と外側(噴流領域)の自由噴流の速度分布をもち、両領域が最大速度の位置付近で干渉する複雑乱流である。

平面壁に沿う乱流壁面噴流についての過去の研究は、文献(1)~(4)に詳細に記述されているように、基本的流動状態として、時間平均特性と乱流特性についての実験的研究と乱流モデルを用いた理論的研究を中心に進められてきた。最近では、時間平均特性はほぼ明らかとなったといえるが、依然として乱流の構造にかかわる諸特性については不明の点が多い。その中でも特に、乱れエネルギー方程式の対流・生成・散逸・拡散の各項の関係を実験的に明らかにすることは重要である。これは、壁面噴流の乱流構造を実験的に解明するとともに、乱流モデルを用いた既存の予測法を壁面噴流に適用できるかどうかを判断する基準ともな

る。

平面壁に沿う壁面噴流の乱れエネルギーバランスの測定は、過去、Kaker-Whitelaw⁽⁵⁾, Irwin⁽⁶⁾, Kobayashi-Fujisawa⁽³⁾, 大坂ら⁽⁷⁾によってなされた。一般に、乱流内の乱れエネルギーバランスは、拡散項の測定が難しいことから、対流、生成・散逸の測定値を乱れエネルギー方程式に代入し、その残差として拡散を求めるのが普通である。このとき、散逸は、スケールの小さな渦は局所等方的であること、およびその位相速度は平均速度に等しい(Taylorの仮説)という条件に基づき測定する。ただし、残差として求まる拡散項の主流に垂直方向の積分値は一般に零とならないので、最終的にはこの条件を満たすように、直接測定項のうち測定上の仮定が多く含まれる散逸項を一定割合修正して散逸項と拡散項を決定することが多い⁽⁸⁾。しかしながら、散逸測定におけるこれらの仮定は、(1)乱れの大きいせん断乱流では十分な精度で成立しない可能性があること⁽⁹⁾、(2)過去の散逸の直接測定値は、残差として求まる拡散項の積分値=0の条件を十分に満足しないこと⁽³⁾、(3)乱流モデルを用いた乱れエネルギーバランスの散逸と拡散の予測結果と実験結果との一致性が十分でないこと⁽¹⁰⁾から、散逸の測定を吟味し、壁面噴流の乱れエネルギーバランスを再検討する必要がある

* 昭和62年4月3日 第64期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和61年6月20日。

^{*1} 正員、群馬大学工学部(〒376 桐生市天神町1-5-1)。

ように思われる。

本論文では、平面壁に沿う乱流壁面噴流内の乱れエネルギーバランスのより厳密な測定方法および測定結果について報告する。実験的には、熱線流速計を用いて壁面噴流の時間平均特性、乱れ強さ、レイノルズ応力およびスケールの小さな渦の位相速度と各軸方向速度変動の時間微分値を測定し、乱れエネルギー方程式の対流・生成・散逸・拡散を求めた。さらに、Taylorの仮説を用いた従来の方法による結果および乱流モデルを用いた予測結果との対比検討を行った。

2. 記 号

- b : 半値幅
 d : ノズル出口における噴流の高さ (=15 mm)
 l : 熱線受感部長さ (=1 mm)
 $\overline{q^2}$: 乱れエネルギー ($=\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$)
 U, V : x, y 軸方向の時間平均速度成分
 U_c : スケールの小さな渦の位相速度
 U_m : 壁面噴流断面内の最大速度
 U_0 : ノズル出口における噴流の速度
 (=10 m/s)
 u', v', w' : x, y, z 軸方向の速度変動成分
 x, y, z : 座標系
 y_m : 最大速度の位置
 ε : 散逸
 η : Kolmogoroff のマイクロスケール [$=(\nu^3/\varepsilon)^{0.25}$]
 ν : 動粘度

3. 実験装置および方法

3.1 実験装置 図1は、実験装置測定部の概略を示す。開放形吹出し風洞の収縮ノズル（下流側断面寸法 25 mm×600 mm）の下流端に、先端を丸め表面を十分滑らかにした供試平面壁（幅 600 mm、長さ 1800 mm、厚さ 3.2 mm）を取付ける。供試板の両側には、十分に大きい寸法の端板を付した。座標系は、ノズル先端（供試板先端と一致）の幅方向中央位置に原点

($d=15$ mm, $U_0=10$ m/s)

図1 実験装置の測定部

をとり、下流方向を x 、壁面に垂直方向を y 、幅方向を z とする。実験は、ノズル出口における噴流の高さを $d=15.0 \pm 0.05$ mm とし、ノズル出口における噴流の速度を $U_0=10$ m/s とした。このとき、レイノルズ数 $Re(=U_0 d/\nu)=10^4$ である。主な測定は、壁面噴流の特性が下流方向にほぼ相似となる下流方向位置 $x/d=67(z=0)$ において行った。このとき、平均速度 U は、 $z=-200 \sim 200$ mm の範囲において $\pm 2\%$ の精度で幅方向中央位置 ($z=0$) のそれと一致する。なお、ノズル出口における主流方向乱れ強さは、 $\sqrt{u'^2}/U_0 \approx 0.003$ である。

3.2 流れ場の測定方法 速度および速度変動の測定には、定温度形熱線流速計（周波数応答 20 kHz 以上）を用いる。そのセンサには、I 形、45° 傾斜形、X 形および平行形熱線プローブを使用した。これらのプローブ先端には、受感部長さ $l=1$ mm、直径 5 μ m のタングステン線が取付けられている。出力信号は、リニアライザを通して線形化したのち、DC および RMS ボルトメータを用いてその時間平均値および速度変動の二乗平均値を得る。速度 U および主流方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の測定には I 形プローブを使用し、 $\sqrt{v'^2}$, $\sqrt{w'^2}$, $\overline{u'v'}$ の測定には I 形ならびに 45° 傾斜形プローブを流れ方向を軸として 90° 間隔に回転して測定した。 U と $\sqrt{u'^2}$ の測定精度は、 $\pm 2\%$, $\sqrt{v'^2}$, $\sqrt{w'^2}$, $\overline{u'v'}$ については $\pm 10\%$ 程度と考えられる⁽¹¹⁾。熱線間隔 L と長さ l の比は $L/l \geq 0.6$ であり、熱線干涉⁽¹²⁾の生ずる値 0.15 より十分大きいこと、および平行形プローブの上下流 2 本の熱線における乱れ強さの測定値がほぼ一致することから熱線干涉は十分小さい。

4. 乱れエネルギーバランスの測定

4.1 乱れエネルギー方程式 平面壁に沿う乱流壁面噴流に対する乱れエネルギー方程式は次式で与えられる⁽³⁾。

$$\frac{U}{2} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} + \frac{V}{2} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial y} + (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \overline{v' \left(\frac{q^2}{2} + \frac{p'}{\rho} \right)} \right\} + \varepsilon = 0 \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $q^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2$, p' は圧力変動である。上式左辺において、第 1 項+第 2 項=対流項、第 3 項+第 4 項=生成項、第 5 項=拡散項、第 6 項=散逸項である。ただし、散逸項は、一様乱流に対して次式で表される⁽¹³⁾。

$$\varepsilon = \nu \left\{ \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2} \right.$$

$$+\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2 \\ +\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2\} \cdots \cdots \cdots (2)$$

式(1)において、対流項と生成項は、平均速度、乱れ強さ、レイノルズ応力の測定から比較的精度良く決定することができる。拡散項は、圧力変動 p' を含むため直接測定することが困難であるので、対流・生成・散逸の測定値を式(1)に代入し、その残差として求める。

4.2 散逸の測定 式(2)に含まれる速度変動の y, z に関する微分項は、十分な精度で測定することが難しいことから、散逸は、スケールの小さな渦の局所等方向性を仮定して、

$$\varepsilon=3\nu\left\{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2\right\} \cdots \cdots (3)$$

あるいは、さらに、

$$\varepsilon=15\nu\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2 \cdots \cdots (4)$$

と単純化して求めるのが一般的である^{(14)~(16)}。実際に ε を求めるときには、速度変動成分の x に関する微分を次のように時間微分に変換して求める。

$$\partial/\partial x=-(1/U_c)\cdot\partial/\partial t \cdots \cdots (5)$$

ここに、 U_c は散逸にかかわるスケールの小さな渦の位相速度、 t は時間を表す。 $\partial u'/\partial t, \partial v'/\partial t, \partial w'/\partial t$ は、熱線流速計の出力信号を微分回路に通して求める。ただし、 $\partial u'/\partial t$ は I 形プローブを、 $\partial v'/\partial t, \partial w'/\partial t$ は X 形プローブを用いアナログ的に減算処理（周波数応答 10 kHz）して求めた。ここでは、約 10 kHz まで直線的な微分特性を示す微分回路を使用した。ここに、壁面噴流内の Kolmogoroff のマイクロスケール $\eta[(\nu^3/\varepsilon)^{0.25}]$ は 0.15 mm 程度と考えられ、熱線長さ $l(=1 \text{ mm})$ の 15 % 程度となるので、速度変動の微分値の測定結果は熱線長さの影響を受ける。この影響をスペクトル関数を用いた解析結果⁽¹⁷⁾に基づいて算出すると、本実験のマイクロスケールに対し、 $(\partial u'/\partial t)^2$ で 20~30 %、 $(\partial v'/\partial t)^2, \partial w'/\partial t)^2$ で 40~60 % の測定値に対する補正が必要である。ここでは、この補正を施した。なお、散逸にかかわる周波数の最大は 10 kHz 付近であること⁽¹⁸⁾、および熱線流速計からの信号に高周波のノイズが認められないことから、微分回路の前に

図 2 位相速度の測定方法

はフィルタは挿入していない。

式(5)の位相速度 U_c は、2本の熱線を上下流方向に離して固定した平行形プローブを用いて測定した。熱線間隔 L は、熱線干渉⁽¹²⁾および以下に示す遅れ時間 τ の測定精度を考慮して $L=0.6 \text{ mm}$ とした。その測定方法を図2に示す。平行形プローブの二つの出力信号は、微分回路で速度変動の微分値に変換されたのち、データレコーダ（周波数応答 10 kHz）に入力される。この信号は、さらに、シャ断周波数 20 kHz のローパスフィルタを通したのち高速フーリエ変換器 (FFT) に入力される。FFT では、ノイズの有無を周波数分析によって確認したのち、2信号の相互相関関数の計算が行われ、その結果をプリンタに出力する。図3は、 $y=b$ における測定結果の一例を示す。縦軸は、速度変動の二乗平均値で無次元化した相互相関関数、横軸は時間である。図3からわかるように、相関関数は、信号の遅れ時間 τ において最大値となる。 τ は、分布がほぼ左右対称なことから、最大値付近を二次曲線で近似して求めた。このとき、位相速度 U_c は、遅れ時間 τ および熱線の間隔 L を用いると、次式で表される。

$$U_c=L/\tau \cdots \cdots (6)$$

ここに、 U_c の測定精度は、 $\pm 10 \%$ 程度と考えられる。

5. 結果および考察

5.1 流れ特性 図4は、乱流壁面噴流の速度分

図 3 相互相関関数の測定例

図 4 速度分布 U/U_m と半幅 b/d

布 U/U_m および半値幅 b/d の下流方向変化の測定結果を示す。図4には、測定位置 $x/d \leq 100$ における半値幅 b/d および $x/d=67$ における速度分布 U/U_m を過去の結果^{(3)(19)~(21)}と比較して示してある。いずれも良く一致している。なお、本実験の壁面噴流は、位置 $x/d=20 \sim 30$ より下流側では、半値幅の下流方向増大率 $db/dx=0.066$ と一定値となり、同時に U_m と b で無次元化した速度分布は、図4と同様の下流方向に相似な分布形状を示した。

図5および図6は、位置 $x/d=67$ における乱れ強さの3軸方向成分 $\sqrt{u'^2}/U_m, \sqrt{v'^2}/U_m, \sqrt{w'^2}/U_m$ およびレイノルズ応力 $\overline{u'v'}/U_m^2$ の測定結果を示す。本実験結果は、いずれも過去の結果⁽³⁾⁽²¹⁾と一致しており、十分に発達した乱流壁面噴流を形成しているといえる。図5から、噴流領域では $\sqrt{u'^2} > \sqrt{v'^2} \approx \sqrt{w'^2}$ であり、自由噴流の場合と同様な特徴を示すが、壁領域では $\sqrt{v'^2}$ が壁面の影響を受け小さくなるため $\sqrt{u'^2} > \sqrt{w'^2} > \sqrt{v'^2}$ となり壁乱流的特性となる。しかしながら、図6のレイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ が零となる位置は最大速度の位置 ($y/b \approx 0.16$) より壁側寄りとなるように、最大速度の位置を境として、噴流領域から壁領域へ向かう乱れエネルギーの拡散を示唆する。

5.2 位相速度 図7は、位置 $x/d=67$ における位相速度分布 U_c/U_m の測定結果である。図7には、比較のため平均速度 U/U_m 、およびナビエ・ストークス

方程式から導いた位相速度の関係式⁽²²⁾

$$\frac{U_c}{U_m} = \left(1 + \frac{\overline{u'^2}}{U^2} + \frac{\overline{v'^2}}{U^2} + 2\frac{\overline{w'^2}}{U^2}\right)^{0.5} \cdot \frac{U}{U_m} \quad \dots\dots (7)$$

も示してある。ただし、式(7)は、(1)レイノルズ数が十分に大きいこと、(2)速度変動の三次以上の相関項は無視できる、(3)熱線を y - z 断面内に固定、の条件下で導かれた結果である。ここに、式(7)は、乱れ強さが増大すると位相速度は平均速度より大きくなることを示す。

図7中の式(7)を用いた結果および本実験から求めた位相速度は、いずれも平均速度より明らかに大きく、速度変動の大きい影響が現れている。しかしながら、式(7)を用いた結果は本結果と定量的には一致せず、その相違は特に噴流領域において顕著である。これは、主に、噴流領域のうち $y/b > 1.0$ では平均速度に対し速度変動がかなりの割合を占めるため、式(7)の仮定(2)の高次相関項のうち少なくとも三次相関項は二次相関項と同じオーダーとなり無視できないこと、およびこれらの相関項の測定精度も十分でなくなることも影響すると考えられる。なお、本実験では、プローブの設定誤差は十分小さく、仮定(3)の影響は十分小さい。

5.3 散逸 図8は、散逸の式(3)および式(4)と本実験の位相速度の測定結果を用いて、位置 $x/d=67$ で求めた散逸の y 方向分布である。散逸の式(3)と(4)を用いた本測定結果は、ほぼ一致した結果になっ

図5 乱れ強さ分布 ($\sqrt{u'^2}/U_m, \sqrt{v'^2}/U_m, \sqrt{w'^2}/U_m$)

図6 レイノルズ応力分布 $\overline{u'v'}/U_m^2$

図7 位相速度分布 U_c/U_m

図8 散逸の分布 $b\varepsilon/U_m^3$

図 9 各軸方向の速度変動の微分値間の関係

ている。図 8 には、比較のため、散逸の式(3)を用い、位相速度として平均速度を使用 (Taylor の仮説) した結果および式(7)の位相速度を使用した結果も示した。これらの結果は、本結果と比べ、噴流領域における散逸がかなり大きめの結果を与える。

散逸の測定結果の妥当性は、乱れエネルギー方程式に対流・生成・散逸の測定結果を代入し、残差として求まる拡散項に対する条件 (y 方向積分 = 0) をどの程度満足するかで判別できる。この拡散項に対する条件を満たすために必要な散逸の結果に対する補正量は、散逸の式(3)、(4)を用いた本測定結果では -10 % 程度であるが、式(7)を用いた結果では -35 %、Taylor の仮説を用いた結果では -50 % にも及んでおり、明らかに本測定結果が妥当であるといえる。

図 9 は、 $(\partial u'/\partial t)^2$ に対する $(\partial v'/\partial t)^2$ と $(\partial w'/\partial t)^2$ の測定値の関係を y/b に対してプロットした結果である。これらの比は、 y/b の値に依らず、壁面噴流の全領域にわたり 2 付近の値を示す。これは、スケールの小さな渦がほぼ局所等方的に運動していることを示唆する。このため、図 8 では、散逸の式(3)、(4)のいずれの局所等方性を仮定しても、ほぼ同様な結果となっている。

5.4 乱れエネルギーバランス 図 10 は、平面壁に沿う乱流壁面噴流の乱れエネルギーバランスの各項の測定結果を示す。ただし、散逸 ε は、残差として求まる拡散項の y 方向積分値が零となるように -10 % 程度の補正を施した。図 10 には、散逸の式(4)に Taylor の仮説を適用して求めた過去の結果⁽³⁾ (図中の破線) ならびに、レイノルズ応力方程式を代数的にあつかった二方程式乱流モデルを用いて予測計算した結果⁽¹⁰⁾ (実線) も示した。噴流領域の外側部分では、流れ構造が三次元的かつ間欠的となり測定と予測のいずれも不確定性を多く含むため、相互の一致は十分とはいえないが、それ以外の大部分の領域では、本測定の乱れエネルギーバランスの各項の分布とその予測結果はかなり良い一致を示す。この一致性は、今までの

図 10 平面壁に沿う壁面噴流の乱れエネルギーバランス

Taylor の仮説に基づく結果よりかなり良好である。本測定の散逸は、過去の結果と比べ、 $y/b < 1.0$ で増大、 $y/b > 1.0$ で減少する。これに対応して、噴流領域から壁領域に向かう乱れエネルギーの拡散が強く認められ、反対に、噴流領域内側から外側へ向かう拡散は減少することになる。

5. 結 論

平面壁に沿う壁面噴流の流れ特性およびスケールの小さな渦の位相速度、各軸方向速度変動の時間微分値の測定から、乱れエネルギーバランスの対流・生成・散逸・拡散を求め、次の結論を得た。

(1) 散逸にかかわるスケールの小さな渦の運動はほぼ局所等方的と考えられるが、その位相速度は壁面噴流断面内いずれの位置においても平均速度より大きく、スケールの小さな渦に対する Taylor の仮説は成立しない。

(2) 本測定の位相速度から求めた乱れエネルギーの散逸は、乱れエネルギー方程式から残差として求まる拡散の y 方向積分値 = 0 の条件をかなり良く満足する。

(3) 乱れエネルギーバランスの対流・生成・散逸・拡散の測定結果は、二方程式乱流モデルを用いた予測計算結果とよく一致する。この一致性は、Taylor の仮説を用いた過去の結果と比べ、散逸・拡散の結果においてかなり良好である。

終わりに、本実験において協力を頂いた当時群馬大学学生、大根田直樹君、柳沢晃彦君に謝意を表す。

文 献

- (1) Rajaratnum, N., *Turbulent Jets*, (1976), 211, Elsevier Sci.
- (2) Launder, B. E. and Rodi, W., *Prog. Aerospace Sci.*, 19 (1981), 81.
- (3) Kobayashi, R. and Fujisawa, N., *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.*, 45-352 (1982), 95.
- (4) Launder, B. E. and Rodi, W., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15 (1983), 429.

- (5) Kacker, S. C. and Whitelaw, J. H., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **38**-1 (1971), 239.
 - (6) Irwin, H. P. A. H., *J. Fluid Mech.*, **61**-1 (1973), 33.
 - (7) 大坂・ほか3名, 機論, **51**-464, B(昭60), 1176.
 - (8) Rotta, J. C., *Turbulente Strömungen*, (1972), 215, Teubner, B. G.
 - (9) Zaman, K. B. M. Q. and Hussain, A. K. M. F., *J. Fluid Mech.*, **112** (1981), 379.
 - (10) 藤沢, 機論, **51**-466, B(昭60), 1745.
 - (11) Yavuzkurt, S., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **106**-2 (1984), 181.
 - (12) Strohl, A. and Comte-Bellot, G., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **40**-3 (1973), 661.
 - (13) Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd Edition (1975), 74, McGraw-Hill.
 - (14) Wygnanski, I., Fiedler, H., *J. Fluid Mech.*, **38**-3 (1969), 577.
 - (15) Gutmark, E. and Wygnanski, I., *J. Fluid Mech.*, **73**-3 (1976), 465.
 - (16) Everitt, K. W. and Robins, A. G., *J. Fluid Mech.*, **88**-3 (1978), 563.
 - (17) Wyngaard, J. C., *J. Sci. Instr.*, **2**-2 (1969), 983.
 - (18) Antonia, R. A., et al., *Phys. Fluids*, **23**-4 (1980), 695.
 - (19) Sigalla, A., *J. Roy. Aeronaut. Soc.*, **62** (1958), 873.
 - (20) Schwarz, W. H. and Cosart, W. P., *J. Fluid Mech.*, **10** (1961), 481.
 - (21) Wilson, D. J. and Goldstein, R. J., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **98**-3 (1976), 550.
 - (22) Heskestad, G., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **32**-4 (1965), 721.
-