傾斜平板間の液膜のメニスカス不安定性*

(第1報, ニュートン流体の場合)

古口 日出男^{*1}岡田 昌章^{*1}

THE MENISCUS INSTABILITY OF A THIN LIQUID FILM BETWEEN TILTED PLATES

(1st REPORT, THE CASE OF A NEWTONIAN FLUID)

Hideo KOGUCHI, and Masaaki OKADA

When a viscous fluid is confined between closely spaced plates and the plates are moved with respect to each other, finger patterns of liquid flow are frequently observed on the surfaces of the plates. Formation of the finger is called a meniscus instability phenomenon. This phenomenon may occur also in the fracture of materials because the finger patterns can be seen on the fracture surface of polymers. To understand this phenomenon, the flow disturbed by surface tension must be studied.

An instability of the meniscus of a thin film of glycerine between tilted plates is reported when the liquid flows perpendicularly to the direction of movement of the plates. The surface of the meniscus was disturbed when the plates were moved at a certain velocity. The wave length of the disturbance of the meniscus was measured using a video and photographs, and an analytical solution of the disturbance was obtained by solving the Navier-Stokes equation. An equation relating the wave length of the disturbance and modified capillary number, which is a ratio of the viscous force to the surface tension, is newly proposed by the authors. This equation agrees with the experimental results.

Key Words: Fluid Mechanics, Meniscus Instability, Thin Liquid Film, Tilted Plates, Modified Capillary Number, Surface Tension, Wave Length, Disturbance, Glycerine, Fracture Surface

1. 緒 言

板と板の間に液体をはさみ、その板を引き離した時板面上に液体が筋状に残っているのが観察されることがある。このような筋状のパターンが形成される現象は、メニスカス不安定と呼ばれており⁽⁴⁾。例えば接着テープを接着面からはがすとき⁽⁶⁾やジャーナル軸受内の油膜が破断する場合^{(7),(8)}など、薄い液膜をはさむ境界が相対運動しその液膜が分離・破断する時、分離面によく見られる。また、高分子材料が破壊した時、その破面に規則正しい筋状のパターンが観察されることがある。さらに、高温での金属結晶間の破壊、低温でのガラス状金属の破壊でも同様なパターンが破面に観察されている^{(9),(10)}。この筋状のパターンは、自由表面での物質の不安定流動によって生ずるものと

考えられる。メニスカス不安定性に関する研究として、今までには接するように配置された半分液体に浸って回転する2つのローラーの間の液膜の破断⁽³⁾、ジャーナル軸受の油膜破断^{(4),(7),(8)}などがある。しかし、そのほとんどが境界が動く方向に流体が流れる場合で、境界の運動方向と異なる方向に流れる場合は行われていないようである。

本研究では、流体をはさむ境界と流体の運動方向が垂直である場合の流体の自由表面の安定性について調べた。すなわち、傾斜平板の間にニュートン流体(グリセリン)をはさみ、その板を一定速度で引き離し、液膜の自由表面を観察した。その結果、自由表面は板の分離速度がある速度以上になると乱れ始めることがわかった。そこで傾斜平板の傾き角と板を引き離す速度を種々に変えて乱れの波長を測定した。また、境界条件を単純化してナビエ・ストークスの式を解析的に解き、乱れの基本波長と本研究で提案する無次元数である修正キャピラリ数との関係式を導いた。乱れの波長の実験結果はこの修正キャピラリ数でよくまとめることができ、理論式において乱れの波長を2倍すると実験結果をかなりよく説明できることがわかった。

* 昭和62年4月3日 第64期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和61年7月16日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

2. 実験方法

実験に使用した平板は、長さ $L=60\text{mm}$ 、幅 $B=100\text{mm}$ 、厚さ 5mm のガラス板と厚さ 10mm で同じ大きさのポリカーボネート板を接着剤で接着したものである。この平板を一定の角度で支えるために、ポリカーボネート板の中央に角度を自由に固定できるユニバーサルジョイントを取り付けた。実験は次のように行った。まず、2枚の平板のガラス面同士を向かい合わせ、その間にグリセリンを入れ、それらの板の長辺のうち一辺を互いに接し、その対辺のすきまをすきまゲージで所定の値に設定する。次に、ポリカーボネート板の中央のユニバーサルジョイントに軟鋼丸棒を取り付け、その棒を定速度引張試験機のチャックでつかみ、所定の速度で引張る。図1に実験装置の概略を示す。また、引張速度 V_s とガラス板間のすきま h_0 の実験条件を表1に示す。実験は各実験条件で3回ずつ行い、それぞれ自由表面付近を写真またはビデオ撮影し、それらからメニスカスの乱れの波長を測定した。なお、グリセリンの実験温度 19°C における粘度 $1.61\text{Pa}\cdot\text{s}$ は日本機械学会

図1 実験装置

表1 すきま h_0 と引張速度の実験条件

$V_s \text{ mm/min}$			
$\times 10^{-1}$	$\times 10^0$	$\times 10^1$	$\times 10^2$
5.0	1.0	1.0	1.0
	2.0	2.0	2.0
	3.0	3.0	3.0
	5.0	5.0	5.0
$h_0 \text{ mm}$			
0.3, 0.5, 0.75, 1.05			

編の流体の熱物性値集⁽¹⁾の 20°C と 25°C の値から外挿して求めた。また、グリセリンの空気に対する界面張力は 20°C における値 63.4mN/m を用いることにした⁽¹⁾。

3. メニスカス不安定の理論解析

3.1 基本解について 慣性力を考慮しない場合のナビエ・ストークス方程式と連続の式を次に示す。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) &= 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) &= 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) &= 0 \\ \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 U, V, W はそれぞれ x, y, z 軸方向の速度、 P は圧力、 μ は粘性係数である。また、 x 軸は板の長さ方向、 y 軸は板の幅方向、 z 軸は液膜の厚さ方向にとる。また、座標の原点は実験開始時の開口端の中央にとる。

次に、ガラス板間の初期すきま h_0 と板の長さ L および幅 B の大きさ($h_0 \ll L, B$)を考慮して、式(1)を簡単すると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= 0 \dots\dots\dots(3) \\ -\frac{\partial P}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

式(3)の第1式と第2式を z で積分し、境界条件 $U=V=0$ ($z=\pm h/2$)を用いて積分定数を決定し速度 U, V を求めると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left(z^2 - \frac{h^2}{4} \right) \\ V &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \left(z^2 - \frac{h^2}{4} \right) \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

なお、 h は液膜の厚さである。ここで、 V_s を板の離れる相対速度とし、 $\alpha = V_s t / h_0$ (t は時間)とおけば、 $h = h_0 (1 + \alpha - x/L)$ である。

次に、式(4)を連続の式(2)に代入して、 z で積分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12\mu V_s \dots\dots\dots(5)$$

式(5)は、軸が回転せずにスクイズ運動だけする場合のすべり軸受内の流体のレイノルズ方程式と同じ形をしている。

今、板の幅 B が無限に長く圧力は y 軸方向に変化しな

いとして式(5)を簡単化し、そのときの圧力を P_0 とおき、次式を得る。

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dP_0}{dx} \right) = 12\mu V_s \dots\dots\dots(6)$$

ここでは境界条件を G.I. Taylor⁽⁴⁾ が仮定したように粘性応力は無視して表面張力だけ考慮する。そして圧力の境界条件として液膜の厚さ h の1/2の半径のメニスカスの表面張力を考えて、次のようにおく。(なお、厳密にはメニスカス先端の粘性応力等を考慮する必要がある。その場合メニスカスの形状と流速を連立して解かねばならず、本研究のようにすきまが薄い場合この計算はかなり難しい。)

$$P_0(x_1) = P_a - \frac{2T}{h_1} \dots\dots\dots(7)$$

$$P_0(x_2) = P_a - \frac{2T}{h_2}$$

ここで、 P_a は大気圧、 x_1 と x_2 はA端側とB端側の自由表面の位置であり、 h_1 と h_2 は次式で与えられる。なお、 x 軸方向に液膜の厚い方と薄い方の板の端をそれぞれA端、B端と呼ぶ。

$$h_1 = h_0 \left(1 + \alpha - \frac{x_1}{L} \right) \dots\dots\dots(8)$$

$$h_2 = h_0 \left(1 + \alpha - \frac{x_2}{L} \right)$$

以上の境界条件のもとで、式(6)を積分して圧力を求めると次式のようになる。

$$P_0(x) = \frac{6\mu V_s L^2(1+\alpha)}{h_0 h^2} - \frac{12\mu V_s L^2}{h_0 h^2} + \frac{C_1 L}{2h_0 h^2} + C_2 \dots\dots\dots(9)$$

なお、定数 C_1 、 C_2 は次のようになる。

$$C_1 = -\frac{4T h_0 h_1 h_2}{L(h_1 + h_2)} - 12\mu V_s L(1+\alpha) + \frac{24\mu V_s L h_1 h_2}{h_0(h_1 + h_2)}$$

$$C_2 = P_a - \frac{2T}{(h_1 + h_2)} + \frac{12\mu V_s L^2}{h_0^2(h_1 + h_2)} \dots\dots\dots(10)$$

また、すきま内の x 軸方向の平均流速 $\bar{U}$ は式(4)の第1式を z で積分し、液膜の厚さで割ることにより次のように求まる。

$$\bar{U} = -\frac{V_s}{h} x - \frac{C_1}{12\mu h} \dots\dots\dots(11)$$

式(11)より実験開始時のA端における平均流速 $\bar{U}$ を求めると次のようになる。

$$\bar{U} = \frac{V_s L}{h_0} \dots\dots\dots(12)$$

式(12)から実験におけるレイノルズ数($Re = \bar{U} h_0 / \nu$ 、 ν :動粘性係数)の最高値を求めてみると4.1と小さい

値である。このことから、本研究の範囲ではナビエ・ストークス方程式の慣性項は、粘性項に対して無視できると思われる。

3.2 メニスカス不安定の発生クライテリオン
ここでは、PittsとGreiller⁽³⁾が考えた方法に従ってメニスカス不安定の発生クライテリオンを求める。まず、簡単のため、圧力、粘性力、表面張力が支配的で慣性力は無視できるとする。その場合一般に、2つの流体の界面におけるこれらの力の平衡方程式は次のように書ける⁽²⁾。

$$(P_1 - P_2) n_i = (\sigma'_{1,k} - \sigma'_{2,k}) n_k + T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) n_i \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 R_1, R_2 は界面の主曲率半径、 T は界面張力(一定)、 n_i, n_k は1の流体の外向き法線ベクトル、 P_1, P_2 はそれぞれの流体の界面での圧力、 $\sigma'_{1,k}, \sigma'_{2,k}$ ($i, k=1, 2, 3$ または x, y, z)は偏差応力である。

さて、図2(a)の斜線の部分に流体2があり、それが x 軸方向に流れているとする。(この図のような状態は、例えば剛体平行2平面の間の液体の気液界面、剛体平板と弾性的なシートの間の液体の分離面、延性材料中の鈍化したき裂の先端などが考えられる)。

ここでは、流体1を空気、流体2を液体とする。まず、図2(a)に示すように流体2の自由表面が y 軸方向に直線である場合を考え、その時の流体2の圧力勾配は dP_0/dx で、メニスカスの曲率半径は R であるとする。次に、図2(b)に示すようにメニスカス先端に y 軸方向に波長 λ 、振幅 ε の余弦波状の振動 $\varepsilon \cos(2\pi y/\lambda)$ を与えた場合、メニスカス先端の $x-y$ 平面内の力の平衡方程式は、式(13)に次式を代入すれば求まる。すなわち、 $P_1 = P_a$ (大気圧)、 $\sigma'_{1,k} = 0, n_1 = 1, n_2 = 0, n_3 = 0$ 、振動による界面の主曲率の変化を考慮し、 $x-z$ 面内の曲率を $1/R_1 = 1/R + \varepsilon d/dx(1/R) \cos(2\pi y/\lambda)$ 、 $x-y$ 面内の曲率を $1/R_2 = \varepsilon(2\pi/\lambda)^2 \cos(2\pi y/\lambda)$ とおく⁽²⁾。この力の平衡方程式より図2(b)の点A($y = \lambda/2$)における流体2の圧力 P_a は、次のように求まる。

$$P_a = P_a - T \left\{ \frac{1}{R} - \varepsilon \frac{d}{dx} \frac{1}{R} - \varepsilon \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(14)$$

また、点B($y = 0$)における流体2の圧力 P_b は次のようになる。

$$P_b = P_a - T \left\{ \frac{1}{R} + \varepsilon \frac{d}{dx} \frac{1}{R} + \varepsilon \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(15)$$

点C($y = \lambda/2$)の圧力 P_c は、流体2の圧力勾配を考慮

し第一次近似で次のように表せる。

$$P_c = P_s - T \left\{ \frac{1}{R} - \varepsilon \frac{d}{dx} \frac{1}{R} - \varepsilon \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right\} + 2\varepsilon \frac{dP_0}{dx} \quad \dots\dots\dots(16)$$

もし、流体が点Bから点Cに流れて、振動の振幅が増大するならば、点Bでの圧力 P_B は点Cの圧力 P_C よりも大きいと考えられる。

(a) 自由表面がy軸方向に直線である場合

(b) 自由表面のy軸方向に乱れがある場合
図2 メナス不安定の発生の説明図

$$P_B > P_C \quad \dots\dots\dots(17)$$

すなわち、次式がメナス不安定の発生クライテリオンであり、Savage⁽⁷⁾によって導かれたジャーナル軸受における油膜破断時のメナス不安定の発生クライテリオンを含んでいる。

$$-\frac{d}{dx} \left(P_0 + \frac{T}{R} \right) > T \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(18)$$

3・3 メナスカスの振動解について 3・1では自由界面がy軸方向に直線である場合(図2(a)を参照)の基本解を求めた。ここでは、3・2で述べたように直線状の界面に乱れが生じた場合(図2(b)を参照)に、与えられた乱れが成長する条件について詳細に調べることにする。

まず、A端側の界面の位置は次の式で表されるとする。

$$S_1(x_1, y, t) = x_1(t) + \varepsilon \exp(\omega t) \cos(ky) \quad \dots\dots\dots(19)$$

この式で x_1 は直線状の界面のある位置、 t は時間、 k は $2\pi/\lambda$ (図2(b)を参照)である。

この時、メナスカスの乱れに応じて圧力分布も次のように乱れたとする。

$$P(x, y, t) = P_0(x) + \varepsilon G(x) \exp(\omega t) \cos(ky) \quad \dots\dots\dots(20)$$

なお、この時 x の範囲は $S_1 \leq x \leq S_2$ である。ここで S_2 はB端側の自由表面の位置である。

また、速度 U, V は式(20)を式(4)に代入して次のように求まる。

$$U(x, y, z, t) = \frac{1}{2\mu} \left\{ \frac{dP_0}{dx} + \varepsilon \frac{dG(x)}{dx} \right. \\ \left. \times \exp(\omega t) \cos(ky) \right\} \left(z^2 - \frac{h^2}{4} \right)$$

$$V(x, y, z, t) = \frac{\varepsilon}{2\mu} G(x) k \\ \times \exp(\omega t) \sin(ky) \left(z^2 - \frac{h^2}{4} \right) \quad \dots\dots\dots(21)$$

次に、式(21)を連続の式に代入して $G(x)$ に関する2階の常微分方程式を得る。

$$\frac{d^2 G}{dx^2} + \frac{3 \frac{dh}{dx}}{h} \frac{dG}{dx} - k^2 G = 0 \quad \dots\dots(22)$$

今、 $\bar{x} = x - l(1 + \alpha)$ とにおいて、式(22)を解くと $G(x)$ は次のように求まる。

$$G(x) = a_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^{2n} \bar{x}^{2n}}{4^n (n+1)! n!} + 3a_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1} n! (n+1)! k^{2n} \bar{x}^{2n+1}}{(2n+1)! (2n+3)!} \dots\dots\dots(23)$$

次に、式(23)の未定定数 a_0, a_1 を $G(S_1), G(S_2)$ の境界条件より決定する。

なお、ここでは簡単な場合として、メニスカスはほとんど移動しておらず $x_1=0$ にある場合について解析する。すなわち、式(19)は $S_1 = \xi_0$ ($\xi_0 = \varepsilon \exp(\omega t) \cos(ky)$) となり、 $G(\xi_0)$ は式(13)のメニスカスの圧力と表面張力のつりあい式から次式のようになる。

$$G(\xi_0) = -\frac{dP_0}{dx} - T \left(k^2 + \frac{2}{h_0 L} \right) \dots\dots\dots(24)$$

また、実験ではA端のメニスカスが乱れてもB端の自由表面が乱れることはなく、板のB端側のメニスカスはほとんど移動しなかった。このことよりB端側の $G(x)$ の境界条件を次のようにおく。

$$G(L) = 0 \dots\dots\dots(25)$$

ここでは、実験を開始してからほとんど時間が経過しておらず、メニスカスが $x_1 = 0$ にある場合を考えている。従って、 α を 0 にしてこれらの未定定数 a_0, a_1 の極限値を求める。その結果を次に示す。

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = \frac{-\frac{12\mu V_s L}{h_0^3} + T \left(k^2 + \frac{2}{h_0 L} \right)}{I_1} \dots\dots\dots(26)$$

ここで、

$$I_1 = 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (n+1)! 2^{2n+1} k^{2n} L^{2n+1}}{(2n+1)! (2n+3)!} \dots\dots\dots(27)$$

一方、メニスカスの位置は式(19)で表わされ、その x 軸方向の進展速度はこれを時間で微分すれば求まる。また、式(21)から x 軸方向の平均流速 $\bar{U}$ を求め、その式にメニスカスの位置を代入することによってもメニスカスの進展速度が求まる。これら二つの式を比較することによって、 ω に関する次式が得られる。

$$\omega = -\frac{h_0^2}{12\mu} \left(\frac{dG}{dx} - \frac{24\mu V_s}{h_0^3} \right) \Big|_{x_1=0} \dots\dots\dots(28)$$

ところで、一般にこのような現象が発生する場合、時間に対して乱れの成分は大きくななければならない。従って、乱れの成長速度が最大の場合が観察されると考えられる。これより、乱れの成分の時間に関する項 $\exp(\omega t)$ の ω を正で最大にする k の値を求めればよ

い。そこで、式(28)を k で微分し、その微分した式を式(29)のパラメータでまとめると式(30)のようになる。

式(29)における $\mu V_s / T$ は表面張力に対する粘性力の比をとった数で、キャピラリ数と呼ばれる無次元数である⁽⁴⁾。式(29)のパラメータ Ca^* は、ここで新たに導出したものであり修正キャピラリ数と呼ぶことにする。

$$Ca^* = \frac{\mu V_s}{T} \left(\frac{L}{h_0} \right)^3 \dots\dots\dots(29)$$

$$Ca^* = \frac{1}{12} \left\{ \frac{2kL^2}{\frac{d}{dk} \ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right)} + (kL)^2 + \frac{2L}{h_0} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

ここで、

$$I_2 = 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (n+1)! 2^{2n+1} k^{2n} L^{2n}}{(2n)! (2n+3)!} \dots\dots\dots(31)$$

また、乱れが成長するためには ω が正でなければならない。次の不等式がそのための必要条件である。

$$Ca^* > \frac{\{(kL)^2 + \frac{2L}{h_0}\}}{12 \left(1 + \frac{2L}{L I_2} \right)} \dots\dots\dots(32)$$

ところで、式(18)はメニスカス不安定の発生クライテリオンであった。その式を修正キャピラリ数で書き直すと次のようになる。

$$Ca^* > \frac{1}{12} \left\{ (kL)^2 + \frac{2L}{h_0} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

すなわち、式(33)は式(32)の特別の場合を表わしており、このことから本研究の解析手法の妥当性が示される。

5. 実験結果と計算結果との比較および考察

A端側のメニスカスに生じた乱れの典型的な例を図3(A)~3(C)に示す。図3(A)と図3(B)は初期すきま h_0 が 0.5mm、引張速度 V_s がそれぞれ 50.0mm/min ($Ca^* = 3.34 \times 10^3$) と 2.0mm/min ($Ca^* = 1.34 \times 10^2$) の場合、図3(C)は h_0 が 1.05mm、 V_s が 50.0mm/min ($Ca^* = 3.60 \times 10^2$) の場合である。これらの図から乱れはかなり規則的であり、 h_0 が同じで V_s が大きくなると乱れの波長は小さくなり、 V_s が同じで h_0 が大きくなると乱れの波長は大きくなることがわかる。図4は $h_0 = 0.75$ mm、 $V_s = 200$ mm/min で修正キャピラリ数が図3(A)に近い値 ($Ca^* = 4.16 \times 10^3$) の場合の図である。これらの図を比較すると修正キャピラリ数が近い値であると乱れの様子もほとんど同じになることがわかる。すなわち、狭いすきま内で粘性力と表面張力が関係する本研究のような流れのパターンは、この修正キャピラリ数でまと

(A) $h_0 = 0.5\text{mm}$, $V_s = 50.0\text{mm/min}$, $Ca^* = 3340$ (B) $h_0 = 0.5\text{mm}$, $V_s = 2.0\text{mm/min}$, $Ca^* = 134$ (C) $h_0 = 1.05\text{mm}$, $V_s = 50.0\text{mm/min}$, $Ca^* = 360$

図3 自由表面に発生した乱れの例

図4 $h_0 = 0.75\text{mm}$, $V_s = 200.0\text{mm/min}$, $Ca^* = 4160$ の場合の乱れの写真

めることが出来ると考えられる。

そこで、写真とビデオから乱れの波長を測定し修正キャピラリ数との関係を調べた。図5にその結果を示す。この図で、横軸は修正キャピラリ数の対数、縦軸は波長の実測値の平均値である。この図から、実験条件が異なっても修正キャピラリ数が同じ場合には、乱れの平均波長は同じになることがわかる。また、図中の実線1は式(30)の計算値、実線2は乱れの波長をその2倍にした場合である。ここで、式(30)が乱れの基本波長と修正キャピラリ数の関係式であると考え、実験では同じ修正キャピラリ数に対して基本波長のおよそ2倍の波長の乱れが発生しているといえる。

このように乱れの波長の実験値と式(30)の計算値との間に2倍の違いがある原因についてはいまのところははっきりとはわからないが、メニスカスのビデオ観察

図5 修正キャピラリ数 Ca^* と乱れの平均波長の関係
 曲線1は理論値、曲線2は乱れの波長を2倍した時の理論値

により次のことがわかった。修正キャピラリ数が大きい場合、早期に発生した乱れは図3(A)に見られるように合体して、消えていくことがあり、その結果、基本波長の整数倍の波長の乱れが板面に残るので、計算値と実験値が整数倍ずれることがある。また、計算値はメニスカスがA端にある場合の値であるが、実験値はメニスカスがA端からすきま内に入って乱れが発生してから測定した値である。このことを考慮すれば、式(30)は実験結果をかなりよく説明できるものと思われる。式(30)は板の形状と乱れの波長と修正キャピラリ数の関係式であるが、さらに表面張力や粘度などの物性値が異なる流体や形状の異なる板を用いて同様の実験を行い、この式の有効性を確かめる必要がある。

6. 結 論

傾斜平板間の狭いすきまにニュートン流体であるグリセリンを入れて、その板を一定速度で引き離したときにその板面上に流れの規則正しいパターンが観察される。このパターンはメニスカス不安定によって出来ると考え、ナビエ・ストークスの式を解析的に解き、新たに修正キャピラリ数を提案し、それと乱れの波長との関係式を求めた。さらに、自由表面に発生する乱れの波長と修正キャピラリ数との関係を実験的に調べた。その結果、修正キャピラリ数が同じ値であれば乱れの波長はほとんど同じになることがわかった。解析的に求めた式と実験結果を比較した結果、その式は乱れの波長を2倍にすれば実験結果をよく表すことがわかった。

なお、本研究は昭和60年度文部省科学研究費補助金〔奨励研究(A)〕の援助をうけて遂行されたものであることを付記して謝意を表する。

最後に、本研究の実施にあたり実験に協力してくれた、当時長岡技術科学大学4年の田村勝義君と小幡満君に謝意を表する。

文 献

- (1) 流体の熱物性値集, (昭58), 24, 日本機械学会.
- (2) ランダウ=リフシツ, 流体力学 1, (1971), 253. 東京書籍.
- (3) Pitts, E. and Greiller, J., J.Fluid Mech., 11(1961), 33.
- (4) Pearson, J.R.A., J.Fluid Mech., 7(1960), 481.
- (5) Saffman, P.G. and Taylor, G.I., Proc. Roy. Soc., A-245(1958), 312.
- (6) McEwan, A.D. and Taylor, G.I., J.Fluid Mech., 26 (1967), 1.
- (7) Savage, M.D., J.Fluid Mech., 80-4(1977), 743.
- (8) Savage, M.D., J.Fluid Mech., 80-4(1977), 757.
- (9) Takayama, S. and Maddin, R., Phil. Mag., 32 (1975), 457.
- (10) Pampillo, C.A. and Reimschuessel, A.C., J. Mater. Sci., 9(1974), 718.

討 論

〔質問〕 橋本弘之・須藤誠一

(東北大学高速力学研究所)

(1) 理論解析において導入した摂動 $\varepsilon \cos(2\pi y/\lambda)$ の振幅 ε は h_0 に比してどの程度の大きさまで有効と考えられるか。また、それに関して図3(A)における波長 λ は具体的にどのようにして決定したのか。

(2) 図5で用いた修正キャピラリ数には長さ L とすきま h_0 が入っており幾何形状効果に対して有用であると思われるが、理論で無限大とした幅 B 対

して本実験では $L/B=0.6$ であり、 B の値がメニスカス不安定性に影響を及ぼすことはないのか。

〔回答〕 (1) 理論解析で自由表面に導入した摂動の振幅 ε の h_0 に対する具体的な大きさに関しては、現在のところ答えることができない。この ε は解析の都合上、微小量として導入したもので、実際の解析では数値を与える必要はない。

図3(A)は、乱れが大きく成長した後の写真であって、この写真から波長を測定したのではない。本研

付図1 自由表面の乱れの成長のようす

究では実際の乱れの波長の測定は、その発生時（振幅が小さいとき）に行った。具体的にはビデオで乱れの成長のようすを記録し、自由表面の乱れの発生を目で確認し、そのときの波長を測定した。例えば、付図1は初期すきま h_0 が 0.5 mm で引張速度が 50 mm/min の場合で、4/30 s ごとに自由表面のプロフィールをトレースしたものである。付図1から最初は滑らかであった自由表面が時間とともに乱れてくることがわかる。そして、付図1に示したように乱れの振幅が大き

くならない時刻の波長を数箇所測定し、これを平均して本論文の乱れの波長とした。図3は、乱れの状態と修正キャピラリ数との関係を定性的に示すために載せたものである。

(2) 本研究で乱れの波長を測定している位置は、前述したように乱れの発生初期のA端に比較的近いところで、乱れの波長に対する板の幅の影響は少ないと考えられる。これは、A、B端以外の板の側面からの空気の流入がまだ少ないからである。しかし、自由表面がA端から奥に入り込むと液膜の形に板の幅の影響が出てくる。また、第2報で述べるように、本論文の式(11)より求めたA端側の自由表面の位置は、実験結果とよい一致を示した。このことから自由表面がA端に近い場合には、理論で板の幅を無限に長いと仮定しても十分に現象を表すことができると考えられる。しかし、板の幅が小さくなると板のA端あるいはB端以外の側面から空気が入ることによりメニスカス不安定性に与える影響が大きくなると思われる。