下端が閉じた垂直平行平板内の自然対流熱伝達* (第1報, 数値解析)

山 崎 郭 滋*¹

Natural Convection Heat Transfer in Vertical Parallel Plates with a Closed Lower End (1st Report, Numerical Analysis)

Kakuji YAMASAKI

On natural convection heat transfer of two vertical parallel plates with a closed lower end, a numerical analysis was performed for Grashof numbers ranging from 10^4 to 10^7 , the ratio of hot and cold wall temperatures ranging from 0.1 to 1 and a Prandtl number of 0.71, under the condition of constant wall temperature. The local Nusselt number is slightly larger than that of the experimental results by Siegel in the range of $10^4 < Gr < 10^7$. For small values of the wall temperature ratio, negative heat transfer coefficients of the cold wall are observed. The average Nusselt number can be expressed as a function of the distance of parallel plates and the Grashof number based on it; $Nu_s = C(Gr_s S^2)^n$ where C and n are functions of the wall temperature ratio. Circulating flows are found in the vicinity of the end of the parallel plates.

Key Words: Natural Convection, Parallel Plates with a Closed Lower End, Numerical Analysis, Open End Boundary Conditions, Grashof Number, Nusselt Number, Wall Temperature Ratio, Flow Patterns

1. 結 言

垂直平行平板からの自然対流熱伝達に関する研究は Elenbaas⁽¹⁾, Bodoia⁽²⁾, 相原⁽³⁾, Siegel⁽⁴⁾, Sobel⁽⁵⁾, その他数多くなされている。しかしながらこれらの研究は Siegel の場合を除き, いずれも平行平板の両端は開放されている。

近年電子機器の発達に伴って各種機器の高精度化, 小形化が要求されるようになり, 限られた狭い空間からの伝熱現象の解明が重要となってきた。しかもこのような空間では流体の流動は種々の抑制を受けるようになり, このような場合の一つとして断熱床面上に設置された平行平板の自然対流熱伝達は伝熱に関する基本的問題でもあり実用上も重要である。

ここでは電子機器の小形化においてみられるような空気に対する比較的低いグラスホフ数におけるこのような下端が断熱閉鎖された平行平板の数値解析を行い, その伝熱特性を明らかにした。この場合平行平板の熱的条件が問題になるが, ここでは等温壁平板とし一方を高温壁, 他方を低温壁として, 低温壁温度を高

温壁温度から周囲空気温度近くまで変化させた。平板上方の境界条件としては平板上部に十分大きな空間を考え, この空間の流れ場と温度場を同時に計算し無限遠方の境界条件を満足させた。

記 号

Gr : グラスホフ数 $= g\beta h^3(T_h - T_\infty)/\nu^2$

Gr_s : グラスホフ数 $= g\beta s^3(T_h - T_\infty)/\nu^2 = GrS^3$

Gr_x : 局所グラスホフ数 $= g\beta x^3(T_h - T_\infty)/\nu^2$

h : 平行平板の高さ

Nu : 平均ヌッセルト数 $= \alpha_m h / \lambda$

Nu_s : 平均ヌッセルト数 $= \alpha_{ms} / \lambda = NuS$

Nu_x : 局所ヌッセルト数 $= \alpha x / \lambda$

Pr : プラントル数

R : 壁温比 $= (T_c - T_\infty) / (T_h - T_\infty) = \theta_c$

s : 平行平板の間隔

S : 無次元平板間隔 $= s/h$

U, V : 無次元速度成分 $= uh/\nu, vh/\nu$

X, Y : 無次元座標 $= x/h, y/h$

Γ : 熱伝達率比 $= Nu(S)/Nu(\infty)$

θ : 無次元温度 $= (T - T_\infty) / (T_h - T_\infty)$

τ : 無次元時間 $= t\nu/h^2$

Ψ : 無次元流れ関数 $= \psi/\nu$

* 昭和62年3月16日 東海支部第36期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年7月21日。

*¹ 正員, 高知工業高等専門学校 (〒783 南国市物部乙200-1)。

$$\Omega: \text{無次元渦度} = \omega h^2 / \nu$$

2. 基礎方程式と数値解析

下端が断熱の床面で閉鎖された平行平板の解析モデルを図1に示す。平板は高温壁 T_h 、低温壁 T_c の一様温度に保たれているものとする。基礎方程式は二次元、定物性かつ Boussinesq 近似を用いた連続の式、運動方程式およびエネルギー式であり、渦度 ω と流れ関数 ψ を導入し、無次元化されて次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = (\partial \psi / \partial X)(\partial \theta / \partial Y) - (\partial \psi / \partial Y)(\partial \theta / \partial X) + (\partial^2 \theta / \partial X^2 + \partial^2 \theta / \partial Y^2) / Pr \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} = (\partial \psi / \partial X)(\partial \Omega / \partial Y) - (\partial \psi / \partial Y)(\partial \Omega / \partial X) - Gr \partial \theta / \partial Y + \partial^2 \Omega / \partial X^2 + \partial^2 \Omega / \partial Y^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \partial^2 \psi / \partial X^2 + \partial^2 \psi / \partial Y^2 + \Omega \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\Omega = \partial V / \partial X - \partial U / \partial Y \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$U = \partial \psi / \partial Y, \quad V = -\partial \psi / \partial X \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし式(3)の時間微分項は数値計算の便宜上導入されたものであり、物理的意味は持たないが定常解のみを取扱う場合には式(4)と等価となる。

平行平板の下端面を断熱壁面、平行平板は温度 T_c 、 T_h の等温壁面とする。平板の上端での境界条件は簡単でないためここでは平板上面に十分に大きな空間をとって、その無限遠方で温度一定、速度 $\rightarrow 0$ の条件を与えることにする。したがってこのとき上式に対する境界条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} X=0, \quad -S/2 \leq Y \leq S/2; \\ \partial \theta / \partial X = \psi = 0, \quad \Omega = -\partial^2 \psi / \partial X^2 \\ X=1, \quad -\infty < Y < -S/2, \quad S/2 < Y < \infty; \\ \partial \theta / \partial X = \psi = 0, \quad \Omega = -\partial^2 \psi / \partial X^2 \\ 0 \leq X \leq 1, \quad Y = -S/2; \\ \theta = \theta_c, \quad \psi = 0, \quad \Omega = -\partial^2 \psi / \partial Y^2 \\ 0 \leq X \leq 1, \quad Y = S/2; \\ \theta = 1, \quad \psi = 0, \quad \Omega = -\partial^2 \psi / \partial Y^2 \\ 1 \leq X < \infty, \quad Y = \pm \infty; \quad \theta = \psi = \Omega = 0 \\ X = \infty, \quad -\infty < Y < \infty; \quad \theta = \psi = \Omega = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

図1 下端閉鎖平行平板

上述の基礎方程式を差分法を用いて数値解析することにする。差分格子は不等間隔格子を用い、 X および Y 方向の格子番号を i, j 、時間ステップを k とし、前進差分と中心差分を用いて、基礎方程式中の微分項を次のように差分化する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \tau} &= (f_{i,j,k+1} - f_{i,j,k}) / \Delta \tau \\ \frac{\partial f}{\partial X} &= (f_{i+1,j,k} - f_{i-1,j,k}) / (\Delta X_{i-1} + \Delta X_i) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} &= \{(f_{i+1,j,k} - f_{i,j,k}) / \Delta X_i - (f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}) / \Delta X_{i-1}\} / \Delta X_i \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

基礎方程式より θ, ψ, Ω は X, Y, Gr, Pr, S および θ_c の関数となるが、流体は空気として $Pr=0.71$ とする。数値計算において ΔX の最小値は $\Delta X_{\min}=0.05$ 、 ΔY の最小値は計算機の容量の許す範囲でできるだけ小さくとり $\Delta Y_{\min}=0.0025$ および 0.003 とした。格子間隔は平板近傍を密にし平板から離れるに従って大きくする。 X 方向には $X=0$ より 0.5 へと大きくし、 $X=0.5$ より 1 へと小さくしていく。 $X>1$ では $X=1$ より上方へ大きくしていく。 $\Delta \tau$ は次式を満たすように定める。

$$\Delta \tau \{1/(\Delta X_{\min})^2 + 1/(\Delta Y_{\min})^2\} \leq Pr/2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

θ, ψ, Ω の初期値は高温壁で $\theta=1$ 、低温壁で $\theta=\theta_c$ とし、その他はすべての値を零とおく。定常解が得られるまで繰返し計算を行うが、収束の判定は境界を除くすべての格子点について θ の1ステップの合計相対変化量が 10^{-2} から 10^{-4} 以下となる場合をもって定常解とする。計算はまず Y 方向に行い次に X 方向へと進めるが、 Y 方向には両壁面より左右へと計算していく。 Y 方向の計算領域の最大値は $|Y|_{\max}=S$ としたが、 $S=0.1, Gr=10^6, R=1$ を例として $|Y|_{\max}=1.3S, 1.8S, 2.6S$ としても平均ヌッセルト数の増加率は $0, 0, 0.8\%$ でほとんど変わらなかった。 X の計算領域の最大値は $X_{\max}=2.3$ としたが、これを 1.5 としても局所および平均ヌッセルト数にほとんど変化はなかった。

数値計算は $S=0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, \infty$ で $R=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1$ およびこれらに対して $Gr=10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ について行った。なお $Gr_s S^2$ は約 $10^{-3} \sim 10^6$ の範囲である。

計算機は HITAC 8250 を用い、格子数は $i \times j = 21 \times 41$ とし繰返し計算の回数は Gr が小さいほど多くなり $25 \sim 2153$ 回で計算時間は $3 \text{分} \sim 1 \text{時間} 21 \text{分}$ であった。

3. 数値計算結果と考察

3.1 局所熱伝達率 平板の局所熱伝達率 α を Siegel の結果と比較するために局所ヌッセルト数

Nu_x で表し、これを次式によって求める。

$$\text{高温壁: } Nu_x = \alpha x / \lambda = \partial \theta / \partial Y|_{Y=S/2} X$$

$$\text{低温壁: } Nu_x = -\partial \theta / \partial Y|_{Y=-S/2} X \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで高温壁と低温壁の壁温比を次のように定義する。

$$R = \theta_c / 1 = (T_c - T_\infty) / (T_h - T_\infty) \quad \dots\dots\dots (9)$$

両壁温が等しい $R=1$ の場合の Nu_x と X の関係を図2に示す。 S および Gr が小さくなるほど Nu_x は小さくなる。 $S > 0.2$, $Gr > 10^5$ では S による Nu_x の差はわずかである。図では $S=\infty$ が若干小さな値を示しているが、これは $S=\infty$ の場合の数値計算において加熱面から Y 方向への計算領域の最大が $0.10 \sim 0.17$ (これ以上は計算機の容量の関係で計算不能となる) と $S=0.2 \sim 0.5$ の場合に比べて小さすぎるためと思われる。物理的には S が大きくなると $S=\infty$ の場合に近い値に近づいていくために、 $S=\infty$ の場合も $S=0.5$ の場合とほぼ一致するものとする。 Gr が小さくなると平板先端部で熱伝達率が增大する。

Siegel⁽⁴⁾ は高さ 1 778 mm, 幅 1 346 mm の伝熱面を用いて、一様熱流束での下端閉鎖平行平板の実験を行

っており、その結果を Nu_x と $Gr_x Pr$ の関係として示している。Siegel の実験範囲は $Gr_x Pr \approx 10^6 \sim 10^{10}$ であるが、本解析の $Gr=10^7$ の場合と比較すると図3のようになる。図中の点線は半無限垂直平板の相似解⁽⁹⁾ 式(10)を示したものであるが、本解析はこれよりは大きな値を示す。そして本解析結果は Siegel の値よりも Nu_x は大きくなる。

$$Nu_x = 0.355 Gr_x^{1/4} \quad \dots\dots\dots (10)$$

図4に Nu_x と Gr_x の関係を示す。平板先端部で Nu_x は大きくなるが、基礎方程式からも明らかのように、 Nu_x は Gr の関数となり Gr が異なると平行移動したようになって一つの直線にはまとまらない。

R をパラメータとして Nu_x と X の関係を図5に示す。 Nu_x と X の関係は $R=1$ の場合と同じ傾向を示すが、高温壁では S および Gr が小さい場合、 R が小さくなるほど Nu_x は大きくなる。しかし $S > 0.2$, $Gr > 10^5$ では R の影響はほとんど現れない。低温壁では逆に R が小さくなるほど Nu_x は小さくなるが、 $S > 0.2$, $Gr > 10^5$ では単なる壁温低下による Nu_x の減少となっている。しかし S および Gr がこの範囲よりも小さくなると高温壁の影響が現れ Nu_x はより減少し、やがて負値となって吸熱現象が生じてくる。

3.2 平均熱伝達率 平均熱伝達率 α_m は平均ヌッセルト数として次式で表される。

$$Nu = \alpha_m h / \lambda = \int_0^1 (Nu_x / X) dX \quad \dots\dots\dots (11)$$

Nu と Gr の関係を図6に示す。 S が小さいほど Nu は小さく、また Gr が小さくなると急速に小さくなる。

ここでこのような S と平均ヌッセルト数の関係をみるために、 S を代表長さとしたヌッセルト数 Nu_s とグラスホフ数 Gr_s を次のように定義する。

$$Nu_s = \alpha_m s / \lambda = Nu S \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$Gr_s = g \beta s^3 (T_h - T_\infty) / \nu^2 = Gr S^3 \quad \dots\dots\dots (13)$$

開放形熱サイフォンの研究において、Lighthill⁽⁷⁾, 長谷川⁽⁸⁾⁻⁽¹⁰⁾, 井村⁽¹¹⁾などは、管径を s とすると、平均ヌッセルト数を、 $Nu_s = C Gr_s^m S^n$ の形で表している。

(a) $Gr=10^5$ (b) $S=0.1$
図2 局所ヌッセルト数分布 $R=1$

図3 Nu_x の Siegel との比較

図4 Nu_x と Gr_x の関係 $R=1, S=0.1$

この関係を本計算結果に参照するためにいくつかの m, n について検討してみると, Nu_s は次の形で最もよく表される.

$$Nu_s = C(Gr_s S^2)^n \dots\dots\dots (14)$$

$R=1$ の場合についてこの関係を示すと図7のようになる. $Gr_s S^2$ が大きくなると, Nu は S に無関係となって $S=\infty$ の場合に近づき, したがって式(12), (13)より $n=1/5$ になる. 図7の関係は $Gr_s S^2=10^3$ を境として概略図中の直線のように次式で表される.

$$Nu_s = 1.8(Gr_s S^2)^{1/5}; Gr_s S^2 \geq 10^3, R=1 \dots\dots\dots (15)$$

$$Nu_s = 0.7(Gr_s S^2)^{0.337}; Gr_s S^2 \leq 10^3, R=1 \dots\dots\dots (16)$$

$S=\infty$ の場合に対する平均熱伝達率の変化を見るために熱伝達率比 $\Gamma = Nu(S)/Nu(\infty)$ を図8に示す. $Gr_s S^2$ が小さいほど Γ は小さく, $Gr_s S^2 \geq 10^3$ では $\Gamma \approx 1$ となる. 式(15), (16)より Γ は次式で表される.

$$\Gamma = 1; Gr_s S^2 \geq 10^3, R=1 \dots\dots\dots (17)$$

$$\Gamma = 0.389(Gr_s S^2)^{0.137}; Gr_s S^2 \leq 10^3, R=1 \dots\dots\dots (18)$$

$R < 1$ の場合は高温壁と低温壁で熱伝達率が異なる.

(a) 高温壁 $S=0.05, Gr=10^5$

(b) 低温壁 $S=0.2$ および $0.05, Gr=10^5$

図5 局所ヌッセルト数分布 $R \leq 1$

る. $R=0.5$ の場合の Nu_s と $Gr_s S^2$ の関係を図9に示す. 高温壁では対向低温壁の影響により R が小さくなるほど Nu_s は大きくなるが, $Gr_s S^2$ が大きい場合は R の影響は小さくなり Nu_s はほとんど変化しない. 逆に低温壁では高温壁の影響により R が小さくなるほど Nu_s は小さくなり, 特に $Gr_s S^2$ が小さくなると熱伝達率は負になり吸熱現象が生じる. Nu_s の正および負の領域は, $Gr_s S^2=1$ の前後でいくぶん重複するが, その境界を $(Gr_s S^2)_c$ と表すと, $(Gr_s S^2)_c$ は概略次式で与えられる.

$$(Gr_s S^2)_c = 1 - R \dots\dots\dots (19)$$

Nu_s と $Gr_s S^2$ の関係は $R=1$ の場合も含めて概略次式で表される.

$$\text{高温壁; } Nu_s = 1.8(Gr_s S^2)^{1/5}; Gr_s S^2 \geq 10^3 \dots\dots\dots (20)$$

$$Nu_s = (1.7 - R)(Gr_s S^2)^{0.285 - (1/3) \log(1.7 - R)}; Gr_s S^2 \leq 10^3 \dots\dots\dots (21)$$

図6 平均ヌッセルト数分布 $R=1$

図7 Nu_s と $Gr_s S^2$ の関係 $R=1$

図8 熱伝達率比 $R=1$

$$\text{低温壁: } Nu_s = 1.8R(Gr_s S^2)^{1/5}; Gr_s S^2 \geq 10^3 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$Nu_s = 0.7R(Gr_s S^2)^{0.337}; (Gr_s S^2)_c \leq Gr_s S^2 \leq 10^3 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$Nu_s = 0.4(R-1)(Gr_s S^2)^{-0.22}; Gr_s S^2 \leq (Gr_s S^2)_c \quad \dots\dots\dots (24)$$

3.3 温度分布 平板の中心 $X=0.5$ における流体の Y 方向温度分布を図10に示す。 Y 方向温度分布は $X=0$ から1までほとんど同じ分布を示す。 θ は S および Gr が大きいほど平板間の中心 $Y=0$ へと急速に小さくなっていく〔図10(a)〕。逆に S および Gr が小さいと θ は1からほとんど低下しなくなり、したがって平板壁面での温度こう配も小さくなって熱伝達率

は小さくなる。 $R < 1$ では S および Gr が大きい場合高温側 $Y > 0$ では R による θ の変化は非常に小さいが〔図10(b)〕, S および Gr が小さくなると R の影響は $Y > 0$ の側にも現れて〔図10(c), (d)〕, R が小さくなるほど高温壁の温度こう配が大きくなって熱伝達率が増大する。一方低温壁では R が小さくなるほど温度こう配はその負値が小さくなっていきついには正値へと逆向きのこう配が生じ〔図10(c)〕, その結果熱伝達率は減少しついには負値が生じるようになる。

壁面温度こう配は平板間中心 $Y=0$ の温度と壁温を結ぶ直線のこう配と概略同じ傾向を示すと考えられるので、中心温度分布と熱伝達率の大小が関係する。それゆえその中心温度分布と $Gr_s S^2$ の関係を図11に示す。中心温度 θ は $Gr_s S^2$ が大きくなるほど低下し、 $Gr_s S^2 \geq 10^3$ では外界温度に等しくなり $\theta=0$ となる。また当然 R が小さくなるほど中心温度は低下するが、 θ が低温壁温度 θ_c よりある程度大きくなると低温壁の熱伝達率は負になってくる。参考までに中心温度と

図9 Nu_s 分布 $R=0.5$ (記号は図7と同様)

図11 平板間中心の温度分布

図10 流体の温度分布

図12 後流の温度分布

$Gr_s S^2$ の関係を式で表すと概略次のようになる。

$$Y=0, X=0.5; \theta=0; Gr_s S^2 \geq 10^3 \dots\dots (25)$$

$$\theta = (0.27 + 0.48R) \left\{ 1 - \frac{1}{3} \log(Gr_s S^2) \right\};$$

$$Gr_s S^2 \leq 10^3, \theta < 1 \dots\dots\dots (26)$$

平板より上方 $X=1.05$ における後流の温度分布を図12に示す。平板上端をすぎると θ は急速に小さくなる。 Gr が大きい場合平板線上 $Y/S = \pm 0.5$ より左右へと θ は急激に小さくなるが、 Gr が小さいと $|Y| < 0.5$ の間ではほとんど変化せず、 $|Y| > 0.5$ で急速に小さくなっていく。しかし $R < 1$ では当然左右の対称性

はくずれてくる。

3・4 速度分布 流体の速度は式(5)より求められる。図13に速度の X 成分 U の $X=0.5$ における Y 方向の分布を示す。 $R=1$ の場合壁面近傍で U は正の値をとり、壁面から離れるに従って負値へと変わっ

(a) $S=0.2, Gr=10^5$ (b) $S=0.1, Gr=10^5$

図13 U 分布 $X=0.5$

(a) $S=0.2, Gr=10^5$ (b) $S=0.1, Gr=10^5$

図14 後流の U 分布

(a) $S=0.2, Gr=10^5$ (b) $S=0.1, Gr=10^5$

図15 後流の V 分布

(a) $R=1, Gr=10^6$

(b) $R=1, Gr=10^4$

(c) $S=0.1, Gr=10^6$

(d) $S=0.1, Gr=10^4$

図16 流線

ていく。これは壁面で加熱された流体の上昇流が生じ、壁面から離れるに従って冷たい下降流が生じていることを示している。この正負の値の変化は Gr が大きいほど大きく、正から負への変化点 $U=0$ の位置も Gr が大きいほど壁面に近づく。 $R<1$ の場合当然 $Y=0$ の左右の対称性はくずれる。 S および Gr が大きいと U 分布は高温壁近傍では $R=1$ の場合とほとんど変わらないが、低温壁近傍では当然ながら R が小さいほど U は小さくなり、中心付近でも $|U|$ が小さくなる〔図 13(a)〕。 S および Gr が小さくなると R の影響は高温壁側にも顕著に現れ〔図 13(b)〕、 $Y>0$ で U は R が小さくなるほど大きくなる。 $Y<0$ では R が小さくなると低温壁近傍でも U は負となり、低温壁に沿って流体が降下することを示している。この状態では低温壁の熱伝達率に負値が生じるようになる。

後流の $X=1.11$ における U 分布を図 14 に示す。この位置では $X=0.5$ の場合と逆に Gr が小さいほど U 分布の変化は大きくなる。 R の影響は $X=0.5$ の U 分布と同様に S および Gr が大きい場合はほとんど見られないが、中心付近および低温側では R が小さくなるほど $|U|$ は小さくなる。しかし S および Gr が小さくなると後流にも R の影響が現れ U 分布は $R=1$ の場合と大きく異なってくる。

後流の V 分布を図 15 に示す。 S および Gr が大きい場合は $Y/S=\pm 0.5$ の左右で V の符号が変わるが、これは流体の流れがこの線上で左右に別れることを示している。 $R<1$ の場合 S および Gr が小さくなると R の影響が現れ、 V 分布も $R=1$ の場合と大きく異なってくる。

流れの様子を調べるために流線の概略を図 16 に示す。 $R=1$ の場合流体は中心線 $Y=0$ に沿って上方から下降し平板へと流れ込むが、平板長 $0\leq X\leq 1$ の近傍で長方形の環状流を生じる。これは平板に沿って加熱された上昇流が $X>1$ の部分の冷たい流体によって冷却され下降流を生じるためと考えられる。 $X>1$ の領域では平板に沿った上昇流が平板間中心側に曲がって下降していくとともに、平板外部側の流体は平板線上に向かって流れ込み、この線に沿って上昇した後外側へと流れ出ていく〔図 16(a)〕。このようにして平板線上より流れは左右に別れていく。しかし Gr が小さくなると外側から流れ込む流体が $Y=0$ のほうまで押し込んでくるような流れとなってくる〔図 16(b)〕。 $S=\infty$ の場合には平板線上で左右に別れる流れとなり、平板線上の内側まで入り込む流れは見られない。図でははっきりしないが平板上端部では Gr が小さくなると流線が密になって縮流現象が生じ、流

れが加速されて上端部で熱伝達率が增大する。

$R<1$ の場合は S および Gr が大きいと R が異なってもフローパターンはほとんど変わらないが〔図 16(c)〕、 S および Gr が小さくなってくると平板間中心で流線が別れるような流れとはならず、平板間全体で高温壁側から上昇流が生じそれが低温壁側に沿って降下してくるようになる〔図 16(d)〕。そしてこのような状態では低温壁において吸熱現象が生じる。

4. 結 論

下端が断熱床面で閉鎖された垂直平行平板の自然対流熱伝達に関して、壁温一定の条件のもとで高温壁と低温壁の温度比 R を 0.1 から 1 まで変えて、 $Pr=0.71$ (空気) の場合の数値解析を行い次のようなことが明らかとなった。

(1) 局所熱伝達率は平板間隔 S およびグラスホフ数 Gr が小さいほど小さくなるが、 $S>0.2$, $Gr>10^3$ ではほとんど変わらない。また Gr が小さくなると平板先端部で熱伝達率が增大する。 $R<1$ の場合 S および Gr が大きいと R の影響はほとんど現れないが、 S および Gr が小さくなると R の影響によって高温壁の熱伝達率は増大し、逆に低温壁の熱伝達率は減少しついに負値となる。

(2) 平均熱伝達率は s を用いた平均ヌッセルト数 Nu_s とグラスホフ数 Gr_s を用いて概略式 (19) ~ (24) のように表される。 $Gr_s S^2 \geq 10^3$ では熱伝達率は S に無関係となる。低温壁では $Gr_s S^2 < (Gr_s S^2)_c$ で熱伝達率は負となり吸熱現象が生じる。

(3) 流体の流れは平板に沿って加熱された上昇流が上部の冷たい流体によって冷却されて降下し、平板長範囲の近傍で長方形の環状流となる。平板より上部の後流域では流れは平板線上より左右に別れていく。しかし Gr が小さくなると外側から流れ込む流体が平板間中心まで押し込んでくるような流れとなる。また Gr が小さくなると平板上端部で縮流現象が生じ、流れが加速されて上端部で熱伝達率が增大する。

S および Gr が大きい場合は R が異なってもフローパターンはほとんど変わらないが、 S および Gr が小さくなってくると平板間中心で流線が別れるような流れとはならず、平板間全体で高温壁側から上昇流が生じそれが低温壁側に沿って降下してくるようになる。このような状態では低温壁において吸熱現象が生じる。

本研究の遂行に当たり、激励とご指導をいただいた東京大学、小竹 進教授に厚くお礼申し上げる。

文 献

- (1) Elenbaas, W., *Physica*, 9-1 (1942), 1.
- (2) Bodoia, J. R. and Osterle, J. R., *Trans. ASME, Ser. C*, 84-1 (1962), 40.
- (3) 相原, 機論, 29-201 (昭38), 903.
- (4) Siegel, R. and Norris, R. H., *Trans. ASME*, 79 (1957), 663.

- (5) Sobel, N., ほか2名, *Proceedings 3rd Int. Heat Transfer Conf.*, 4 (1966), 121.
- (6) 藤井・ほか4名, 伝熱工学の進展3, (昭49), 31, 養賢堂.
- (7) Lighthill, M. J., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, 6-4 (1953), 398.
- (8) 長谷川・ほか2名, 機論, 28-192 (昭37), 930.
- (9) 長谷川・森末, 文献(8)の940ページ.
- (10) 長谷川, 文献(8)の947ページ.
- (11) 井村・小佐井, 機論, 51-468, B (昭60), 2621.

討 論

〔質問〕 中山 顕〔静岡大学工学部〕

(1) S または Gr_x が十分小さくなると平板間で伝導が支配的となり, ヌッセルト数 $\equiv q_{ws}/(T_h - T_c)\lambda = 1$ すなわち $Nu_x = X(1-R)/S$ または $Nu_s = 1-R$ に漸近すると思われる。図5(a)また図9(上図)にもその傾向が伺える。このように伝導が支配的な領域において板長 h , 温度差 $(T_h - T_c)$ に基づき整理する手続には無理はないか。なお, 式(21)が $Nu_s = 1-R$ に漸近しないのはなぜか。

(2) 同様に S または Gr_x が十分大きい場合, 単一垂直平板上の境界層の解, $Nu_x = 0.353Gr_x^{1/4}(Pr = 0.71)$ すなわち $Nu_s = 0.353(4/3)Gr^{1/4}S \equiv 0.6(Gr_s S^2)^{1/4}(S \equiv 0.4)$ に漸近するはずであり図7および図9(上図)にもその傾向が現れている。このような境界層流れ領域で参照長さとして平板間隔 s を用いるのは, 式(15), (20), (22)の両辺を S で除す際 S が消去できる点からしても合理性を欠きはしないか。

〔回答〕 (1) お説のとおり, S および Gr が小さくなると $Nu_s = 1-R$ に漸近していくべきだが, 数

値計算の結果には図7, 9に示されているようにばらつきがあり, その概略値として式(20)~(24)を求めたものである。しかし $Nu_s = 1-R$ に漸近するため式(21)および式(24)の適用範囲としてそれぞれ $Nu_s \geq 1-R$ と $Nu_s \geq R-1$ の条件を付けるべきだったと考える。なお熱伝達率を整理するために種々の無次元量を検討してみたのだが, やはり Nu_s と $Gr_s S^2$ がいちばんまとまりがよく, したがって(2)のご質問の場合も含め, 全体を統一的に表すためには式(20)~(24)が適当と考える。

(2) 本解析結果は $Nu_s = C(Gr_s S^2)^n$ の形で表され, $Gr_s S^2 \geq 10^3$ では $Nu_s = 1.8(Gr_s S^2)^{1/5}$ と表されたわけだが, ここでは熱伝達率は S と無関係となり, $Nu_s = NuS$ および $Gr_s = GrS^3$ を代入すると S は消去されて, $Nu = 1.8Gr^{1/5}$ となる。したがって $Nu = 1.8Gr^{1/5}$ と表示してもよいわけだが, 解析結果全体を統一的に表すには, やはり式(20)~(24)の表し方が適当と考える。