ダリウス形横流水車の翼性能推算法に関する理論的考察*

古川 明徳^{*1}, 高松 康生^{*1}, 竹之内 和樹^{*2}Theoretical Considerations in an Approximate Method for Estimating
the Blade Performance of a Darrieus-type Cross-flow Water Turbine

Akinori FURUKAWA, Yasuo TAKAMATSU and Kazuki TAKENOUCI

To predict the blade performance of a Darrieus-type cross-flow water turbine, aerofoil data obtained by a blade at rest in a uniform steady flow have been unavoidably used, though a Darrieus blade has a circular motion so that characters of flow around both blades are quite different. The authors presented a method which related both flow fields in a preceding paper, but it was still insufficient in its theoretical basis. Then, a complementary study on this problem was carried out by inviscid flow analysis.

Calculated results showed that the fluid forces generated by velocity distribution along a Darrieus blade surface were much larger than the other additional forces created by the circular motion of a blade. It was clarified that a flow around a blade in a circular motion could be transformed approximately to a flow around a blade in a rectilinear motion by the use of an equivalent circular camber and an equivalent angle of attack, with the condition that the angle between the resultant force and camber line of the blade was mutually equal in both flow fields.

Key Words : Hydraulic Machine, Water Turbine, Cross-flow, Darrieus Runner
Blade Performance, Circular Motion, Inviscid Flow

1. ま え が き

低落差水力の有効利用を目的としたダリウス形横流水車の実用化試験は既にいくつか行われ⁽¹⁾, その性能予測に関しても流路壁や翼の放出渦を考慮した理論解析⁽²⁾⁽³⁾がある. しかしダリウス形ランナの翼は流れの中を翼断面と同じ平面内に存在する円軌道に沿って回転運動しており, その翼特性は一樣流中を一定速度で直線運動している翼すなわち一樣定常流中での翼の特性とは異なる⁽⁴⁾⁽⁵⁾ことが明らかにされている. 弦節比が小さい風車においてはこの影響は小さいが, 水車では考慮が不可欠であるにもかかわらず, これを考慮に入れた実際の翼性能の的確な計算法は与えられておらず, 不十分な状態のままであった.

著者らは上述の翼の運動の違いに基因する回転効果と, 翼まわりの流れが非定常となることによる動的効果を指摘し, それらを考慮した性能計算法を提示した⁽⁵⁾

が, 著者らの方法も理論的裏付けにおいて不十分な点を含んでいた. また, 著者らは現在ダリウス翼に加わる流体力の直接計測から翼特性値を求める試みを進めているが, 翼力の測定結果を検討しそれに立脚して実用性のある性能推算法を確立するには, まず回転効果を含むダリウス翼まわりの流れの基本的性質を理論的に明らかにしておく必要がある. 本報は, 非粘性流れについて, 二次元形状のダリウス形水車ランナの翼が受ける流体力を流体力学的要因別に分析し, 翼まわりの流れの本質を把握したうえで, 二次元ダリウス翼と一樣定常流中の翼との流体力学的な対応関係について, まず等角写像によって翼循環の等価性という巨視的観点から翼形状に関する対応条件を具体的に導き, ついで翼に作用する力の方向の等価性という観点からダリウス翼に対する流れの代表相対速度の定め方について検討を加え, ダリウス形水車の流体性能を一樣定常流中での翼特性から精度良く求める方法に対し具体的指針を与えたものである.

2. ダリウス翼に加わる流体力

ダリウス翼に加わる流体力を求めるため, 非粘性非

* 昭和62年4月1日 第64期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年5月12日.

^{*1} 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1).

^{*2} 正員, 九州大学大学院.

圧縮流れに対する運動方程式

$$\vec{\nabla} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} + \frac{(\vec{V} \cdot \vec{V})}{2} \right] = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}) \quad \text{--- (1)}$$

から翼面静圧の表示式を導く。ここで ϕ は絶対流れの速度ポテンシャル、 P は静圧、 ρ は流体の密度、 $\vec{V}$ は絶対速度ベクトル、 $\vec{\nabla}$ は静止座標系でのベクトル演算子である。本報の主たる目的は翼の回転運動と、直線運動による翼特性の違い（回転効果）の基本的把握にあることから、ここでは近似として流路壁と翼からの放出渦の影響は無視し、図1に示す無限平面での流れを考える。ただし、実際の翼性能計算時にはそれらの影響を翼代表点での誘起速度の形で考慮する。翼表面とそり線の中間に沿って渦の強さ Γ が変形 Glauert 級数で与えられる渦分布を置けば、一様流速 $\vec{V}$ の渦なし流れの中を一定角速度 ω で翼が回転するときの計算点 (X, Y) での絶対速度成分はつぎのようになる。

$$V_X = \vec{V} - \oint K_X \Gamma ds, \quad V_Y = \oint K_Y \Gamma ds \quad \text{--- (2)}$$

K_X, K_Y は渦が計算点の流れに及ぼす X, Y 方向の影響係数、 ds は渦分布に沿う線素である。静止座標 (X, Y) に対する翼の回転位置を θ とすれば、翼とともに回転する座標 (x, y) は

$$\left. \begin{aligned} x &= X \cos \theta + Y \sin \theta \\ y &= -X \sin \theta + Y \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (3)}$$

で表われ、相対速度 (W_x, W_y) と絶対速度 (V_X, V_Y) の間の関係

$$\left. \begin{aligned} W_x &= V_X \cos \theta + V_Y \sin \theta + \omega y \\ W_y &= -V_X \sin \theta + V_Y \cos \theta - \omega x \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (4)}$$

および翼面上の参照点で相対流れが翼面の傾き角 β_0 に沿う条件

$$W_x \tan \beta_0 = W_y \quad \text{--- (5)}$$

から渦の強さを決めれば、翼まわりの流れが求まる。

ところで、流れが渦なしでかつ無限上流で一様である場合、式(1)を絶対流れに沿って積分して得られる非定常流に対するベルヌーイの式 $\partial \phi / \partial t + P / \rho + (\vec{V} \cdot \vec{V}) / 2 = \text{一定}$ の右辺は、全流れ場で同一値をとる。これを式(2), (3), (4)および $\partial \phi(X, Y) / \partial t = \partial \phi(x, y) / \partial t$

図1 一様流中を円運動する翼とその座標系

$-(\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \phi(x, y)$ ($\vec{\nabla}$ は回転座標系でのベクトル演算子、 $\vec{r}$ は半径ベクトル) の関係を用いて整理すれば、静圧はつぎのように表われ、動圧(a項)、遠心力(b項)、コリオリ力(c項)および非定常力(d項)に起因する成分から成ることがわかる。

$$\frac{P}{\rho} = c(\theta) \underbrace{-\frac{W^2}{2}}_a + \underbrace{\frac{(\vec{r}^* \omega)^2}{2}}_b + \underbrace{\omega \vec{V} Y}_{c} - \underbrace{\phi \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \frac{\theta_s}{2\pi}}_d ds \quad \text{--- (6)}$$

ただし $\theta_s = \sin^{-1}[(Y - Y_s) / \sqrt{(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2}]$ ここで $c(\theta)$ は翼の回転位置のみに依存する値、 (X_s, Y_s) は静止座標で表わした渦点の位置である。翼が受ける単位スパン当りの力およびモーメントは、式(6)の静圧が翼面の微小面素に加える力およびモーメントを翼全面にわたり積分することにより求まる。

図2に、翼弦が1/4弦長点で半径Rのピッチ円に接するそりなし対称ダリウス翼の1/4弦長点に生じ

図2 ダリウス翼に加わる流体力とモーメントおよび翼まわりの循環の1回転中の変動

る接線力 F_u , 半径力 F_r , モーメント M および翼まわりの循環 Γ の 1 回転中における変化を示す。図中 l は翼弦長, U はピッチ円上の周速である。図 2 (a)~(c) には式 (6) の右辺各項の積分から得た値を別々に示すが, 1 回転中の流体力の変動が主として翼面上の速度分布の変化に起因し, その他の原因による流体力はこれに比べると小さいことを明示している。

3. 一様定常流中の翼との対応関係

3.1 流体力の大きさ ダリウス翼では翼上の点ごとに相対流速とその翼弦に対する方向すなわち迎え角が異なるので, ダリウス翼を一様定常流中の翼と対応づけて, 一様流における資料からその性能を近似的に予測しようとするれば, 翼上に代表点 A を定めて, その点における相対流速 $\bar{W}$ と迎え角 α を媒介として両者の流れを結び付けざるを得ない。

その場合, 単純に同じ翼の流速 $\bar{W}$, 迎え角 α なる一様定常流中における翼特性を用いたのでは実際と一致しないことは前報⁽²⁾で指摘した。ここで流速 $\bar{W}$ の一様定常流中に置かれた翼の受ける力は, 前節の計算で式 (2), (5) の代りに

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \bar{W} \cos(\alpha - \delta) - \oint K_x \gamma ds \\ V_y &= -\bar{W} \sin(\alpha - \delta) + \oint K_y \gamma ds \end{aligned} \right\} \quad \text{-----(7)}$$

$$V_x \tan \beta_b = V_y \quad \text{-----(8)}$$

を用い, 静圧に定常流に対するベルヌーイの式 $E/\rho = C - (V_x^2 + V_y^2)/2$ を用いれば求まるから, 一例として図 2 の場合についてこれを計算すると, 図中の破線の値を得る。図から, ダリウス翼に対する直接計算値との不一致の主たる原因が, コリオリ力や非定常力などの付加的流体力の生成よりも, 翼の運動の違いによる翼面速度分布の違いにあることがわかる。

すなわちダリウス翼性能の的確な予測のためには, この違いを補償してやる必要があり, 著者らは前報⁽²⁾において, ダリウス翼まわりの循環 Γ と, 同じ翼の一様定常流中の循環 Γ_0 の差 $\Delta\Gamma = \Gamma - \Gamma_0$ をとれば,

(a) 一様流中のダリウス翼 (b) 一様流中の静止翼
図 3 一様流中における翼の円運動と直線運動

$\Delta\Gamma/(\ell^2\omega)$ が翼の回転位置によらず一定となるという計算結果をもとに, 循環量の等価性の面からダリウス翼をそれに等価な一様定常流中の翼に対応づける推算法を提示した。いま, この関係を計算式のうえから理論的に調べてみる。図 3 (a) に示したダリウス翼まわりの流れと, (b) に示す一様定常流中の静止翼まわりの流れに対するそれぞれの翼面での接線条件式 (5) と (8) を辺々差引き, 同一点に置いた渦糸の渦の強さの差 $\Delta\gamma$ を求め, これを図 3 の速度三角形の関係を用いて整理し, 代表点 A を原点とする翼に固定した座標 (x_0, y_0) で表わせば, ピッチ円半径 R と翼取り付け角 δ にかかわりなく次式の関係が成立する。

$$\oint (K_{y_0} + K_{x_0} \tan \beta_{b_0}) \Delta\gamma ds = \omega (x_0 + y_0 \tan \beta_{b_0}) \quad \text{-----(9)}$$

ただし β_{b_0} は x_0 軸に対する翼面の傾き角, K_{x_0}, K_{y_0} は x_0, y_0 方向の影響係数である。 $\Delta\Gamma$ は $\Delta\gamma$ の翼全面にわたる積分値であるから, 式 (9) より, $\Delta\Gamma$ は θ のみならず R, δ , さらに絶対流入流速 $\bar{V}$ にも無関係に決まる値で, 翼形状と点 A の位置が定まれば $\Delta\Gamma/(\ell^2\omega)$ は一定値となることがわかる。

ところで, $\bar{V} = 0$ すなわち静止流体中における翼の半径 R , 角速度 ω なる円運動は, つぎの写像関数により静止流体中での速度 $R\omega$ の直線運動に変換されうる。

$$X^* = -R\theta^*, \quad Y^* = R \ln(r^*/R) \quad \text{-----(10)}$$

$$V_{X^*} = -v_{\theta^*}(R/r^*), \quad V_{Y^*} = v_{r^*}(R/r^*) \quad \text{-----(11)}$$

ここで (r^*, θ^*) は図 1 に示す回転翼に固定した相対座標系, (v_{r^*}, v_{θ^*}) と (V_{X^*}, V_{Y^*}) はそれぞれ物理面と写像面での添字が示す方向の相対速度成分である。図 4 に物理面で翼弦がピッチ円と 1/2 弦長点で接した状態 ($\delta = 0$) および交わった状態 (翼前縁が $\delta = 0$ の位置よりピッチ円中心側にあるとき $\delta > 0$) にある回転運動中のそりなし対称翼と, それを写像した直線運動翼の例を示す。写像面では, 流速 $R\omega$ の相対流れに対

(a) $\delta = 0^\circ$ (b) $\delta = 10^\circ$
図 4 静止流体中を円運動している対称翼の写像例
(NACA0030, $l/R = 0.3$)

し $\delta = 0$ のとき翼弦が流れに平行すなわち $\alpha = 0$ となり、 $\delta \neq 0$ では α は δ に極めて近い値をとる。このことは $\Delta\Gamma$ が δ に依存しないことを裏付けており、さらには翼弦がピッチ円に $1/2$ 弦長点以外の点で接している場合には、一様定常流に対し迎え角が付いた翼を等価翼として考えればよいことを示している。

また翼弦上の点については、翼弦とピッチ円の交点およびピッチ円中心の間にできる三角形に対する正弦定理から $(\theta^* - \delta) / \cos \delta = R / r^*$ なる関係が成立つので、対応する写像面上の点の x^* 座標と y^* 座標の間につきの関係が生じる。

$$\cos[-(x^*/R)] / \cos \delta = \exp(-y^*/R) \quad \text{--- (12)}$$

これを $l/R \ll 1$ としてべき級数展開ののち高次項を省略すれば、式 (12) は $[(x^*/R) + \delta]^2 + [(y^*/R) - 1]^2 \cos \delta = 2 - \cos \delta$ と近似されうる。したがって、 δ があまり大きくない場合は、物理面上で直線の翼弦が、それと翼弦長がほぼ等しい円弧そり線に写像されることがわかる。

以上のことから、代表点 A を $1/2$ 弦長点に置いたときの付加循環量 $\Delta\Gamma_{1/2}$ は、物理面上のそりなし翼が写像面上で円弧そり翼となる翼形状変化に対応する値、すなわちそり効果に対する補償量 $\Delta\Gamma_c$ に等しいことがわかる。さらに、点 A を任意の x/l 弦長点に置いたときの付加循環量 $\Delta\Gamma_{x/l}$ と $\Delta\Gamma_{1/2}$ の差は、点 A の移動により $\bar{w}$ と α が変化したために生じたもので、一般に l/R が比較的小さいことから $\bar{w}$ の変化を無視すれば、写像面における円弧そり翼の翼弦と流れとのなす角の変化に対応する値で、したがって迎え角効果に対する補償量⁽²⁾ $\Delta\Gamma_\alpha$ として考えることができる。

ここで、実際の $\bar{v} \neq 0$ の場合について、上述の関係がこの場合にもそのまま成立つとの仮定に立ち、ダリウス翼に対応するこれと等価な一様定常流中の翼の形状と姿勢を求める方法を具体的に導くことにする。まず、流速が $\bar{w}$ の一様流中に迎え角 α で置かれた最大そりが f/l の円弧そりを持つ対称翼まわりの循環が、 k_0 、 k_1 を定数として周知の薄翼に対する表示式と類似に

$$\Gamma = \pi l \bar{w} [k_0 \sin \alpha + (f/l) k_1 \cos \alpha] \quad \text{--- (13)}$$

で表わされうるものとする。

さて最大そりが $(-f_0/l)$ の円弧そりを持つ対称ダリウス翼について、代表点 A を $1/2$ 弦長点に定め、その点での相対流速と迎え角をそれぞれ $\bar{w}_0$ 、 α_0 としたとき、これに対応する同じ循環量を持つ一様定常流中の翼が、厚み比は同じで最大そりが (f/l) の静止翼で与えられるものとすれば、この場合そり効果のみが作用し迎え角は両者で近似的に等しいことから、両翼のまわりの循環 Γ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Gamma &= \pi l \bar{w}_0 [k_0 \sin \alpha_0 - (f_0/l) k_1 \cos \alpha_0] + \Delta\Gamma_c \\ &= \pi l \bar{w}_0 [k_0 \sin \alpha_0 + (f/l) k_1 \cos \alpha_0] \quad \text{--- (14)} \end{aligned}$$

ついで、同じダリウス翼に対し、翼上の代表点 A を $1/2$ 弦長点から相対速度が $\bar{w}$ で迎え角が α である翼弦上の他の点に移したとすれば、今度はそり効果に加えて迎え角効果を考慮する必要が生じ、これに対応する一様定常流中の同じ循環量の翼は、そりが (f/l) になると同時に迎え角も $(\alpha + \Delta\alpha)$ に変化する。しかしダリウス翼はさきの場合と同じものであるからその循環量は変わらず、したがって次式が成立する。

$$\begin{aligned} \Gamma &= \pi l \bar{w} [k_0 \sin \alpha - (f_0/l) k_1 \cos \alpha] + \Delta\Gamma_c + \Delta\Gamma_\alpha \\ &= \pi l \bar{w} [k_0 \sin(\alpha + \Delta\alpha) + (f/l) k_1 \cos(\alpha + \Delta\alpha)] \quad \text{--- (15)} \end{aligned}$$

まゝと同じく $\bar{w} \cong \bar{w}_0$ とすれば、式 (14)、(15) より $\alpha + \Delta\alpha = \alpha_0$ およびつぎの関係式が得られる。

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha + \lambda_0) = \sin(\alpha + \lambda_0) + \Delta\Gamma_\alpha / [\pi l \bar{w} \sqrt{k_0^2 + k_1^2 (f_0/l)^2}] \quad \text{--- (16)}$$

$$f/l = -f_0/l + \Delta\Gamma_c / [k_1 \pi l \bar{w} \cos(\alpha + \Delta\alpha)] \quad (17)$$

ただし $\lambda_0 = \sin^{-1} [(-k_1 f_0/l) / \sqrt{k_0^2 + k_1^2 (f_0/l)^2}]$

これらの関係式を用いてダリウス翼と等価な一様流中の翼の形状と姿勢を求めるには、 $\Delta\Gamma_\alpha$ と $\Delta\Gamma_c$ の値をあらかじめ知る必要がある。まず式 (14) と (15) の第 1 行右辺を等置して得た式を、図 5 に示す幾何学的関係を用いて書き直せば、 $\Delta\Gamma_\alpha$ に対して次式を得る。

$$\frac{\Delta\Gamma_\alpha}{l^2 \omega} = k_0 \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) - k_1 \pi \frac{f_0}{l} \left(\frac{f_0}{l} - \frac{y}{l} \right) \quad \text{--- (18)}$$

ここで x 、 y はそれぞれ翼前縁から測った点 A までの翼弦に沿う距離および翼弦に垂直方向の距離である。一方 $\Delta\Gamma_c$ については、さきに示した $\Delta\Gamma_c / (l^2 \omega)$ が一定となる性質に従い、 $\Delta\Gamma_c / (l^2 \omega) = k_2 \pi / 2$ と表わし、 k_0 、 k_1 および k_2 を円弧そりを持つ種々の厚み比の NACA 4 字番号翼形について非粘性流れ計算から求め、結果を表 1 に示す。表 1 の値と上記の諸関係式を用いれば、等価翼の形状および姿勢がすべて定まる。表 1 には

図 5 代表点 A の位置による速度三角形の変化

$\Delta\Gamma = \Delta\Gamma_c + \Delta\Gamma_a = 0$ となるそり線上の点の位置を併せて示しているが、翼厚を変えてもその位置が薄翼に対する値 $x/l = 0.75$ からあまり変化しないことは、 $\Delta\Gamma$ を知るうえで有用である。

図6は、図2の中の $\theta = \pi/2$ の瞬間における翼面上の相対速度分布を、代表点Aを1/4弦長点を選んで上述の方法で求めた一様定常流中の等価翼の翼面速度分布と比較したものである。両者の一致は式(16)、(17)の有効性、すなわち翼の運動の違いに起因する回転効果が両式から得られる翼の等価そりと等価迎え角を考慮してやることにより、精度良く補償されうることを示している。

3・2 流体力の方向 前節で非粘性流れに対して導いたダリウス翼とそれに等価な一様定常流中の翼との関係が、実在流体中の翼に対してもそのまま通用できるとすれば、使用するダリウス形水車の翼形が与えられその k_0 、 k_1 および k_2 が既知であるときは、それと等価な一様定常流中の翼の形状と迎え角が、ダリウス翼のそり線上に任意に選んだ代表点Aでの迎え角を媒介として式(16)および(17)から求まり、翼特性資料から等価翼に働く流体力の大きさと方向ならびに前縁

表1 k_0 、 k_1 および k_2 と $(x/l)_{\Delta\Gamma=0}$

	Thin Aerofoil	Maximum Thickness Ratio				
		9%	12%	18%	25%	30%
k_0	1.000	1.067	1.086	1.107	1.135	1.235
k_1	2.000	2.149	2.231	2.402	2.609	2.808
k_2	0.500	0.536	0.555	0.595	0.641	0.667
$(\frac{x}{l})_{\Delta\Gamma=0}$	0.750	0.751	0.756	0.769	0.783	0.770

図6 ダリウス翼と一様流中での等価翼の翼面速度分布の比較

から圧力中心までの距離 x_c が知られる。

ついで、この力をダリウス翼上に移すについては、力の大きさは等価翼のそれと等しいとして、その作用方向を決めてやる必要がある。しかし、ダリウス翼では翼上の点ごとに相対流速の方向が異なるので簡単には定まらない。この問題は厳密には翼形に依存し一義的には定まらないけれども、近似的には等価翼に対する流体力の着力点が知られれば、これとそれに対応するダリウス翼側の点の間に、流体力と相対流速のなす角の不变関係が成立するであろうことが推測される。翼特性資料では着力点は一般にわからないが、いまの場合は両方の翼ともそりがあまり大きくないので、着力点は圧力中心の近くに存在する。

そこで、まずダリウス翼の圧力中心も等価翼と同じ前縁から x_c の位置にあると仮定する。ついで、圧力中心を通る翼弦の法線上で互いに写像関係にあることが既知の2点として、翼のそり線との交点Cを両翼上にとり、これらの点で流体力と相対流速の間に等角関係が成立つと仮定する。すなわち、等価翼の前縁から x_c の距離にあるそり線上の点Cにおいて、そり f/l の円弧そり線に引いた法線と揚力 L とのなす角は

$$\delta_c = \alpha + \Delta\alpha - \sin^{-1} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l} \right) / \left(\frac{R^*}{l} \right) \right]$$

$$\frac{R^*}{l} = \left[1 + 4 \left(\frac{f}{l} \right)^2 \right] / \left[8 \left(\frac{f}{l} \right) \right] \quad \text{--- (19)}$$

で与えられるが、ダリウス翼においても前縁から x_c の距離にあるそり線上の点Cで、そり線に引いた法線に対し δ_c をなして揚力が働くとする。図7には、この取扱いに従ったそりなし対称ダリウス翼と等価翼における力の作用方向の関係を示す。

この方法により、そりなし対称ダリウス翼の1/4弦長点に働く流体力のピッチ円に対する接線方向成分 F_u 、半径方向成分 F_r およびモーメント M を求めれば、次式を得る。

$$C_u = F_u / (2\rho \bar{V}^2 R) = 0.25 (l/R) (\bar{W}/\bar{V})^2$$

(a) ダリウス翼 (b) 等価翼
図7 ダリウス翼と等価翼に作用する力の方向
(C:力の対応点, O:1/4弦長点)

$$\times [C_L \sin(\delta_c - \delta) - C_D \cos(\delta_c - \delta)] + dF_u / (2\rho V^2 R) \quad \text{--- (20)}$$

$$C_r = F_r / (2\rho V^2 R) = -0.25 (\ell/R) (\bar{W}/\bar{V})^2 \times [C_L \cos(\delta_c - \delta) + C_D \sin(\delta_c - \delta)] + dF_r / (2\rho V^2 R) \quad \text{--- (21)}$$

$$C_m = M / (2\rho V^2 R^2) = 0.25 (\ell/R) (\bar{W}/\bar{V})^2 \times (1/4 - x_c/\ell) (C_L \cos \delta_c + C_D \sin \delta_c) + dM / (2\rho V^2 R^2) \quad \text{--- (22)}$$

ここで δ は翼の 1/4 弦長点での取付け角, C_L , C_D は等価翼の揚力係数および抗力係数, dF_u , dF_r , dM は 2 章に述べた翼の回転に伴って生じる付加的流体力の 1/4 弦長点に働く各成分とモーメント成分である。したがって翼の単位スパン当りに発生するトルク T は次式で与えられる。

$$T = 2\rho V^2 R^2 (C_u + C_m) \quad \text{--- (23)}$$

図 8 に非粘性流れの場合について, ダリウス翼まわりの流れの計算から直接求めた C_u , C_r , C_m を, 前節の方法で得た一様定常流中の等価翼が受ける流体力から式 (20) ~ (22) を用いて求めた各係数の推定値と比較して示す。図には計算過程で用いた各回転位置での等価翼の迎え角, そりおよび圧力中心位置も示す。破線で示した接線力係数は, 揚力が常時 1/4 弦長点での相対速度に垂直に働くとした単純計算による値である。前 2 者が圧力中心が翼から遠く外れるときを除いて良く一致するのに対し, 破線が全体に差異を示すことは, 揚力がそり線上の点 C での相対速度に垂直に働くとした本節の取扱いの妥当性を裏付けるとともに, 本報の方法を用いれば, ダリウス形水車の流体性能を一様定常流中での翼特性から良好な精度で予測しうる可能性を示すものである。

4. ま と め

ダリウス翼と一様定常流中の翼のまわりの流れの二次元非粘性計算から, ダリウス形水車の翼性能推算法について理論的考察を加え, つぎの結果を得た。

(1) ダリウス翼は円運動のため遠心力, コリオリ力および非定常力による付加的流体力を受けるが, その量は翼面上の流速分布による力に比べて小さい。

(2) ダリウス翼と一様定常流中の翼との対応関係として, ダリウス翼のそり線上の任意の点での相対速度から, ダリウス翼に等価な一様流中での翼の形状と姿勢を等価円弧そりと等価迎え角の形で導き, ダリウス翼に作用する力の方向を等価翼の圧力中心から求める方法を提示した。

終わりに, 本研究が昭和 60 年度文部省科学研究費補助金(課題番号 60040026)に因ることを付記し謝

図 8 ダリウス翼に加わる流体力とモーメントの直接計算値と推定値の比較

意を表する。

文 献

- (1) 高松・ほか 2 名, ターボ機械, 13-5 (昭 60), 271.
- (2) 村田・ほか 2 名, 機論, 48-429, B (昭 57), 861.
- (3) 三宅・ほか 3 名, 機論, 49-447, B (昭 58), 2575.
- (4) Wilson, R. E. ほか 3 名, Trans. ASME, Ser. I, 105-1 (1983), 53.
- (5) 高松・ほか 3 名, 機論, 50-458, B (昭 59), 2368.

討 論

〔質問〕 筒井 康 賢

〔工業技術院機械技術研究所〕

著者らの方法では、 $\bar{V} \neq 0$ の場合には、 θ とともに、 $\bar{W} \cos(\alpha + \Delta\alpha)$ が変化するので、常に写像翼の形状が θ とともに変化する。これに対し討論者らは、平板翼近似し、平均迎え角により生じる力と実効的なそりによる力の二つに分けて考察している(付1)。翼厚、そりのある場合も、上記のように力を二つに分けて求めるほうが容易と思うが、いかがか。

〔回答〕 ダリウス翼が受ける力については、貴論文も含めていくつかの計算方法が提案されており、また、著者らも既報で付加循環量から直接、揚力係数増加量を求める方法を提示しており、これらによれば翼力推算における等価翼形状の算定は不要である。したがって、翼力の理論計算における取扱いについてはご

指摘のとおりである。

ただ、本研究の目的は、抗力が働く実在流体中でのダリウス翼の翼性能を失速時も含めて推算することであり、その観点にたてば、ご提案の方法は使用している翼形そのものの翼特性資料から出発してこれを行うもので、一方、著者らの方法は使用している翼形に等価な翼の翼特性資料に基づいて行うものであるといえる。失速を含めた翼特性の推算においてどちらがより適切であるかは、推算値と実験結果との対比でしか判定できないが、例えば、これまでの著者らの実験においては、零迎え角における単位そり量あたりの揚力係数増加量は、その増加とともに小さくなる傾向を示すという結果が得られており、そり翼の翼特性に基づいて推算するのが合理的であろうかと考えられる。

(付1) 筒井・松宮, 機論, 51-461, B (昭60), 335.