噴流のキャビテーションに関する研究*
(離散渦法による二次元噴流の数値実験)清水 誠二^{*1}, 山口 惇^{*1}Cavitation in a Jet
(Discrete-Vortex Simulation of a Two-Dimensional Turbulent Jet)

Seiji SHIMIZU and Atsushi YAMAGUCHI

A discrete-vortex method is used to simulate a two-dimensional turbulent free jet. The analysis is made to predict the mean pressure and the rms of the fluctuating pressure distributions in the flow field and trajectories and pressure histories of fluid particles which imitate cavitation nuclei. It is found that the fluid particles released from a point near the jet exit corner experience minimum pressure in a region beyond the potential core of the jet or in the shear layer within the flow-establishment zone.

Key Words: Cavitation, Numerical Analysis, Two-Dimensional Turbulent Free Jet, Discrete-Vortex Method, Cavitation Nuclei, Cavitation Inception, Scale Effect

1. 緒 言

噴流や後流など、自由せん断流のキャビテーションを解明するためには、流体中を流れに乗って移動していくキャビテーション核が受ける最低圧力の大きさおよびその持続時間を知ることが必要となる⁽¹⁾ので、キャビテーションが発生する空間の各点における圧力変動ばかりでなく、キャビテーション核が受ける圧力変動をラグランジェ的に明らかにすることが重要となる。最近 Ooi は流れに微小な気泡を放出し、その大きさの変化から流れ場の圧力を求める方法を提案し⁽²⁾、さらにこの手法を大きさの異なる3種類の円形噴流に適用することによって、キャビテーション初生に関する寸法効果の研究を行っている⁽³⁾。この手法は、キャビテーション核が実際に受ける圧力を測定していることに対応するものと考えられるので、自由せん断流のキャビテーションを解明するうえで有力な手法であると思われる。

本報では、離散渦法を用いて二次元自由噴流の瞬間的圧力分布、平均圧力分布、および変動圧力強さ分布

を求め、さらにキャビテーション核を模した流体粒子を流れ場に放出し、その軌跡および圧力履歴を数値的にシミュレートすることによって、噴流のキャビテーションを解明しようとするものである。

2. 主 な 記 号

- b : 噴流出口の半幅
- C_p : 圧力係数 $= \bar{C}_p + C'_p$
- f : 複素速度ポテンシャル $= \phi + i\psi$
- N_i/N : 確率密度分布
- P : 圧力
- P_d : 噴流出口圧力
- P_v : 液体の蒸気圧
- t : 時間
- t_n : 流体粒子放出開始からの経過時間
- U_e : 噴流出口流速
- w : 複素速度 $= u - iv$
- z : 座標
- γ_{pk}, γ_{sk} : 渦点の循環
- σ : キャビテーション係数
- σ_i : 初生キャビテーション係数

* 昭和62年7月14日 東海支部三重地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年10月31日。

^{*1} 正員、横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。

3. 流れの模型化

計算の方法は、前報の衝突噴流⁽⁴⁾の場合と同様であるので、概要だけを述べる。

図1に示すように、無限遠方まで広がる静止流体中に、幅2のスリットから噴出する流れを考える。噴流出口から流出するせん断層を渦点でおきかえると、それぞれの渦点の速度は、スリットから流出する渦なし流れによる速度と、ほかの渦点から誘起される速度の和で与えられる。前報と同様、スリットから流出する渦なし流れを、点C、Dに置いた二つのわき出しによる流れで近似すると、流れ場を記述する複素速度ポテンシャル f は次式で与えられる。

$$f = \frac{1}{\pi} \ln(z - \alpha)(z + \alpha) - \sum_{k=0}^N \frac{i\gamma_{pk}}{2\pi} \ln\left(\frac{z - z_{pk}}{z - \bar{z}_{pk}}\right) - \sum_{k=0}^N \frac{i\gamma_{qk}}{2\pi} \ln\left(\frac{z - z_{qk}}{z - \bar{z}_{qk}}\right) \quad (1)$$

ここで、 $\alpha=0.64$ 、渦点導入位置は $(\pm 1, 0.1)$ に固定、点B、E近傍から流れ場に導入した渦点の個数は、それぞれ $(N+1)$ 個であるものとしている。

ところで、点B、Eは噴流出口端であるので、これらの点においては、なめらかに流出する条件

$$\text{Real}\left(\frac{df}{dz}\right)_{z=\pm 1} = 0 \quad (2)$$

を満足しなくてはならない。

渦点の移動速度 w_m は、次式で与えられる。

$$w_m = (df_m/dz)_{z=z_m} \quad (3)$$

$$f_m(z) = f(z) + \frac{i\gamma_m}{2\pi} \ln(z - z_m) \quad (4)$$

ここで、 z_m 、 γ_m は、それぞれ m 番めの p あるいは q 渦点の座標および循環である。

時刻 $t + \Delta t$ における渦点の位置 $z_m(t + \Delta t)$ は次式で計算する。

$$z_m(t + \Delta t) = z_m(t) + \overline{w_m(t)} \cdot \Delta t \quad (5)$$

ここで、時間刻み Δt は0.2、渦点導入時間間隔は、 $2 \cdot \Delta t$ とした。

後述するように、本報ではキャビテーション核が受ける圧力履歴を求めるため、キャビテーション核を模した流体粒子を流れ場に放出し、その軌跡を追跡する。この計算においては流体粒子の移動速度を df/dz から求め、時刻 $t + \Delta t$ での位置は渦点と同様式(5)から算出する。

導入渦点の循環は、次式に従って循環を減衰させる⁽⁵⁾。

$$\gamma_m = \gamma_{m0} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{C}{U_e t_m/b}\right) \right\} \quad (6)$$

ここで、 t_m は m 番めの渦点の発生時からの経過時間、 γ_{m0} は発生時の循環、 U_e は噴流出口速度($=1$)、 b は噴流出口の半幅($=1$)、 C は定数であり前報⁽⁴⁾と同様 $C=60$ とした。

噴流の軸に関して非対称な流動構造を計算の比較的初期の段階から実現するために、次式で与えられる外乱を導入する。

$$\begin{cases} f_p = 0.3 \cdot z \cdot \sin(\pi t/3) : 0 \leq t \leq 3 \\ f_p = 0 : 3 < t \end{cases} \quad (7)$$

流れ場の圧力 P は、非定常ベルヌーイの式から計算する。すなわち、圧力係数 C_p は次式で与えられる。

$$C_p = \frac{P - P_d}{\rho U_e^2/2} = -\left(\frac{q}{U_e}\right)^2 - \frac{2}{U_e^2} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) \quad (8)$$

ここで、 P_d は噴流出口下流圧力、 $q^2 = u^2 + v^2$ 、 ρ は流体の密度である。 $(\partial \phi / \partial t)$ はKiyaらの方法⁽⁵⁾、すなわち次式で計算する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{Real} \left\{ \sum_{k=0}^N \frac{i\gamma_{pk}}{2\pi} \left(\frac{\bar{w}_{pk}}{z - z_{pk}} - \frac{w_{pk}}{z - \bar{z}_{pk}} \right) \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^N \frac{i\gamma_{qk}}{2\pi} \left(\frac{\bar{w}_{qk}}{z - z_{qk}} - \frac{w_{qk}}{z - \bar{z}_{qk}} \right) \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

渦点が圧力の計算点に接近しすぎると、計算点での圧力は異常に低いものとなる。このため、圧力の計算点から半径 δr 以内の領域に渦点が存在する場合には、その圧力の計算値を、平均圧力および変動圧力強さの計算からは除外することとした。ここで、 δr の値は0.05とした。

4. 数値計算結果および考察

図2に平均速度分布および乱れ強さ分布⁽⁴⁾を示す。同図にはレイノルズ数 2.67×10^4 でのHussainらによる実験結果⁽⁶⁾も示す。本計算による平均速度分布および乱れ強さ分布にはゆがみがみられるが、Hussainら

図1 流れ場および座標系

図 2 平均速度分布および乱れ強さ分布

図 3 渦点の分布

図 4 圧力分布

による測定結果とよく一致しており、本計算結果の妥当性を示している。

図3には、 $t=120\sim 128$ における渦点の分布を示す。前報⁽⁷⁾で指摘したように、噴流出口近傍のせん断層には噴流の軸に関してほぼ対称な流動構造が、また、せん断層合流点下流には軸に関して非対称な流動構造が、それぞれ存在することを示しており、Antonia⁽⁸⁾の測定結果と一致している。

図4には図3と同一時刻における流れ場の圧力分布を示す。図4および後述の図5、6では、流れの領域を x 方向に0.2、 y 方向に0.5の間隔で格子に分割し、格子点の値を格子点を中心とする長方形領域の代表値として表示する方法を用いている。渦塊構造の中心部には低圧部が存在し、それは渦塊構造の発達とともに下流へ移動していく。ところで、噴流のキャビテーションを研究する際、キャビテーション係数 σ は通常次式で定義される。

$$\sigma = (P_a - P_v) / (\rho U_0^2 / 2) \quad (10)$$

ここで、 P_v は液体の蒸気圧である。キャビテーションは、一次近似的には $P = P_v$ で初生すると考えることができるので、 $P = P_v$ となる圧力係数を $C_{p \text{ crit}}$ と書けば、

$$C_{p \text{ crit}} = (P_v - P_a) / (\rho U_0^2 / 2) \quad (11)$$

式(10)と式(11)を比較すると、次式が成立する。

図5 平均圧力分布

図6 変動圧力強さ分布

図7 流体粒子の圧力履歴 (放出位置(-1, 0.1))

図8 流体粒子の圧力履歴 (放出位置(0, 0.1))

$$C_{p \text{ crit}} = -\sigma \dots\dots\dots (12)$$

したがって、あるキャビテーション係数 σ の流れ (P_a , P_v , U_e , ρ が既知) を考えると、 $C_p \leq C_{p \text{ crit}} = -\sigma$ なる領域にはキャビテーション気泡が存在していると考えることができる。

図 5, 6 には、流れ場の平均圧力分布および変動圧力強さ分布を示す。平均値は $t=120 \sim 190$ 間で計算している。この時刻において出発渦は十分下流にあり、 $y \leq 20$ の領域での流れは統計的に定常になっているものと考えられる。平均圧力分布および変動圧力強さ分布は、ゆがみがみられるものの噴流の軸にほぼ対称となっている。 $y=10$ 近傍に平均圧力が低くかつ圧力変動の大きい領域が存在するのがわかる。

キャビテーションは、微細なキャビテーション核が低圧にさらされることによって可視的な気泡に成長したものである。キャビテーション核が受ける圧力履歴およびその軌跡を知ることが、キャビテーションを解明するうえで重要である。キャビテーション核が十分小さい場合、核の軌跡は流体粒子のそれに近いものと考えられるので、本報では、流体粒子を渦点導入位置と同じ $(-1, 0.1)$ 、および噴流の軸上 $(0, 0.1)$ から放出し、その軌跡ならびに圧力履歴を求めた。流体粒子の放出位置を上述のように選定したのは、せん断層に取り込まれやすい噴流周辺部の核と、せん断層に取り込まれ難い噴流中心部の核との間の圧力履歴の差異を調べるためである。流体粒子は $t=120 \sim 129.6$ 間に、渦点導入タイムステップの中間のステップで、それぞれの放出位置から各 25 個放出した。図 7, 8 にはそれぞれ、 $(-1, 0.1)$ および $(0, 0.1)$ から放出された

粒子が受ける圧力履歴の代表例を示す。図中の矢印は、最低圧力を示す。 $(-1, 0.1)$ から放出された粒子は、噴流近傍せん断層の微細な渦塊構造に影響されるため、放出直後に周期の短い圧力変動を受ける。これに対して、 $(0, 0.1)$ から放出された粒子は上述のような周期の短い圧力変動は受けない。

図 9, 10 には、 $(-1, 0.1)$ 、および $(0, 0.1)$ から放出された流体粒子が受ける最低圧力の確率密度分布を示す。ここで、図 7 に示したように $(-1, 0.1)$ から放出された粒子はすべて、 $t_n=0.4$ において $C_p \approx -0.36$ のピークをとるが、試みに $(-1.1, 0.1)$ から流体粒子を放出してみるとこのようなピークをとらない。したがって、この負圧のピークは、放出位置 $(-1, 0.1)$ に固有のものであり、せん断層に取り込まれやすい噴流周辺部の流体粒子が受ける一般的な圧力変動ではないということがわかったので、図 9 では、 $t_n=0.4$ におけるこの負圧のピークを除外している。本計算におけるサンプル数は十分とはいえず、また、流体粒子を放出した時間間隔も短いので、計算結果の妥当性には疑問が残る。しかし、図 9 と図 10 を比較すると、明らかに $(-1, 0.1)$ から放出された流体粒子のほうが、 $(0, 0.1)$ から放出された流体粒子と比べて、より低い最低圧力を受ける確率が高い。また、図 4, 9 から、二次元噴流の初生キャビテーション係数 σ_i は $0.4 \sim 0.5$ ということになる。二次元噴流のキャビテーション初生に関する実験的研究は知見しないが、直径 $3.17 \sim 6.25$ mm のノズルを用いた円形噴流の実験によれば、 $\sigma_i = 0.16 \sim 0.55$ が報告されており⁽³⁾⁽⁹⁾、 $\sigma_i = 0.4 \sim 0.5$ というのは、妥当な値であると思われる。ここで、上述の

図 9 流体粒子が受ける最低圧力の確率密度分布
〔放出位置 $(-1, 0.1)$ 〕

図 10 流体粒子が受ける最低圧力の確率密度分布
〔放出位置 $(0, 0.1)$ 〕

図 11 流体粒子が最低圧力を受ける位置およびその大きさ

$\sigma_i = 0.4 \sim 0.5$ の値は寸法効果を全く考慮に入れていないということを注意しておく。

図 11 は、 $(-1, 0.1)$ および $(0, 0.1)$ から放出された流体粒子が最低圧力 C_{pmin} となる位置、および最低圧力の大きさを示したものである。ここで、図中の $a \sim f$ は、図 7, 8 で圧力履歴を示した流体粒子に対応する。また、 C_{pmin} が -0.1 以上のものは図に記入していない。 $(-1, 0.1)$ から放出された流体粒子は、噴流出口から出口幅の約 2.5 倍下流のせん断層内（領域 1）、あるいはポテンシャルコア消失点下流（領域 2）において最低圧力を受ける。領域 1 と領域 2 の C_{pmin} の最低値は同程度である。しかし図 4 の圧力分布をみると、領域 2 での低圧域は大きい広がりをもつものに対して、領域 1 での低圧域は小さく、また、図 7 からわかるように領域 1 において流体粒子が受ける圧力変動の周期は短い。Ooi は 3 種の異なる直径をもつ円形ノズルを用いてキャビテーション初生の実験を行い、小さいノズルを用いた場合にはポテンシャルコア消失点下流 $6D \sim 16D$ (D : ノズル出口直径) でキャビテーションが初生するのに対して、大きい直径のノズルを用いた場合には、上述の領域と同時にポテンシャルコア消失点上流のせん断層においてもキャビテーションが初生することを見いだした⁽³⁾。キャビテーションが初生するためには、キャビテーション核が、(1) 臨界圧力以下にさらされること、(2) 臨界圧力以下の圧力がある時間以上持続することが満足されなければならない。前述のように領域 1 での圧力変動の周期は短いので、寸法の小さい噴流の場合には (2) の条件を満足することができないと考えられる。本計算によるキャビテーション核の圧力履歴および低圧域の大きさから、噴流のキャビテーション初生に関する寸法効果を説明することができるだろう。

5. 結 論

離散渦法を用いて二次元噴流の瞬間的圧力分布、平均圧力分布および変動圧力強さ分布を求め、さらにキャビテーション核を模した流体粒子の軌跡および圧力履歴を数値的にシミュレートした。その結果、噴流のせん断層に取り込まれやすい核がキャビテーションの初生に支配的役割を果たすこと、上述のような核が最低圧力を受けるのは、ポテンシャルコア消失点上流のせん断層内（領域 1）、あるいはポテンシャルコア消失点直下流（領域 2）であること、領域 2 での低圧域の広がり領域 1 のそれと比べて大きく、また、領域 2 で核が低圧にさらされる時間は、領域 1 でのそれと比べて長いことなどを明らかにした。

本手法は、ほかの二次元はく離流れについても適用することができるので、自由せん断流れのキャビテーションを解明するうえで有力な手法になるものと思われる。

本研究を行うにあたって有益なご討論をいただいた横浜国立大学 亀本喬司教授に感謝の意を表する。

文 献

- (1) Franklin, R. E., *Proc. Int. Symp. Jets & Cavities*, ASME (1985), 1.
- (2) Ooi, K. K. and Acosta, A. J., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, 106-4 (1984), 459.
- (3) Ooi, K. K., *J. Fluid Mech.*, 151 (1985), 367.
- (4) 清水・山口, 機論, 52-477, B (昭 61), 2078.
- (5) Kiya, M., Sasaki, K. and Arie, M., *J. Fluid Mech.*, 120 (1982), 219.
- (6) Hussain, A. K. M. F. and Thompson, C. A., *J. Fluid Mech.*, 100-2 (1980), 397.
- (7) 清水, 機論, 51-472, B (昭 60), 3852.
- (8) Antonia, R. J., Browne, L. W. B., Rajagopalan, S. and Chambers, A. J., *J. Fluid Mech.*, 134 (1983), 49.
- (9) Lienhard, J. H. and Stephenson, J. H., *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 88 (1966), 525.