希薄高分子溶液の二次元流路内流動に関する研究*

(第1報, 乱流管摩擦係数および流速分布)

富田 幸雄^{*1}, 横山 俊雄^{*1}, 宇佐美 晋^{*2}

Flow of Dilute Polymer Solutions in a Two-dimensional Channel

(1st Report, Turbulent Friction Factors and Velocity Distributions)

Yukio TOMITA, Toshio YOKOYAMA, and Shin USAMI

Turbulent friction factors of dilute aqueous solutions of polyethylene oxide are measured in a two-dimensional channel. The influence of viscoelasticity on friction loss is considered by the method of dimensional analysis and the friction factor is correlated with the Reynolds number and the Weissenberg number. Velocity distributions also are measured by using a pitot tube. It is shown that the transition layer in the flow of dilute polymer solutions becomes thicker in comparison with that of Newtonian fluid.

Key Words: Fluid Mechanics, Non-Newtonian Fluid, Polymer Solution, Two-dimensional Channel, Friction Factor, Drag Reduction

1. 緒 言

いわゆるトムズ効果に関する研究は実用的見地, ならびに学問的興味から多数行われている。しかしこの効果は乱流現象の複雑さと高分子溶液流動の特異性のため十分明らかにされているとは言い難い。

本研究では最も単純な流れ場を構成するため, この現象の流動機構解明に, より適当であると考えられる二次元流路を使用する。そこでまずこの流路における希薄高分子溶液流れの管摩擦損失および速度分布を実験的に明らかにするとともに, 次元解析的な方法を用いて管摩擦損失におよぼす粘弾性の性質の影響を明らかにする。

2. 実験装置および方法

図1は実験装置の概略を示したものである。テストセクションは幅 10 mm, 深さ 60 mm の長方形断面を有し, その長さは 1.5 m である。側壁面上には内径 0.6 mm の静圧孔が 150 mm 間隔で 10 箇所あけられ

ている。また側壁には流速測定用のピトー管挿入孔があけられており, ピトー管はマイクロメータヘッドによって水平方向にトラバースすることができる。テストセクションの上流側および下流側にはテストセクションと同一断面, 同一長さの流路がフランジを介して接続されている。圧力差は差圧変換器およびマノメータで測定される。また, 流量測定には体積法および重量法を用いた。実験に先だち水を用いて流路の性能検定を行いテストセクション部では流れは十分発達していることを確かめた。さらに管摩擦係数を求めそれが層流域および乱流域においてそれぞれ従来の二次元流路に関する結果と十分一致していることを確認し

図1 実験装置概略

* 昭和62年7月14日 東海支部三重地方講演会において講演, 原稿受付 昭和61年12月23日。

^{*1} 正員, 東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎2641)。

^{*2} 正員, 動力炉核燃料開発事業団新型転換炉ふげん発電所 (〒914 敦賀市明神町3番地)。

た。その結果を図4に示した。ここで図4の中のニュートン流体の乱流に対する実験式 $\lambda=0.0752Re^{*-1/6}$ はPatel-Head⁽¹⁾によって求められたものである。実験に使用した溶液はポリエチレンオキサイド (PEO) の1~100 ppm水溶液である。別に設置した内径6 mm, 長さ1.5 mの直円管を用いて圧力差および流量を測定し壁面ずり速度 D_w と壁面せん断応力 τ_w との間にべき乗則, $\tau_w=kD_w^n$, の成り立つことを確かめるとともにこの式から溶液の物質定数 n, k の値を求めた。その一例を表1に示す。適用ずり速度範囲は $10^2 \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$ である。流速測定に用いた境界層形ピトー管の先端の形状および寸法を図2に示す。このピトー管の各濃度における検定の結果を図3に示した。縦軸はピトー管係数 c であり、横軸はレイノルズ数 $Re_p^* = \rho v^{2-n} d_p^n / k$ である。ただし、 v は外径2.5 mmの円形断面ピトー管を用いて測定した流速であり⁽²⁾, $d_p = 4 \times (\text{境界層形ピトー管断面面積}) / (\text{境界層形ピトー管の外周長さ})$ である。 c は各濃度ごとにほぼ一定値をとっている。

表1 使用流体の物質定数

Concentration	n	(Ns^n/m^2)	s	$(s^{1/n})$
1 ppm	0.997	1.29×10^{-3}	1.92	7.63×10^{-4}
	11°C		10°C	
10 ppm	0.979	1.56×10^{-3}	1.63	1.05×10^{-2}
	10°C		8°C	
100 ppm	0.951	2.02×10^{-3}	1.40	2.24×10^{-1}
	9°C		10°C

$b=0.29 \text{ mm}$
 $B=0.77 \text{ mm}$
 $l=1.92 \text{ mm}$
 $L=2.15 \text{ mm}$

図2 境界層形ピトー管の先端形状

図3 ピトー管係数

3. 実験結果

二次元流路の管摩擦係数 λ とレイノルズ数 Re^* との関係を図4に示す。ここで λ は

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{H} \frac{1}{2} \rho v_a^2 \dots \dots \dots (1)$$

である。ただし、 Δp : 圧力差, ρ : 密度, v_a : 平均流速, H : 流路幅, l : 圧力測定区間の長さ, を示す。レイノルズ数 Re^* は

$$Re^* = \frac{\rho v_a^{2-n} H^n}{6^{n-1} \{(2n+1)/3n\}^n k} \dots \dots \dots (2)$$

である。管摩擦係数は Re^* のほかに流路幅 H を含むワイゼンベルグ数 N_w にも依存していると考えられるが、本報では H を固定した場合についてのみ報告する。しかし本報の実験式は Re^*, N_w によって整理されているので、円管内流動の場合から類推して一般性をもつことが推測される。図4から管摩擦損失の減少率 λ_r を求め図5に示した。ここで、 $\lambda_r = ((\lambda_{sv} - \lambda_{sl}) / \lambda_{sv}) \times 100$, であり、 $\lambda_{sv}, \lambda_{sl}$ はそれぞれ水および溶液の管摩擦係数である。また比較のためにのせた円管の場合に対するレイノルズ数は

$$Re^* = \frac{\rho v_a^{2-n} d^n}{8^{n-1} \{(3n+1)/4n\}^n k} \dots \dots \dots (3)$$

である。ただし、 d は管内径を示す。図5によれば、二

図4 二次元流路の管摩擦係数

図5 管摩擦係数の減少率

次元流路の場合も高い濃度ではかなりの抵抗減少を生じること、また、それは円管の減少率とほぼ同程度であることがわかる。図6は流路断面の速度分布である。縦軸は $u^+ (=u/u_*)$, 横軸は $y^+ (=y^n u_*^{n-1}/k)$ である。ここで, $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$, y : 壁面からの水平方向距離, u : 軸方向流速, である。 y^+ は Dodge-Metzner⁽³⁾ がべき乗則流体に対して次元解析的考察から導入した無次元距離である。実線 ($u^+ = (1/0.41) \ln y^+ + 5.0$) はニュートン流体に対する二次元流路内乱流の対数速度分布⁽⁴⁾であり、破線は同じく粘性底層における速度分布 $u^+ = y^+$ である。水の場合は従来の結果によく一致しているが溶液の場合は濃度が高いほど、また Re^* が大きいほど水の場合に対する直線から上方に大きく平行に移動しており、遷移層が厚くなっていることがわかる。図6より遷移層における速度分布を求めると

$$u^+ = 6.5 \ln y^+ - 5.0 \quad (4)$$

となる。また、乱流コア領域での速度分布を

$$u^+ = (1/x) \ln y^+ + A \quad (5)$$

とおいて図6から x の値を求め、その結果を図7に示した。 x の値は濃度やレイノルズ数によらずニュートン流体の場合と等しく、一定値 $x=0.41$ となっている。さらに A の変化を図8に示した。 A は Re^* のみならず濃度にも依存している

のでワイセンベルグ数

$$N_w = 2\lambda'(v_a/H)^{s-n} \quad (6)$$

を考慮して整理すると、図9に示すような直線で表せる。この直線の式は

$$A = 5.0 + 0.065 Re^{*0.387} N_w^{0.773} \quad (7)$$

である。ここで、 λ', s は溶液の弾性物質定数であり、持丸⁽⁵⁾の方法で求めた。その一例を表1に示す。適用速度範囲は $10^3 \sim 10^5 \text{ s}^{-1}$ である。

4. 考 察

Dodge-Metzner⁽³⁾ はべき乗則流体の円管内乱流速度場を三つの領域、すなわち粘性底層、遷移層、乱流コア領域に分け次元解析的方法を適用して管摩擦損失を求めている。また、加藤⁽⁶⁾ は同じ手法を Reiner-Rivlin モデルを用いて希薄高分子溶液の円管内流動に適用した。著者らはこの手法により二次元流路内流動における管摩擦損失におよぼす粘弾性的性質の影響を考察する。構成方程式として粘弾性的性質をよく表すと考えられ、 k, λ', n, s の四つの物質定数をもつ Denn モデル⁽⁷⁾を用い、 $h=H/2$ とすると、軸方向流速 u は

$$u = f(h, \rho, \tau_w, y, k, \lambda', n, s) \quad (8)$$

図6 二次元流路内の速度分布

図7 x と Re^* との関係

図8 A と Re^* との関係

図9 ワイセンベルグ数を導入した A の整理

とおくことができる。次元解析を行えば式(8)は

$$u/u_* = f_1(Z, W, \xi, n, s) \quad (9)$$

となる。ここで、 $Z = (\rho u_*^2 h^n)/k$, $W = 2\lambda'(u_*/h)^{s-n}$, $\xi = y/h$ である。同様に、粘性底層および遷移層から乱流コアの周辺に至るまでは

$$u/u_* = f_2(Z \xi^n, W \xi^{n-s}, n, s) \quad (10)$$

乱流コアに対しては、流路中心線上における最大流速を u_m とすれば、

$$(u_m - u)/u_* = f_3(\xi, n, s) \quad (11)$$

となる。式(11)は乱流コアに対してのみ成立する式であるが、二次元流路断面全体にわたって成立するものとする。単位深さ当たりの流量 Q は

$$Q = H v_a = \int_0^H u dy$$

となるから、式(11)を用いると

$$v_a = u_m - \frac{u_*}{H} \int_0^H f_3(\xi, n, s) dy \quad (12)$$

を得る。式(12)の各項の次元を考えることにより、

$$\int_0^H f_3(\xi, n, s) dy = \text{Const.} \times H$$

とおき得る。すなわち式(12)は

$$(u_m - v_a)/u_* = P_{n,s} \quad (13)$$

となる。ここで、 $P_{n,s}$ は一般的に n と s の関数である。Darcy-Weisbach の式を用いると

$$v_a/u_* = 2/\sqrt{\lambda} \quad (14)$$

式(9)を流路中心 $\xi=1$ に適用すると

$$\begin{aligned} u_m/u_* &= f_1(Z, W, 1, n, s) \\ &= F_1(Z, W, n, s) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。式(13)~(15)より

$$\frac{u_m}{u_*} = P_{n,s} + \frac{2}{\sqrt{\lambda}} = F_1(Z, W, n, s) \quad (16)$$

乱流コアの周辺においては式(10)と式(11)が成立すると考えられるから

$$\begin{aligned} f_2(Z \xi^n, W \xi^{n-s}, n, s) &= F_1(Z, W, n, s) \\ -f_3(\xi, n, s) \end{aligned} \quad (17)$$

いま、 n, s を固定すれば式(17)は

$$\begin{aligned} f_{2n,s}(Z \xi^n, W \xi^{n-s}) &= F_{1n,s}(Z, W) \\ -f_{3n,s}(\xi) \end{aligned} \quad (18)$$

粘性底層における速度は y に関して直線的に変化するとすれば、

$$\frac{u}{u_*} = \left(\frac{\rho u_*^2 y^n}{k} \right)^{1/n} = y^{1/n} \quad (19)$$

変形すると

$$\frac{u}{u_*} = \alpha (ZW^{(1-n)/(n-s)} \xi)^{1/n} = f_{2n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)} \xi) \quad (20)$$

ここで、 α は n, s によって決まる定数である。式(18)と式(20)とから

図 10 次元解析による管摩擦係数の整理

$$\begin{aligned} f_{2n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)} \xi) &= F_{1n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)}) \\ -f_{3n,s}(\xi) \end{aligned} \quad (21)$$

次に $df_{2n,s}/d(ZW^{(1-n)/(n-s)} \xi) \equiv f'_{2n,s}$ とすれば式(21)より

$$f'_{2n,s} \cdot \xi = \frac{dF_{1n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)})}{d(ZW^{(1-n)/(n-s)})} \quad (22)$$

同様にして

$$f'_{2n,s} \cdot ZW^{(1-n)/(n-s)} = -\frac{df_{3n,s}(\xi)}{d\xi} \quad (23)$$

式(22)の右辺は ξ に独立であり、式(23)の右辺は $ZW^{(1-n)/(n-s)}$ に独立である。よって $f'_{2n,s}$ は

$$f'_{2n,s} = \frac{A_{n,s}}{ZW^{(1-n)/(n-s)} \xi} \quad (24)$$

でなければならない。ここで、 $A_{n,s}$ は n, s によって決まる定数である。式(22)と式(24)とから

$$\frac{A_{n,s}}{ZW^{(1-n)/(n-s)}} = \frac{dF_{1n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)})}{d(ZW^{(1-n)/(n-s)})} \quad (25)$$

積分して、

$$\begin{aligned} F_{1n,s}(ZW^{(1-n)/(n-s)}) &= \frac{u_m}{u_*} = A_{n,s} \ln(ZW^{(1-n)/(n-s)}) \\ &+ B_{n,s} \end{aligned} \quad (26)$$

$B_{n,s}$ は n, s によって決まる定数である。式(26)を式(16)に代入し Re^* およびワイセンベルグ数 N_w を用いて整理すれば、

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A_{1n,s} \log(Re^* \cdot N_w^{(1-n)/(n-s)} \sqrt{\lambda}) + c_{n,s} \quad (27)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_{1n,s} &= 1.15 A_{n,s} \\ c_{n,s} &= \frac{1}{2} \left\{ A_{n,s} \ln \left[\frac{6^{n-1} ((2n+1)/3n)^n}{4} \right] \right. \\ &\quad \left. + B_{n,s} - P_{n,s} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)の $A_{1n,s}$ と $C_{n,s}$ の決定に際しては、まず Patel ら⁽¹⁾ の式 $\lambda=0.075 2Re^{*-1/6}$ を Prandtl-Nikuradse 形の管摩擦係数の式に変形し、ニュートン流体 ($n=1, s=2$) に対する $A_{1n,s}$ と $C_{n,s}$ を決定し、次にべき乗則流体に対する Dodge-Metzner の式⁽³⁾を参考にして、図4に示した本実験の管摩擦係数の値および表1に示した物質定数を用いて次の式を得た。

$$\left. \begin{aligned} A_{1n,s} &= \frac{1.69}{n^{0.75}(s/2)^{8.57}} \\ C_{n,s} &= - \left[\frac{-90.9}{n^{1.2}(s/2)^{5.06}} + \frac{4.97}{n^{0.75}(s/2)^{8.57}} \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \left(1 - \frac{n}{2} \right) + 18.0 \left(\frac{s}{2} \right)^{3.19} \right\} - 3.71 \right] \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

図10は式(27)と実験値とを比較したものであり、両者はよく一致している。なお、式(27)、(29)の適用範囲は $2000 \leq Re^* \leq 20000$ かつ $0 \leq N_w \leq 6.4$ である。

5. 結 論

希薄高分子溶液の二次元流路内乱流に関して以下の

ような結論を得た。

(1) 管摩擦係数を実験的に求めるとともに、次元解析的考察をふまえて粘弾性的性質の影響を考慮した実験式を提案した。

(2) 流路断面の流速分布を測定し、粘弾性的性質が流速分布に与える影響を明らかにした。

おわりに、本実験に協力していただいた東京理科大学の当時の学生、岡野真臣・小沢直樹の両君に謝意を表する。

文 献

- (1) Patel, V. C. and Head, M. R., *J. Fluid Mech.*, **38**-1 (1969), 181.
- (2) 芝沼・ほか3名, 機論, **47**-423, B (昭56), 2149.
- (3) Dodge, D. W. and Metzner, A. B., *AIChE J.*, **5**-2 (1959), 189.
- (4) Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **97**-4 (1975), 568.
- (5) 持丸・ほか2名, 機論, **42**-354 (昭51), 564.
- (6) 加藤・ほか2名, 機論, **37**-300 (昭46), 1551.
- (7) 富田, レオロジー, (昭50), 178, コロナ社.