平板上の直立円柱後流*

(第2報, 後流の簡潔表示)

徳 田 仁^{*1}

Near Wake of a Circular Cylinder Standing on a Flat Plate (2nd Report, a Simple Expression)

Shinobu TOKUDA

To understand the transport process on a rough flat plate, an experimental investigation was carried out concerning a single circular cylinder which was set upright on a flat plate. From a flow visualization experiment, horseshoeshaped three-dimensional vortices were observed over a fairly long range downstream of the cylinder. Using the experimental results of the three-dimensional velocity distribution around the vortices, the velocity was expressed as the sum of the time-averaged and the fluctuation components. The structure of the fluctuating flow was obtained and it was clarified that the fluctuating component is composed of a row of boomerang-shaped or hairpin-shaped vortices which are much different from the horseshoe-shaped vortices. This vortices were clarified theoretically to induce Reynolds stress effectively in all directions.

Key Words: Unsteady Flow, Wake, Hairpin-Vortex, Coherent Three-Dimensional Velocity Fluctuation, Turbulence, Reynolds Stress

1. 緒 言

平板上に置かれた単一突起物まわりの流れは、大形構造物周辺に時として起こる突風の解明や、煙突などからの汚染物質の拡散状況の把握、強制対流伝熱の促進などに関連した基本的な問題を解明するうえで重要な現象であるため多くの研究が行われており、これらの一部は前報⁽¹⁾においても紹介した。特に平面上に突起を多数並べたものについては、いわゆるタービュレンスプロモータとしても用いられ、その後方における平均的な流れと、それに伴う輸送現象のようすは乱流時に見られるものと類似しているため少なからぬ興味を持たれている。

前報⁽¹⁾⁽²⁾では平板上に直立して設置した円柱後方の流れの様子を見るため、色素を円柱や平面などのいわゆる境界面から流出させ、その後方にできる渦形状について詳細に観察した。この三次元的な形状は本研究で扱った平板上に置かれた円柱だけでなく、長い二次元的な円柱の後方、球などの三次元的な物体の後方における流れや乱流平板境界層内においても多くの研究

者により観察されてきたものと似ている。そして平板上で Head と Bandyopadhyay⁽³⁾により観察された渦形状を用いることにより、Perry-Chong⁽⁴⁾は平板乱流境界層内におけるこれまでの実験結果から得られた知見がある程度説明できることを報告している。

これらの研究の平均的な流れはほとんどの場合二次元的である。一方上述の渦形状は三次元的な流れとなっているため、平均的な流れを二次元的に保つには、三次元的な渦は場所的、時間的にランダムに出現することが必要となる。したがってこのような場合における三次元的な渦の初めと終わりを見極めることならびに平均の定義を定めることはかなりの困難と議論が予想される。従来の実験においては時間的な変化について調べられたものが多い。一方 Cantwell⁽⁵⁾や Perry と Watmuff⁽⁶⁾はフライングホットワイヤを用いて後流の場所的な変化について調べた。これらの結果は時間的に測定したものが流れとともに移動するとしたものと大差ないことを示している。Davis⁽⁷⁾は条件付抽出法により円柱後流の低周波成分による渦の抽出を行い、木谷と松村⁽⁸⁾はこの渦のレイノルズ応力などに対する影響について調べた。

本研究においては、平均的な流れは三次元的な流れでありその渦形状も三次元的である。そして前報⁽¹⁾で

* 昭和62年7月14日 東海支部三重地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年11月25日。

*1 正員、船舶技術研究所 (〒181 三鷹市新川 6-38-1)。

報告したようにあるレイノルズ数域では、後流は円柱に振動を与えなくても大変周期的であると同時に安定的であることが知れた。したがって従来の多くの研究により行われた平均操作は簡単であり、かつ渦の始めと終わりの見極めは大変容易である。

本報では前報⁽¹⁾において報告した、三次元的で複雑な渦の表示を、先に報告⁽¹⁾した円柱直径 8ϕ mm, 高さ 50 mm, $Re=140$ で水素気泡法を用いて得られた瞬間時の速度の空間分布に基づいてさらに簡潔化することにより、この渦の平均流に対する影響の解明を行う。

2. 主 な 記 号

平板上に直立に設置した円柱後流は前報⁽¹⁾において示したように大略図1に示すような形状であった。したがって、この後流の対称面を基準にして図1に示すような座標系 (x, y, z) をとる。またこの対称面の位置は明確でないため、必要に応じ前報同様平板面上を基準にした (X, Y, Z) 座標も用いる。

d : 円柱直径

q : 速度

s : 無次元振動数

(X, Y, Z) : 距離, X は一様流方向距離, Z は平板からの円柱高さ方向距離

(x, y, z) : 無次元距離, z は後流対称面からの円柱高さ方向距離

(u, v, w) : x, y, z 方向無次元速度, 式(3)参照

(ξ, η, ζ) または Ω : 渦度

(γ, α, β) : 変動速度無次元波数

—: 時間平均

': 変動成分

3. 変 動 速 度 成 分

緒言で述べたように本研究で扱った円柱後方にできる流れと類似したものは多くの流れにおいて観察されている。この場合に得られる渦の模様は前報⁽¹⁾に示したように渦とともに一様な速度で移動する座標系を用いて描写するのが一般的である。このような表現法お

図1 円柱後流と座標系

よび非粘性流れに適用できるビオサバルの法則を用いることにより、Perry-Chong⁽⁴⁾は平板上の乱流機構の諸現象の説明を試みた。しかしながらラグランジェ的な表示法はあまり一般的には用いられず、観測者の位置や速度により流れ形状や渦の様子がかなり変わることが知られているため、他の諸現象との対応を行ううえでは、あまり得策とは思われない。

本研究で扱った流れは幸いにも、他の場合に見られる流れと異なり、周期性および規則性が大変良好なものであり、しかも最も安定的と思われるレイノルズ域において実験を行った。したがって各時刻、各場所での速度などを従来からよく用いられる平均量と変動量の和として

$$q = \bar{q} + q' \dots\dots\dots (1)$$

なる形で表示する。この場合 $\bar{q}$ は一周期内の平均を表すと同時に、非常に長い時間にわたる平均を表しそれらは一致している。したがって渦などがランダムに出現する一般的な場合と異なり平均量は明確に定められ、かつその変動量についてもかなり普遍的な性質を有すると考えられる。このような表示法を用いることにより前報⁽¹⁾図10(a)に現れている一様流方向速度 u などのこう配の非常に大きくなる所は、 $\bar{u}$ や u' の分布ではかなり滑らかな形で表示できることがわかった。

そこでこのような表現を用いて前報⁽¹⁾5章で得られた円柱後方 $X/d=10.8$ における瞬間的速度 q より変動速度 q' を算出し、その方向の空間的な分布を図2に示す。ここで図中のベクトルの大きさはすべて同じであり、円柱軸は $y=0$ の面上にあり右から左へ伸びている。また図2に示したものは変動の一周期を時間的に8分割したもののうち半周期に当たる連続した四つの瞬間時の空間分布を示している。後半の半周期については速度の方向が逆転するだけでその分布形状はあまり変わらない。また前報⁽¹⁾で述べたが、瞬間時の速度測定には10mmの正方格子状をした細線からなる電極を用いたため、測定点は充分に多くはない。したがって分布の形をより明確にするべく、図2そして以下の図においては測定点以外の点についても示した。これらの点に関する速度は、そのまわりの測定点である細線の位置における速度を基に、それらの間で速度が線形的に変化しているものとして算定した値を用いた。

この図が示すように、変動速度 q' は、後流とともに一様な速度で動く座標を用いて得られた前報⁽¹⁾図4に示す馬てい形渦まわりの速度分布形とかなり異なった形状をもつことがわかる。すなわち渦の中心のような

ものは二つあり、それらは $y=0$ を含む $x-z$ 面上を x 軸に対称に下流方向にしたいに広がっている。また流れの方向は時間とともに周期的に反転する。この模様をさらに明白にさせるとともに、図2では表せなかった変動速度の大きさを示すため、図2の時刻における $y-z$ 断面内の変動速度 (v' , w') のベクトル図を図3に示す。ここで図2と同様ベクトルの先端を矢印や三角形を用いて示したが、これは紙面と垂直方向 u の向きが互いに反対方向であることを示している。また図3(a)中に現れている、 v' が広い範囲にわたりほぼ二次元的で一様な所は、前報⁽¹⁾図3(a)に示されたカルマン渦の前端(上流側)の位置に大体対応し、図3(d)はそのカルマン渦の後端付近が対応している。そして図3(d)より少し後流側には反対側にあるカルマン渦の前端がくる。これらの図から、主流の速い流れは $y=0$, $z=0$ の渦中心部に向かって流れ込み、渦中心部にある遅い流れは渦中心から外側へ向かって流れ出すことが知れる。これらの速度の方向と、その場所的な関係をより簡明に示すため、それほど正確でなくまた問題点もあると思われるが、図4のような概略図を描いてみた。ここにブーメラン状に描いた部分は $y=0$

の $x-z$ 面上にあり、三次元的に曲がる流れの中心と思われる所を理解を容易にするために描いたものである。実線と点線で示したものは流れの方向が互いに逆であることを表した。このような渦状のものは実際に観察したものではないし、実線などで示した渦面上を斜方向に向く速度もあるため中心となる点があるかどうかともわからない。しかし Perry-Chong⁽⁴⁾ のラムダ渦に似た形状をしている。

4. 運動量輸送

3章により、変動速度成分の各時刻、各場所における形状とその構造がある程度明らかにされた。そこでこのような変動速度により、流れに付随するスカラー量の平均的な輸送がどのように行われるかを知るため、特に運動量の輸送に注目する。

そこで円柱横方向 $x-y$ 断面内の運動量輸送に関係する変動速度 (u' , v') ベクトルの分布を、平均速度こう配 $d\bar{u}/dy$ の大きい、渦の対称面である円柱高さの半分 $Z/d=3.13$ の面内で得られた結果を図5(a)に、また円柱高さ方向面内の輸送を知るため平均速度こう配 $d\bar{u}/dz$ が大きく、前報⁽¹⁾図3(a)のカルマン渦の中

図2 変動速度の方向分布

座標表示位置は速度測定用電極線位置を示す。またベクトル先端矢印は u 方向が正を、 Δ は負方向を示す。

 図3 y - z 面内の変動速度(v' , w')ベクトル分布

心部が多く通過する $Y/d = -1.25$ の x - z 断面内の変動速度(u' , w')ベクトル分布を図5(b)に示す。ここに速度ベクトルの起点のうち x は測定点(y , z)における値が平均速度 $\bar{u}$ で運ばれるものとして $x = \bar{u} \cdot t$ なる適当な長さを用いた。したがって図3(a), (b)の右端は平均速度 $\bar{u}$ の分布形を示している。実際には x が大きくなれば x 軸上渦中心での $\bar{u}$ も大きくなるため右端はより平坦な形となるが緒言で述べたようにフライングホットワイヤによる他の結果⁽⁵⁾を考えると、この図は正確ではないが定性的には正しい形を示していると思われる。また図2, 3と同様に図5の場合においても x すなわち t 方向の測定点が充分に多くないため測定点以外の速度は線形的に変化するとして算出したものを示した。

これらの図から明らかであるように図5(a)の x - y 面内の速度は x 軸上のある点を中心まわっていることを示している。また図5(b)の x - z 面内では x 軸をはさんで互いに反対方向にまわっている。図5(a), (b)いずれの場合にもその仕方は異なるが、 x 軸に関して対称である。また u' , v' が正負いずれの場合でも x 軸上方では x - y , x - z 両面とも変動速度ベクトルの方向 v'/u' , w'/u' は、ほとんどの場所で負となり、正となる領域は小さい。平均速度こう配 $d\bar{u}/dy$, $d\bar{u}/dz$ が反対となる x 軸下側ではこれらのベクトルの方向は逆になる。このように変動速度は同じ方向を向いて逆向きに流れるため、流れはぶつかり合いまたは離れる。そのため二次元面内で連続の条件を満たすことは難しい。この場合には紙面に垂直な方向に三次元的に流れることにより連続の条件を満たすことがで

図4 変動速度分布の概念図

きる。上述のように変動速度が三次元的に流れることにより、 x - y , x - z , 両面ともに速度ベクトルの方向がほとんどの領域で同じ方向をもつことができ、したがって変動速度が小さくても、大きなレイノルズ応力を生ぜしめることが可能となる。このように運動量輸送においては三次元性が有効であることを報告した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾が、実験的にも示された。

このような速度変動の構造により生ずるレイノルズ応力の種々の断面における分布を知るため、図5のような結果を一周期について、および後流の対称面の左右または上下について平均して得られる $\overline{u'v'}$ の z 方向分布を図6(a)に、また $\overline{u'w'}$ の y 方向分布を図6(b)に示す。当然予想されたように、図5の x 軸より上では v'/u' , w'/u' はほとんどの場所で負であるため $\overline{u'v'}$, $\overline{u'w'}$ も負となる。また、 $\overline{u'v'}$ は $z=0$ 上で、 $\overline{u'w'}$ は $y=0$ より少し離れた場所で大きくなり、それぞれ平均速度 $d\bar{u}/dy$, $d\bar{u}/dz$ の大きい所で最大となっている。一方 $Y/d=0.0$, $Z/d=3.13$ における $\overline{u'v'}$, $\overline{u'w'}$ は x 軸から離れると零からずれる所がある。また $\overline{u'w'}$ は $d\bar{u}/dz=0$ となる $y=0$ の付近では零とな

らず, y の他の所に比べ逆の符号を示している。これらは実験精度($\bar{u}$ に対しては $\pm 5\%$) によるものと思われるが, 式(9)に示されるようなほかの方向の平均速度こう配, すなわち $\overline{u'w'}$ の場合は $d\bar{u}/dy$, $\overline{u'v'}$ においては $d\bar{u}/dz$ による影響も多少あるものと思われる。

5. 変動速度の簡潔表示

5.1 基礎式 4章までに得られた複雑な流れ場およびこれに伴う拡散の様子を明確に描写し, 理解することは大変難しく思われる。この流れの感覚的な素描は前報⁽¹⁾に示した。そしてこれを基にPerry-Chong⁽⁴⁾が行ったような, 渦のまわりの非粘性流とその引伸ばし作用により理解することは一つの方法である。しかし本報で示した平均的な流速を取り除いたものは図4のように前報のものとはかなり異なり渦まわりの流れとして扱うには普遍性に欠けるようである。そこで本研究では上述の複雑な流れの種々の性質のうち一部の性質を定性的に明確にし理解するため, 文献(9),

(10)による方法を用いて簡単な描写を試みた。

上述の流れに対する主要な式は連続の式, および渦度 Ω に対して

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \Omega = (\Omega \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \Omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ここでは速度変動に着目し, 圧力, 渦度には注目していない。したがって式(2)の内の二つの式を用いれば充分である。本研究で扱っている流れの平均流速 u_0 , w_0 は変動速度などにより誘起されるものであるため, あまり正確にとらえることができない。

したがって連続および運動の式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + w \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ &\quad - \xi \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} = \nabla^2 \xi \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

(a) 後流中心 $Z/d=3.13$ における x - y 面内の変動速度 (u' , v') ベクトル分布

(b) カルマン渦中心付近 $Y/d=-1.25$ における x - z 面内の変動速度 (u' , w') ベクトル分布

図5 x - y , x - z 面内の変動速度ベクトル分布

測定時刻は左端から3ベクトルめごと, 全部で9時刻ある。

(a) $\overline{u'v'}$ の z 方向分布

(b) $\overline{u'w'}$ の y 方向分布

図6 レイノルズ応力横断面分布

$$\left. \begin{aligned} -\eta \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} &= \nabla^2 \eta \\ \zeta &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \right\}$$

である。ここに前述のように x は流れ方向の距離であり、 z は後流の対称な面からの円柱高さ方向の距離 y は対称面から円柱横方向距離を示す。また u, v, w は x, y, z それぞれの方向の速度成分を示す。そして速度は一樣流速と後流測定位置における平均速度 $\bar{u}$ の最小値の差の半分 ΔU で、長さは動粘性係数 ν を用いた $\nu/\Delta U$ で無次元化してある。

5.2 近似解 前報⁽¹⁾および4章までに述べた流れの視的観察や流速測定の結果からわかるように、流れは円柱高さ方向の上下半分、円柱横方向の左右半分はそれぞれ対称であり同じ形であることを示している。したがってその一部の円柱後方の右上方部の $y > 0, z > 0$ の1/4部分の領域について調べる。また実験結果から明らかであるように、速度は時間的および場所的に周期性をもって変動し、長い距離の間、ほぼ同じ形を保ちながら後方に流れる。またその変動速度は前報⁽¹⁾図10に示されるように空間的にはほぼ直線的な変動を行う。したがって $y=0$ や $z=0$ の対称面より少し離れた場所での速度は

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + u_1 e^{i(st + \gamma x + \alpha y + \beta z)} \\ v &= v_0 + v_1 e^{i(st + \gamma x + \alpha y + \beta z)} \\ w &= w_0 + w_1 e^{i(st + \gamma x + \alpha y + \beta z)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

なる形で書き表すことができる。この表示では変動速度成分の時間的平均と場所的平均はともに零になるべきであるが、本実験の結果ではどここの場所でも両者とも零に一致するとはかぎらなかった。したがって時間変動のみをする項も加えることにより、より正確な表示ができるものと思われるが、描写を複雑にするだけであるため本研究ではそのような表示法は用いなかった。

上式中の $u_0, u_1, s, \gamma, \dots$ などは (x, y, z) の場所の関数であり、平均流速なども流れ方向に変化し、渦も変動速度で誘起される流れなどにより y 方向に広がりながら流れることが前報⁽¹⁾にも示されている。しかしその形状や速度分布形は相似な形を有しており流れ方向への変化は y, z 方向への変化に比べ小さい。したがって、上の諸量は x 方向へは一定な値をもつとする。また上述のように、速度変動は (x, y, z) 面内では、ほぼ直線的な変化をしている。したがって s, α, β, γ はほぼ一定な値としてよい。 u_1, v_1, w_1 は式(2)または式(3)に適当な平均操作を行った関係式より分布形が解けると考えられるが、本研究では、馬てい形

渦は1層しかないので、以下では一定な定数として扱う。

そこで式(4)を式(3)に代入することにより変動成分に対する近似式が得られる。文献(9), (10)にも示したように式(3)の第1近似は u_1, v_1, w_1 に関する二次の項からなる慣性項によるものである。この解の一つは式(4)の形をもつものであり、上述のように実験結果を基に得られた式(4)とも一致している。そして Perry-Watmuff⁽⁶⁾の実験によれば本実験と同様に後流形状は Re 数にはよらないことが確かめられている。したがってこのような流れの第1近似は速度と圧力のみで完結する粘性の影響を受けない流れである。そして流れの方向などを定める u_1, v_1, w_1 の間の関係は式(3)の第2近似である。

$$\left. \begin{aligned} \alpha v_1 + \beta w_1 + \gamma u_1 &= 0 \\ \gamma v_1 + \frac{w_1}{E} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) - \alpha u_1 &= 0 \\ \frac{v_1}{E} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) - \gamma w_1 + \beta u_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$E = D_0 - \nabla^2, \quad \nabla^2 = -(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \\ D_0 = \frac{D}{Dr} = i(s + \gamma u_0 + \alpha v_0 + \beta w_0)$$

より得られる。ここで w_0, v_0 は実験によっても小さなものではないことが知れるが、これらは u_0 や圧力の不均質さにより引き起こされる渦などにより誘起されるものであるため、それらの微分量も含め $u_0 \gg v_0, w_0$ とした。また染料や渦が平均流速 (u_0, v_0, w_0) により一樣に運ばれ、それが流れる τ 時間の間には小さな変化しかないと観察されたので $D/Dr \approx 0 = D_0$ と以下では考える。また本実験の結果によれば、変動速度の波長 λ による Re 数 λ は

$$\frac{2\pi}{\alpha} = \lambda = \frac{\lambda \Delta U}{\nu} \approx 60 \dots\dots\dots (6)$$

程度のものであった。一方平均流速が ΔU だけ変わる長さは Re 数でだいたい $\Delta y \approx 80$ 程度であった。したがって式(5)に現れる。

$$\frac{1}{E} \frac{\partial u_0}{\partial y} \approx \frac{1}{(2\pi/\lambda)^2} \frac{1}{\Delta y} \approx 0(1) \dots\dots\dots (7)$$

となり、第2近似においては、平均流の渦度の、三次的な変動速度による変形とともに粘性が大きな影響をもつことが実験的にも知れる。また本実験の Re 数域での後流が最も安定的であり、 Re 数を高くすることにより渦の形状は変わらないが、渦の中に小さな渦ができあまり安定的でなくなる観測結果とも合っているように思われる。

式(5)の (u_1, v_1, w_1) がともに零でない解をもつた

めには、その係数行列が零、すなわち

$$\gamma \left\{ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \frac{1}{E^2} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

でなければならない。本実験では γ は小さいが零ではない。

この場合式(5)より

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{v_1} &= -\frac{\beta^2}{\beta^2 + \gamma^2} \left\{ \frac{1}{E} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) + \frac{\gamma \alpha}{\beta^2} \right\} \\ \frac{u_1}{w_1} &= -\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \gamma^2} \left\{ \frac{1}{E} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial z} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) + \frac{\gamma \beta}{\alpha^2} \right\} \\ \frac{v_1}{w_1} &= -\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \gamma^2} \left\{ \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha^2 E} \left(\beta \frac{\partial u_0}{\partial y} - \alpha \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここに w_1 , α , β は初期条件などから定まる。

5.3 対称面における近似解 式(9)は他の三つの象限においても同じ形で得られるが、その間の $z=0$ の円柱中央付近では式(4)の代わりに

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_{00} e^{i(st + \gamma x + \alpha y)} + \alpha u_{02}(t, x, y) z^2 + \dots \\ v &= v_0 + v_{00} e^{i(st + \gamma x + \alpha y)} + \alpha v_{02}(t, x, y) z^2 + \dots \\ w &= w_0 + w_{01} e^{i(st + \gamma x + \alpha y)} z + \dots \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

なる式を式(3)に代入すると

$$i\gamma u_{00} + i\alpha v_{00} + w_{01} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$2w_{01}(i\gamma v_{00} - i\alpha u_{00}) = 2\alpha(i\gamma v_{02} - i\alpha u_{02})$$

となり $z=0(1/\sqrt{\alpha})$ で式(9)につながるようにすればよい。この領域では変動速度 w_1 は零で、 u_1 , v_1 変動速度は z 方向に一定である。また粘性の影響は第1近

似の段階で大きく変動成分は抑えられる。

$y=0$ の円柱軸を含む面の近くでは式(4)の代わりに

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_{11} e^{i(st + \gamma x + \beta z)} y + \dots \\ v &= v_0 + v_{10} e^{i(st + \gamma x + \beta z)} + v_{12}(t, x, z) y^2 + \dots \\ w &= w_0 + w_{11} e^{i(st + \gamma x + \beta z)} y + \dots \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

を式(3)に代入すると

$$\begin{aligned} i\gamma u_{11} + 2v_{12} + i\beta w_{11} &= 0 \quad \dots\dots\dots (13) \\ v_{10}(i\beta u_{11} - i\gamma w_{11}) &= 0 \end{aligned}$$

となり、 $y=0$ (1)で式(9)からの式につなげる。この付近では変動速度 u_1 , w_1 は零で、 v_1 は一定である。またこの場所の近くで y 方向渦度 η_1 の符号が変わる。さらに式(9)が一樣流とつながるよう $(u_1, v_1, w_1) \rightarrow 0$ なる層があるがここでは考察を省略した。

図7には式(9)から得られる (v', w') 変動速度ベクトル図を図3に対応する各時刻に対して示した。ここでは簡単に $\alpha=1+0.2i$, $\beta=1-0.2i$, $\gamma=-0.5$, $du_0/Edy=du_0/Edz=1$ とした。また $y=0$, $z=0$ の近くでは式(10), (12)を考慮して適当につないだ。同様に図8には図5に対応するよう図8(a) $du_0/Edy=1$, $du_0/dz=0$ とした場合の (u', v') ベクトル図を、図8(b) $du_0/Edz=1$, $du_0/dy=0$ として得られる (u', w') ベクトル図をそれぞれ示した。これらの図が示すように、簡単な表示法ではあるが式(4)により複雑な後流をある程度表すことができる。そして図5(a), (b)で示したように du_0/dy または、 du_0/dz のみの大きい $x-y$ または $x-z$ 面上の変動速度 q' の傾きは式(9)に

図7. 簡潔表示による (v', w') ベクトル分布

図 8 簡潔表示による (u', v') , (u', w') ベクトル分布

示されるように E の符号による, $D_0 \approx 0$ の場合については, 変動波数 α や β の実部が大きく変動の周期性が強い場合は $E > 0$ となり q' は図 5 の傾きである。したがって Re 応力はこう配拡散形である。一方 α, β の虚数部が大きく変動の減衰が大きな場合は逆こう配拡散形である。

6. 結 論

平面上に垂直に設置された単一円柱の後方にできる

馬てい形をした流れに対し, これを平均流と変動流に分けることにより簡単な考察を行った。その結果次のことが明らかとなった。

(1) 流れの変動成分は円柱後方に一列のブーメラン状をした渦の連続として示すことができる。この三次元的な変動速度により引き起こされるレイノルズ応力は円柱の上下方向にも左右方向にもこう配拡散形となり, いずれの方向にも効率よく運動量を輸送することができる。

(2) 流れの変動成分は速度と圧力の関係から大体決まるが, これに伴う運動量輸送には粘性の影響が大きい。この際波長 Re 数は 60 程度で流れは安定的である。ここに本研究にご助力いただいた芝浦工業大学永広教授 鴨志田助教授に感謝する。

文 献

- (1) 徳田, 論文講演前刷, 関西支部第 62 期定時総会講演会(昭 62-3), 論文 No. 86-0898 A.
- (2) 徳田, 第 18 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭 56-6), 235.
- (3) Head, M. R. and Bandyopadhyay, P., *J. Fluid Mech.*, **107** (1981), 297.
- (4) Perry, A. E. and Chong, M. S., *J. Fluid Mech.*, **119** (1982), 173.
- (5) Cantwell, B. and Coles, D., *J. Fluid Mech.*, **136** (1983), 321.
- (6) Perry, A. E. and Watmuff, J. H., *J. Fluid Mech.*, **103** (1980), 33.
- (7) Davies, M. E., *J. Fluid Mech.*, **75** (1976), 209.
- (8) 木谷・松村, 機論, **51-463**, B (昭 60), 775.
- (9) 徳田, 機論, **43-368** (昭 52), 1371.
- (10) Tokuda, S., *Proc. 6th Int. Heat Transf. Conf.*, **2** (1978), 489.