ドリフト流束モデルに基づく一次元固気液三相流の基礎方程式*

坂口 忠司*¹, 南川 久人*²

Conservation Equations Based on the Drift Flux Model for One-Dimensional Gas-Liquid-Solid Three-Phase Flow

Tadashi SAKAGUCHI and Hisato MINAGAWA

The conservation equations based on the drift flux model are derived for one-dimensional gas-liquid-solid three-phase flow. It is clearly shown that the solid particles added to gas-liquid two-phase flow make the flow situation more complex. Their effects on the three-phase flow situation are expressed in terms of the drift velocities of the solid in the gas and the liquid phase.

Key Words: Multiphase Flow, Fluid Transportation Systems, Gas-Liquid-Solid Three-Phase Flow, Conservation Equations

1. 緒 言

混相流の1種類である固気液三相流は、マンガング塊揚鉦用気泡ポンプ、石炭液化プラントの予熱器、反応器などで認められる⁽¹⁾⁽²⁾。三相流の研究は始まったばかりで、その基礎方程式は、二相流に対するものを拡張して示されているが⁽³⁾⁽⁴⁾、混相流をより正確に表すものとされるドリフト流束モデルに基づく式は公表されていないようである。そこで、気液二相流に対して提案されたドリフト流束モデル⁽⁵⁾を三相流に適用し、連続方程式、運動量方程式、エネルギー方程式を導いたので報告する。

混相流の厳密な基礎方程式の誘導は、気液二相流における方法⁽⁶⁾⁽⁷⁾と同様に、瞬間・局所的界面積濃度と空間をある瞬間には一つの相しか占めないということを表す特性関数を用いて、各変数を時間と空間の全領域で定義して、場の量として行わなければならない。しかし、ここでは Lahey-Moody の気液二相流に対する立場⁽⁸⁾にならって、少々厳密性は欠くが、少なくとも現象の物理的解釈の見通しを良くし、また工業的利用

に役立つと思われる管内一次元三相流の基礎方程式を、片岡の方法⁽⁶⁾⁽⁷⁾を三相流に適用して場の量とされ、また平均化された諸量を用いて、検査体積における質量、運動量、エネルギーのバランスを求める方法で導いた。

2. 一次元固気液三相流の基礎方程式

気液二相流に固体が少量添加された状態では、固体はそれ自身では流動できないため、液相あるいは気相中に散在して搬送される⁽⁹⁾。このように固体を含んだ気相部と液相部を以下、各々固気混合体、固液混合体と呼ぶ。

流れが熱的平衡状態にあり、諸変数の半径方向分布が一様であり、各変数の積の断面平均値が各変数の断面平均値の積で表すことができるとき、一次元三相流の基礎方程式は、式(1)～(7)となる。

連続方程式

三相流全体に対して

$$A_T \frac{\partial (\langle a_g \rangle \rho_g + \langle a_l \rangle \rho_l + \langle a_{s1} \rangle \rho_s + \langle a_{s2} \rangle \rho_s)}{\partial t}$$

* 昭和62年7月22日 九州支部久留米地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年12月8日。

*¹ 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。

*² 准員、神戸大学工学部。

$$+ \frac{\partial A_T \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2}}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

気相に対して

$$A_T \frac{\partial \langle \alpha_g \rangle \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial A_T \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g}{\partial x} = \delta M'_i \quad \dots\dots\dots (2)$$

液相に対して

$$A_T \frac{\partial \langle \alpha_l \rangle \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial A_T \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l}{\partial x} = -\delta M'_i \quad \dots\dots\dots (3)$$

気相中の固相に対して

$$A_T \frac{\partial \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial A_T \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1}}{\partial x} = \delta M'_s \quad \dots\dots\dots (4)$$

液相中の固相に対して

$$A_T \frac{\partial \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial A_T \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2}}{\partial x} = -\delta M'_s \quad \dots\dots\dots (5)$$

運動量方程式

$$\begin{aligned} & A_T \frac{\partial \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2}}{\partial t} \\ & + \frac{\partial A_T \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g^2 + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l^2 + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1}^2 + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2}^2}{\partial x} \\ & = A_T \frac{\partial p}{\partial x} - \tau_{wg} P_{wg} - F_{wg} - \tau_{wl} P_{wl} - F_{wl} - (\langle \alpha_g \rangle \rho_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s) A_T g \sin \theta \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

エネルギー方程式

$$\begin{aligned} & A_T \frac{\partial \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle e_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle e_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle e_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle e_{s2} \rangle_{s2}}{\partial t} - A_T \frac{\partial p}{\partial t} \\ & + \frac{\partial A_T \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g \langle e_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l \langle e_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1} \langle e_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2} \langle e_{s2} \rangle_{s2}}{\partial x} \\ & = P_{wg} q_{gs} + P_{wl} q_{ls} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

である⁽⁵⁾。なお、 A ：流路断面積 (m^2) である。

3. 一次元三相流のドリフト流束モデルに基づく基礎方程式

本章では、一次元三相流にドリフト流束モデルを適用した場合の基礎方程式の誘導について述べる。これらを導くには、次式で表される体積率の重み付き断面平均ドリフト速度 V_{kj} 、式(11)、を用いて、式(1)～(7)中の各相速度を書き表さなければならない。

$$V_{kj} = \frac{\langle \alpha_k (u_k - j) \rangle}{\langle \alpha_k \rangle} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここでは便宜上、次式で定義される V_{kj} を用いた。

$$V_{kj} = V_{kj} + (C_k - 1) \langle j \rangle \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式は、 $\langle u_k \rangle_k = C_k \langle j \rangle + V_{kj}$ を用いると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} V_{kj} &= \frac{\langle \alpha_k (u_k - j) \rangle}{\langle \alpha_k \rangle} + (C_k - 1) \langle j \rangle \\ &= \langle u_k \rangle_k - \langle j \rangle \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ついで、 $\langle u_k \rangle_k$ を質量中心の速度 $G_3 / \langle \rho_3 \rangle$ と V_{kj} の項で書き表す。全質量流束 $G_3 (\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s})$ と全容積流束 j の式、

ここで、 A_T ：流路全断面積 (m^2)、 e_k ：式(8)で表される全エネルギー (J/kg)、 F_w ：固体が壁面に作用する流動方向単位長さ当たりの力 (N/m)、 g ：重力加速度 (m/s^2)、 j_k ：容積流束 ($\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$)、 P_w ：ぬれぶち長さ (m)、 p ：圧力 (Pa)、 q ：熱流束 ($\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$)、 t ：時間 (s)、 u_k ：速度 (m/s)、 x ：距離 (m)、 $\delta M'_i$ 、 $\delta M'_s$ ：固気混合体と固液混合体の界面を通して固液混合体より固気混合体へ移動する流動方向単位長さ当たりの液体、固体の各質量流量 ($\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$)、 α ：体積率、 θ ：流路の水平に対する傾斜角、 ρ_k ：密度 (kg/m^3)、 τ_w ：壁面剪断応力 (N/m^2)、添字、 $k=g, l, s1, s2$ ：気体、液体、気相中の固体、液相中の固体、 gs, ls ：固気混合体、固液混合体。

$$\langle e_k \rangle_k = h_k + \frac{\langle u_k \rangle_k^2}{2} + g x \sin \theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 h ：エンタルピー (J/kg)、また $\langle f \rangle$ 、 $\langle f_k \rangle_k$ は、任意変数 f の断面平均値、体積率重み付き断面平均値、すなわち

$$\langle f \rangle = \frac{1}{A} \iint_A f dA \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\langle f_k \rangle_k = \frac{1}{\langle \alpha_k \rangle A} \iint_A \langle \alpha_k \rangle f_k dA \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$G_3 = \langle \alpha_g \rangle \rho_g \langle u_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l \langle u_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s \langle u_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \langle u_{s2} \rangle_{s2} \dots\dots\dots (14)$$

$$\langle j \rangle = \langle \alpha_g \rangle \langle u_g \rangle_g + \langle \alpha_l \rangle \langle u_l \rangle_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \langle u_{s1} \rangle_{s1} + \langle \alpha_{s2} \rangle \langle u_{s2} \rangle_{s2} \dots\dots\dots (15)$$

において、 $\langle u_l \rangle_l$ を消去し、三相流の密度 $\langle \rho_3 \rangle$ の式(16)、各体積率の関係式(17)、

$$\langle \rho_3 \rangle = \langle \alpha_g \rangle \rho_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s + \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s \dots\dots\dots (16)$$

$$\langle \alpha_g \rangle + \langle \alpha_l \rangle + \langle \alpha_{s1} \rangle + \langle \alpha_{s2} \rangle = 1 \dots\dots\dots (17)$$

および、式(13)を用いて整理すると順次、次式が得られる。

$$\langle u_g \rangle_g = \frac{G_3}{\langle \rho_3 \rangle} + \frac{\rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} V'_{gj} + \langle \alpha_{s1} \rangle \frac{\rho_s - \rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{gj} - V'_{s1j}) + \langle \alpha_{s2} \rangle \frac{\rho_s - \rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{gj} - V'_{s2j}) \dots\dots\dots (18)$$

$$\langle u_{s1} \rangle_{s1} = \frac{G_3}{\langle \rho_3 \rangle} + \frac{\rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} V'_{s1j} + \langle \alpha_g \rangle \frac{\rho_l - \rho_g}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{gj} - V'_{s1j}) - \langle \alpha_{s2} \rangle \frac{\rho_s - \rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{s2j} - V'_{s1j}) \dots\dots\dots (19)$$

$$\langle u_{s2} \rangle_{s2} = \frac{G_3}{\langle \rho_3 \rangle} + \frac{\rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} V'_{s2j} + \langle \alpha_g \rangle \frac{\rho_l - \rho_g}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{gj} - V'_{s2j}) + \langle \alpha_{s1} \rangle \frac{\rho_s - \rho_l}{\langle \rho_3 \rangle} (V'_{s2j} - V'_{s1j}) \dots\dots\dots (20)$$

これらを式(14)に代入すると、 $\langle u_l \rangle_l$ の式が次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \langle u_l \rangle_l = & \frac{G_3}{\langle \rho_3 \rangle} - \frac{1}{\langle \rho_3 \rangle} \left\{ \frac{\langle \alpha_g \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} \rho_g V'_{gj} + \frac{\langle \alpha_{s1} \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} \rho_s V'_{s1j} + \frac{\langle \alpha_{s2} \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} \rho_s V'_{s2j} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\langle \rho_3 \rangle} \left\{ \frac{\langle \alpha_g \rangle \langle \alpha_{s1} \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} (\rho_s - \rho_g) (V'_{gj} - V'_{s1j}) + \frac{\langle \alpha_g \rangle \langle \alpha_{s2} \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} (\rho_s - \rho_g) (V'_{gj} - V'_{s2j}) \right\} \right\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

これら各相速度において、 $\langle \alpha_{s1} \rangle = \langle \alpha_{s2} \rangle = 0$ とおけば、気液二相流の $\langle u_g \rangle_g, \langle u_l \rangle_l$ の式⁽⁸⁾と一致する。 $\langle \alpha_g \rangle = \langle \alpha_{s1} \rangle = 0$ とおけば、固液二相流の $\langle u_l \rangle_l, \langle u_{s2} \rangle_{s2}$ の式、 $\langle \alpha_l \rangle = \langle \alpha_{s2} \rangle = 0$ とおけば、固気二相流の $\langle u_g \rangle_g, \langle u_{s1} \rangle_{s1}$ の式が求まる。さらに $\langle \alpha_{s1} \rangle = 0$ あるいは、 $\langle \alpha_{s2} \rangle = 0$ とおけば、気体-固液混合体三相流あるいは液体-固気混合体三相流の各相速度と、ドリフト流束との関係式が求まる。

これらの式により、各相速度には、その相のドリフト流束以外に他の相のドリフト流束と体積率が関係していることが顕示される。

以上の各相速度を式(1)～(7)に代入して整理することにより、ドリフト流束モデルでの基礎方程式が以下のよう求められる。ただし、エネルギー方程式において、 $\langle e_k \rangle_k$ 中の運動エネルギー $\langle u_k \rangle_k^2/2$ と位置エネルギー $gx \sin \theta$ は、エンタルピー h_k に比べて微小として無視している。

連続方程式

三相流全体に対して

$$A_r \frac{\partial \langle \rho_3 \rangle}{\partial t} + \frac{\partial A_r G_3}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

気相に対して

$$\begin{aligned} A_r \frac{\partial \langle \alpha_g \rangle \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (A_r \langle \alpha_g \rangle G_3 \frac{\rho_g}{\langle \rho_3 \rangle}) \\ = \delta M'_g - \frac{\partial}{\partial x} [A_r \langle \alpha_g \rangle \frac{\rho_g}{\langle \rho_3 \rangle} \{ \rho_l V'_{gj} + \langle \alpha_{s1} \rangle (\rho_s - \rho_l) (V'_{gj} - V'_{s1j}) + \langle \alpha_{s2} \rangle (\rho_s - \rho_l) (V'_{gj} - V'_{s2j}) \}] \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

気相中の固相に対して

$$\begin{aligned} A_r \frac{\partial \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_r \langle \alpha_{s1} \rangle G_3 \frac{\rho_s}{\langle \rho_3 \rangle} \right) \\ = \delta M'_{s1} - \frac{\partial}{\partial x} [A_r \langle \alpha_{s1} \rangle \frac{\rho_s}{\langle \rho_3 \rangle} \{ \rho_l V'_{s1j} + \langle \alpha_g \rangle (\rho_l - \rho_g) (V'_{gj} - V'_{s1j}) - \langle \alpha_{s2} \rangle (\rho_s - \rho_l) (V'_{s2j} - V'_{s1j}) \}] \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

液相中の固相に対して

$$\begin{aligned} A_r \frac{\partial \langle \alpha_{s2} \rangle \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (A_r \langle \alpha_{s2} \rangle G_3 \frac{\rho_s}{\langle \rho_3 \rangle}) \\ = -\delta M'_{s2} - \frac{\partial}{\partial x} [A_r \langle \alpha_{s2} \rangle \frac{\rho_s}{\langle \rho_3 \rangle} \{ \rho_l V'_{s2j} + \langle \alpha_g \rangle (\rho_l - \rho_g) (V'_{gj} - V'_{s2j}) + \langle \alpha_{s1} \rangle (\rho_s - \rho_l) (V'_{s2j} - V'_{s1j}) \}] \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

運動量方程式

$$\begin{aligned} \left\{ A_r \frac{\partial G_3}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_r G_3^2}{\langle \rho_3 \rangle} \right) \right\} = A_r \frac{\partial p}{\partial x} - \tau_{wg} P_{wg} - F_{wgs} - \tau_{wl} P_{wl} - F_{wls} - \langle \rho_3 \rangle A_r g \sin \theta \\ - \frac{\partial}{\partial x} \frac{A_r}{\langle \rho_3 \rangle} \left[\left[\frac{\langle \alpha_g \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} \rho_g \rho_l (\langle \alpha_g \rangle \rho_g + \langle \alpha_l \rangle \rho_l) V'_{gj}^2 + \frac{\langle \alpha_{s1} \rangle}{\langle \alpha_l \rangle} \rho_l \rho_s (\langle \alpha_l \rangle \rho_l + \langle \alpha_{s1} \rangle \rho_s) V'_{s1j}^2 \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_l \rho_s (\langle a_l \rangle \rho_l + \langle a_{s2} \rangle \rho_s) V_{s2j}^2 \\
& + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle}{\langle a_l \rangle} \{ \langle a_l \rangle \langle a_{s1} \rangle \rho_g (\rho_s - \rho_l)^2 + \langle a_g \rangle \langle a_l \rangle \rho_s (\rho_l - \rho_g)^2 + \langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle \rho_l (\rho_s - \rho_g)^2 (V'_{gj} - V'_{s1j})^2 \\
& + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \{ \langle a_l \rangle \langle a_{s2} \rangle \rho_g (\rho_s - \rho_l)^2 + \langle a_g \rangle \langle a_l \rangle \rho_s (\rho_l - \rho_g)^2 + \langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle \rho_l (\rho_s - \rho_g)^2 (V'_{gj} - V'_{s2j})^2 \\
& + \langle a_{s1} \rangle \langle a_{s2} \rangle (\langle a_{s1} \rangle + \langle a_{s2} \rangle) \rho_s (\rho_s - \rho_l)^2 (V'_{s2j} - V'_{s1j})^2 \} \\
& + 2 \left[\frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_g \rho_l \{ \langle a_g \rangle (\rho_s - \rho_g) + \langle a_l \rangle (\rho_s - \rho_l) \} V'_{gj} (V'_{gj} - V'_{s1j}) \right. \\
& + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_g \rho_l \{ \langle a_g \rangle (\rho_s - \rho_g) + \langle a_l \rangle (\rho_s - \rho_l) \} V'_{gj} (V'_{gj} - V'_{s2j}) \\
& + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_l \rho_s \{ \langle a_l \rangle (\rho_l - \rho_g) + \langle a_{s1} \rangle (\rho_s - \rho_g) \} V'_{s1j} (V'_{gj} - V'_{s1j}) \\
& + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_l \rho_s \{ \langle a_l \rangle (\rho_l - \rho_g) + \langle a_{s2} \rangle (\rho_s - \rho_g) \} V'_{s2j} (V'_{gj} - V'_{s2j}) \\
& \left. + \frac{\langle a_{s1} \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \langle a_l \rangle \rho_l \rho_s (\rho_s - \rho_l) (V'_{s2j} - V'_{s1j})^2 \right] \\
& + 2 \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} [\rho_l \rho_s (\rho_s - \rho_g) V'_{s1j} (V'_{gj} - V'_{s2j}) + \rho_l \rho_s (\rho_s - \rho_g) V'_{s2j} (V'_{gj} - V'_{s1j}) \\
& + \{ \langle a_l \rangle \rho_g (\rho_s - \rho_l)^2 + \langle a_g \rangle \rho_l (\rho_s - \rho_g)^2 \} (V'_{gj} - V'_{s1j}) (V'_{gj} - V'_{s2j}) \\
& - \langle a_l \rangle \rho_s (\rho_l - \rho_g) (\rho_s - \rho_l) (V'_{s2j} - V'_{s1j})^2] \\
& + 2 \left[\frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_g \rho_l \rho_s V'_{gj} V'_{s1j} + \frac{\langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_g \rho_l \rho_s V'_{gj} V'_{s2j} + \frac{\langle a_{s1} \rangle \langle a_{s2} \rangle}{\langle a_l \rangle} \rho_l \rho_s^2 V'_{s1j} V'_{s2j} \right] \dots \dots \dots (26)
\end{aligned}$$

エネルギー方程式

$$\begin{aligned}
& A_r \frac{\partial \langle \rho_3 \rangle e_3}{\partial t} + \frac{\partial A_r e_3 G_3}{\partial x} - A_r \frac{\partial p}{\partial t} = P_{wg} q_{gs} + P_{wl} q_{ls} \\
& - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{A_r}{\langle \rho_3 \rangle} \{ \langle a_g \rangle \rho_g \rho_l V'_{gj} (h_g - h_l) + \langle a_{s1} \rangle \rho_l \rho_s V'_{s1j} (h_{s1} - h_l) + \langle a_{s2} \rangle \rho_l \rho_s V'_{s2j} (h_{s2} - h_l) \} \right] \\
& - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{A_r}{\langle \rho_3 \rangle} \{ \langle a_g \rangle \langle a_{s1} \rangle \{ \rho_g (\rho_s - \rho_l) h_g + \rho_s (\rho_l - \rho_g) h_{s1} - \rho_l (\rho_s - \rho_g) h_l \} (V'_{gj} - V'_{s1j}) \right. \\
& \quad + \langle a_g \rangle \langle a_{s2} \rangle \{ \rho_g (\rho_s - \rho_l) h_g + \rho_s (\rho_l - \rho_g) h_{s2} - \rho_l (\rho_s - \rho_g) h_l \} (V'_{gj} - V'_{s2j}) \\
& \quad \left. + \langle a_{s1} \rangle \langle a_{s2} \rangle \{ \rho_s (\rho_s - \rho_l) (h_{s2} - h_{s1}) (V'_{s2j} - V'_{s1j}) \} \right] \dots \dots \dots (27)
\end{aligned}$$

ここで、 e_3 を次式で定義した。

$$\langle \rho_3 \rangle e_3 = \langle a_g \rangle \rho_g \langle e_g \rangle_g + \langle a_l \rangle \rho_l \langle e_l \rangle_l + \langle a_{s1} \rangle \rho_s \langle e_{s1} \rangle_{s1} + \langle a_{s2} \rangle \rho_s \langle e_{s2} \rangle_{s2} \dots \dots \dots (28)$$

これらの諸式において、 $\langle a_{s1} \rangle$ 、 $\langle a_{s2} \rangle$ の乗じられている項が固体添加による効果を表した項である。 V'_{s1j} 、 V'_{s2j} で表される固気混合体あるいは固液混合体中の固体のドリフト流束は、連続方程式およびエネルギー方程式においては一次関数で関与しているが、運動量方程式ではそれらの二乗、相乗、さらに V'_{gj} との積の形で表されている。なお、エネルギー方程式において、 $\langle e_k \rangle_k$ 中の $\langle u_k \rangle_k$ を h_k に対して無視しなければ、この方程式においては、さらに複雑な形でドリフト流束は現れる。このような固体添加による項はきわめて多く、三相流の流動状態が気液二相流に比べてかなり複雑になることを明示している。

これらの式を解くには、各相体積率、ドリフト流束、壁面せん断応力、固体の壁面に及ぼす力などを表す多くの構成方程式が必要となる。これらを求めるため、

さらに研究が推進されることと思う。

4. 結 言

管内一次元固気液三相流にドリフト流束モデルを適用して、まず各相速度と質量中心速度およびドリフト流束の関係を求め、ついで連続方程式、運動量方程式、エネルギー方程式を導いた。これらにより、気液二相流に固体を添加することによる効果がドリフト流束の項を介して明示された。

本研究の遂行に際し、ご協力いただきました神戸大学 赤川浩爾教授、浜口八朗助教授、小澤守助教授、坂川佳司君に感謝いたします。本研究に対する神戸大学工学振興会のご援助に感謝いたします。また基礎方程式の誘導に際して、特に Lahey-Moody の文献(8)を参考にしたことを記し謝意を表します。

文 献

- (1) 宇佐美・斉藤, 採鉱と保安, 26-6 (昭55), 297.
- (2) 福田・東海林, 機論, 52-474, B (昭61), 644.
- (3) Kolev, N. I., *Nucl. Eng. Des.*, 91 (1986), 373.
- (4) 清水, 「マンガング塊採鉱システムの研究開発」成果発表
要旨集, (昭61), 41, 工技院.
- (5) Zuber, N. and Findlay, J. A., *Trans. ASME, J. Heat*
Transf., 87-4 (1965), 453.
- (6) 片岡, 京大原子エネルギー研究所彙報, 68 (昭60), 18.
- (7) 片岡, 京大原子エネルギー研究所彙報, 69 (昭61), 32.
- (8) Lahey, R. T., Jr. and Moody, F. J., *The Thermal-
Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor*, (1977),
173, American Nuclear Society,.
- (9) 坂口・南川・加藤・黒田・松本・佐原, 機論, 53-487, B (昭
62), 1040.