下面加熱による融雪に関する研究*

青木和夫^{*1}, 服部 賢^{*1}, 氏家 孝^{*2}

A Study of Snow Melting by Heating from the Bottom Surface

Kazuo AOKI, Masaru HATTORI, and Takashi UJIIE

The melting process of a snow layer has been investigated for the case where heat is supplied from the bottom side and the melted water drains continuously. The melting pattern was divided into three, considering the existence of an ice lens formed by freezing of the melted water. A one dimensional melting model with draining of water was formulated, accounting for water permeation and its refreezing in the layer. The model equations were solved numerically and the calculated results for the change of each layer and the quantity of draining water were in good agreement with the experimental results. Differences in the melting patterns were found to affect the melting time and the melting efficiency due to variations in the quantity of heat loss from the top of the layer.

Key Words: Phase Change, Thermal Conduction, Snow Melting, Porous Layer, Water Permeation, Capillary Action

1. 緒 言

雪の融解過程の研究は、豪雪地域における融雪システムや条件の最適化と関連する重要な問題である。融雪システムとしては、これまでロードヒーティングや屋根雪の融雪処理として一般的に用いられているが、融雪の機構が十分に把握されていないため、最適化の観点から多くの問題が残されている。

一般に、雪のような多孔質層の融解では、毛管力による融解水の層内への浸透および凝固が生じるため、水のような均一層の相変化問題として簡単に取扱うことはできない。著者らは、これまで、除霜を対象とした多孔質層の高さが比較的低い条件で、層上端から熱損失のない場合⁽¹⁾とある場合⁽²⁾について取扱い、水分浸透を伴う相変化現象の特徴を示すとともに、融解時間や融解効率に及ぼす水分浸透・凝固の影響を明らかにした。

しかし、毛管力による水分上昇高さには限界があり、融雪を対象とする場合のように多孔質層高さが水分上昇高さに比べて高い条件では、層上端からの熱損失に

よる融解水の再凝固が層内部で生じるという新しい現象が観察された。そこで、本報では、実際の融雪過程に即して、水分の排出を伴う雪の融解過程の全体を整理するとともに、融解モデルによる計算結果と雪の融解実験との比較検討を行う。

2. 主 な 記 号

a : 温度伝導率 m^2/s
 d : 粒子径 mm
 E : 雪層全体高さ cm
 E_0 : 初期雪層高さ cm
 h : 熱伝達率 $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
 I : 再凝固による水分浸透の抵抗
 L : 潜熱 kJ/kg
 m : 水分浸透速度 $\text{kg}/(\text{m}^2\text{h})$
 P^* : 無次元毛管圧
 q : 熱流束 W/m^2
 q_0 : 下面からの供給熱流束 W/m^2
 q_{out} : 層上端からの損失熱流束 W/m^2
 S : 水分飽和度
 S_c : 限界水分飽和度
 T : 温度 $^{\circ}\text{C}$
 u_x : 座標移動速度 m/h

* 昭和62年8月21日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年10月28日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学 (〒940-21 長岡市上富岡町)。

^{*2} 正員、富士電機製造(株) (〒100 東京都千代田区有楽町)。

W : 排出水分量 $\text{kg/m}^2\text{h}$
 x_1 : 水分浸透層前面 m
 x_2 : 氷層前面 m
 α : 径路係数の逆数
 ε : 空げき率
 η : 融解効率
 θ : 時間 min
 λ : 熱伝導率 $\text{W}/(\text{mk})$
 μ : 粘性係数 $\text{Pa}\cdot\text{s}$
 ρ : 密度 kg/m^3
 σ : 表面張力 N/m
 ϕ_{ice} : 単位体積当たり再凝固により生じた氷の割合
 添 字
 E : 層上端
 i : 氷および氷層
 p : 多孔質層
 w : 水
 wp : 水分浸透層
 0 : 初期状態
 ∞ : 主流

3. 雪の融解過程

水分の排出を伴う雪の融解過程の観察により、融解パターンは融解水の再凝固による氷板の形成の有無およびその形成位置の違いにより三つのパターンに分けられる。それらは、融解時に層上端からの熱損失のない場合に対応し、氷板の形成がないパターン A、層上端からの熱損失がある場合で、氷板の形成が層上端で生じるパターン B、そして氷板の形成が層内部で生じるパターン C である。各融解パターンを図 1 にモデル的に示すとともに、以下に簡単に説明する。

(融解パターン A) 層上端からの熱損失がない場合の融解パターンで、層内は常に 0°C 一様となるため、融解水の再凝固による氷板の形成は生じない。その過程を簡単に示すと、加熱面に接した雪層の融解と同時に、融解水は毛管力により内部に浸透し、水分浸透層を形成する。水分浸透層は、融解により含水率を増加するとともに上部へ拡大する。やがて、融解による水分量と内部への浸透量のバランスがくずれ、水分が排出され始める。このとき、水分上昇高さに比べて雪層高さが高いパターン A1 では、もとの多孔質層が残存する状態で水分の排出が始まるが、雪層高さが低いパターン A2 では、層全体が水分浸透層に達した後からの水分排出となる。

(融解パターン B) 層上端からの熱損失がある場合で、融解水の再凝固による氷板の形成が層上端で

生じる融解パターンである。熱損失すなわち雪層に温度こう配がある場合、水分の浸透に伴いその前面で熱流束に対応する融解水の再凝固が生じる。このパターンでは、水分の浸透前面が層内部にある限り、再凝固量に比べて水分浸透速度が常に大となるため浸透層は上部へ拡大する。したがって、層内部では氷板は形成されず、水分の浸透が停止する層上端から氷板の形成が始まる。パターン B1, B2 の違いは上で述べたと同様に、水分の排出が水分浸透層の層上端への到達の前か後かによる。

(融解パターン C) 層端面からの熱損失がある場合で、融解水の再凝固による氷板の形成が層内部で生じる融解パターンである。このパターンでは、層内部に水分浸透前面があるうちに、浸透量に対応する凝固熱量以上の熱流束となるため、浸透前面の移動が停止し、氷板の形成が始まる。したがって、上部に多孔質層が残存する状態で氷層の下方向への成長が生じる。そして、水分浸透層および氷層の融解が終わると、再び多孔質層の融解が始まるため、水分浸透層の形成、氷層の形成、融解の過程が繰返されることになる。

図 2 は所定の供給熱流束、熱伝達率および粒子径のもとで、初期雪層高さと周囲温度に対する融解パターンの違いを領域的に示したものである。周囲の温度が 0°C に近い条件では、層内部で氷板が形成される融解パターン C となる初期雪層高さの限界は高いが、周囲

図 1 融解パターンの分類

温度の低下すなわち熱損失量の増加とともにその限界は低くなる。当然のごとく、これらの領域は供給熱流束、層上端からの熱伝達率および粒子径の違いによって変化し、供給熱流束が小さく、熱伝達率および粒子径が大となるほどパターンCとなる限界の初期雪層高さは低くなる。

4. 融解過程の解析

4.1 融解モデル 図3に層端面から熱損失がある場合の融解パターンCに相当する融解モデルを示す。モデルは、水分浸透層、氷層、多孔質層からなり、それぞれの過程で各層の構成は変化する。水分浸透層は0°C一様で、水分分布を有し、氷層、多孔質層には温度分布を有する。モデルはほぼ前報⁽²⁾で示したものと同様であるが、水分が多孔質層内へ浸透し水分浸透層を形成する過程において一部モデルの修正を行った。すなわち、水分浸透前面での浸透水の一部凝固により、水分浸透に対する抵抗が生じるが、前報では、これを氷粒子の粒径の増加として考慮したが、ここで対象とした層高さが高い場合では、単なる粒径の増加としたモデルでは実験結果とずれを生じた。そこで、ここでは凝固による水分浸透の抵抗に対し、水分浸透

層全域で常に均一密度のもとで、単位体積当たりの凝固による氷の割合を含水率 ϕ_{ice} として、Taylor ら⁽³⁾が凍土の実験において土中の水分浸透に対する抵抗を表したと同様な次の経験式を用いた。

$$I = 10^{10} \cdot \phi_{ice} \quad \dots\dots\dots (1)$$

構造的には、凝固による密度変化は粒子数の増加として考慮され、粒子径は時間的に変化しないものとする。また、層下部からの水分の排出は、加熱面において、融解により生ずる水分量が毛管力による内部への浸透量より多くなったとき生じる。融解の過程は一次元とし、氷と水の密度差はないものと仮定する。

4.2 融解過程の解析 はじめに、多孔質層内の水分浸透速度 m は、前報と同様に、Krischer モデルのもとで毛管力を起動力として導いた大谷ら⁽⁴⁾の式を用い、それらは無次元毛管力 P^+ の項で以下のように表される⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

$$m = -\frac{\varepsilon^2}{12(1-\varepsilon)} \frac{d}{\mu} \rho_w \bar{a} \left\{ \frac{\varepsilon}{6(1-\varepsilon)} \frac{\rho_w d}{\sigma} - \frac{\partial P^+}{\partial x} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで

図2 融解パターンの領域図

図3 融解モデル

表 1

governing equation	
$(\omega p) \quad \frac{\partial S}{\partial \theta} = -\frac{\partial m}{\partial x} - u_x \frac{\partial S}{\partial x}$	$(i) \quad \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \alpha_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial T_i}{\partial x}$
$(p) \quad \frac{\partial T_p}{\partial \theta} = \alpha_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial T_p}{\partial x}$	$u_x = -\frac{q_0}{L_{op}}$
boundary condition	
(I)	$x=0; q=q_0, (m)x=0 = \frac{q_0}{L_{op}}(\rho_p + \varepsilon \rho_w(S)x=0) - (m)x=0$ $x=x_1; S=S_c, T_i=0$ $\frac{dx_1}{d\theta} = \frac{1}{\varepsilon \rho_w S_c} (m)x=x_1 + \frac{1}{\varepsilon \rho_w S_c} \frac{\lambda_p}{L_{op}} \left(\frac{\partial T_p}{\partial x} \right)_{x=x_1} + u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty)$
(II)	$x=0; q=q_0, S=1, W = \frac{q_0}{L_{op}}(\rho_p + \varepsilon \rho_w(S)x=0) - (m)x=0$ $x=x_1; S=S_c, T_i=0$ $\frac{dx_1}{d\theta} = \frac{1}{\varepsilon \rho_w S_c} (m)x=x_1 + \frac{1}{\varepsilon \rho_w S_c} \frac{\lambda_p}{L_{op}} \left(\frac{\partial T_p}{\partial x} \right)_{x=x_1} + u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty)$
(III)	$x=0; q=q_0, S=1, W = \frac{q_0}{L_{op}}(\rho_p + \varepsilon \rho_w(S)x=0) - (m)x=0$ $x=x_1; T=0, \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \frac{dx_1}{d\theta} = \frac{1}{L_{op}} \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_1} + u_x$ $x=x_2; \lambda_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_2} = \lambda_p \left(\frac{\partial T_p}{\partial x} \right)_{x=x_2}, \frac{dx_2}{d\theta} = u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty)$
(IV)	$x=0; q=q_0$ $x=x_2; \lambda_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_2} = \lambda_p \left(\frac{\partial T_p}{\partial x} \right)_{x=x_2}, \frac{dx_2}{d\theta} = u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty) \quad u_x = -\frac{q_0}{L_{op}}$
period (I)	
(V)	$x=0; q=q_0, (m)x=0 = \frac{q_0}{L_{op}}(\rho_p + \varepsilon \rho_w(S)x=0) - (m)x=0$ $x=x_1; T=0, \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \frac{dx_1}{d\theta} = \frac{1}{L_{op}} \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_1} + u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty)$
(VI)	$x=0; q=q_0, W = \frac{q_0}{L_{op}}(\rho_p + \varepsilon \rho_w(S)x=0) - (m)x=0$ $x=x_1; T=0, \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \frac{dx_1}{d\theta} = \frac{1}{L_{op}} \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_1} + u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty)$
(VII)	$x=0; q=q_0$ $x=x_2; \lambda_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} \right)_{x=x_2} = \lambda_p \left(\frac{\partial T_p}{\partial x} \right)_{x=x_2}, \frac{dx_2}{d\theta} = u_x$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty) \quad u_x = -\frac{q_0}{L_{op}}$
(VIII)	$x=0; q=q_0$ $x=E; \frac{dE}{d\theta} = u_x, q = h(T_E - T_\infty) \quad u_x = -\frac{q_0}{L_{op}}$

$$P^+(S) = \frac{P}{\sigma} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} \frac{d}{6}$$

$$= 1.6 \exp(-0.46S) - \exp\{20(S-1)\} \quad \cdots (3)$$

$$\bar{a}(S) = a \int_{S_0}^S \frac{1}{(P^+)^2} dS = 0.67 \exp\{6(S-1)\}$$

$$\cdots \cdots \cdots (4)$$

層内で凝固による水分浸透の阻止効果が生じる過程では、式(2)の水分浸透速度式は阻止効果の式(1)で除することにより表される。

表1に融解パターンCの各過程における水分浸透層(w_p)、氷層(i)、多孔質層(p)の基礎式および境界条件を示す。これらのもとで、過程(I)から過程(VIII)まで順次計算される。数値解析は移動界面法⁷⁾を用いたCrank-Nicholson法で行った。計算上、水分排出時の水分飽和度 $S=0.95$ とし、また、限界水分飽和度 $S_0=0.1$ とした。

融解パターンAの過程の解析は熱損失をなしとすればよく、また、融解パターンBの各過程は表1の過程に包含されるため同様に計算される。

5. 実験装置および方法

図4に実験装置の概要を示す。実験主要部は下部に一定熱流束を得るための主・補助ヒータを有する試料容器(50×50×180 mm)および層上端から熱伝達一定の熱損失を得るための冷却用熱交換器からなる。試料容器はアクリル製で、一部は水分の排出のために穴が設けてあり、装置全体はわずかに傾けられている。主要部は断熱材で覆われており、一部は観察および各層厚さの測定のため取り外し可能となっている。また、冷却用熱交換器内部には、低温恒温槽(−30〜0°C)で

図4 実験装置の概要

冷却されたエチレングリコール水溶液が循環されている。試料として、しまり雪およびざらめ雪を用い、均一な状態を得るために密度は $550 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ と大きくした。各層の高さは、あらかじめ試料の下部にエオシン染料を添加し、側面から写真観察することにより測定した。しかし、水分浸透層と氷層の境を明確に定めることは困難であった。容器下部からの排出水分量は重量法により測定した。

解析において雪の粒径を定義することが必要となるが、雪粒子の測定からその値を得ることは非常に困難であるので、ここでは、それぞれの雪を用いた水分上昇高さの定常実験値と水分浸透速度式から計算される定常値を一致させてその粒径とした。ここで用いたしまり雪、ざらめ雪に対しそれぞれ 0.1 mm 、 0.6 mm の値が得られた。

6. 実験結果と計算結果の比較

6.1 各層および水分排出量の時間変化

(a) 供給熱流束の違い 層上端からの熱損失のない融解パターンAにおいて、供給熱流束の違いによる実験結果と計算結果の比較を図5に示す。上図が各層厚さの時間的変化で、下図が水分排出量の時間的変化である。供給熱流束が時間的に一定であるため、層全体厚さは時間とともに一定割合で減少する。また、水分浸透層の厚さは、初期の過程(I)で急激に拡大するが、水分の排出を伴う過程(II)では、水分浸透による拡大と融解による層の縮小がバランスするためほぼ一定となり、過程(III)では水分浸透層の上部への拡大がなくなるため、層厚さの減少とともに縮小する。水分の排出は過程(II)で初めて生じ、ほぼ一定であるのに対して、過程(III)では層内部への浸透量の減少により排出量は増加する。供給熱流束の違いとしては、当

図5 各層および水分排出量の変化(熱流束の違い)

然のごとく、熱流束の大きい条件ほど融解時間は短く、また、各過程に要する時間も短くなる。各線で示された計算結果は実験結果とよい対応を示している。

(b) 層上端からの熱損失の有無による違い 図6は同一の粒子構造および供給熱流束条件のもとで、層上端からの熱損失のない場合とある場合の融解パターンBについて、実験結果と計算結果の比較を示した一例である。融解パターンAでは、上に述べたように水分の排出する過程において水分浸透層はほぼ一定であるのに対して、融解パターンBでは、水分浸透層の上昇とともに熱損失量が増加し、それが再凝固による水分浸透の抵抗を大きくするため、水分の排出過程といえども水分浸透層は徐々に減少する。そして、水分浸透前面が最上端に達すると、そこから氷層の成長が始まる。また、融解パターンBでの水分排出量は、過程(II)ではほぼ一定であるが、過程(III)では層内部への浸透量の減少により増加し、氷層の融解となる過程(IV)では氷の融解量だけが排出量となるため少なくなる(水分浸透層の融解では、加熱による氷粒子の融解量とそこに保持されていた水分量が含まれる)。

(c) 粒子径の違い 次に、毛管力に基づく水分上昇力の違いをみるために、同一の密度、供給熱流束および熱損失の条件で、しまり雪(粒子径 $d=0.1$ mm)とざらめ雪($d=0.6$ mm)による実験結果と計算結果の比較を図7に示す。しまり雪では粒子径が小さく、毛管力による水分上昇力が大きいため、水分浸透層の拡大は大きく、ここでの条件では層上端から氷層が形成する融解パターンBとなる。これに対し、ざらめ雪では水分上昇力が小さいため、水分浸透層が層上端に達する以前に、浸透前面において水分浸透量に比

べて熱流束が大きくなり、層内部で氷層が形成する融解パターンCとなる。パターンCにおいて水分浸透層の厚さは、過程(I)で拡大し、過程(II)、(III)で縮小、消滅するが、内部に形成された氷層の融解につづいて多孔質層の融解となる過程(V)で再び拡大し、過程(VI)(VII)で縮小、消滅するという複雑な変化となる。水分排出量の変化もこれに対応して、過程(II)、(III)で増加するが、氷層の融解となる過程(IV)では減少し、再び多孔質層の融解となる過程(V)、(VI)では一時的になくなり、過程(VII)、(VIII)で再び生ずることとなる。また、最下図は水分浸透層における粒子層密度の時間変化を示すものであるが、いずれも水分浸透層前面が多孔質層内へ進行している過程で浸透水の一部凝固により密度は増加し、氷板の形成過程では一定となる。実験、理論とも複雑な融解過程をよく表しているといえる。

6.2 融解時間および融解効率 上で述べたように、層の密度や周囲条件が同じでも融解パターンが粒子の構造によって異なる。さらに注目すべきことは、この融解パターンの違いが融解時間や融解効率に影響を与えることである。これは、水分の浸透・凝固現象の相違により、熱伝達率一定の条件では層上端からの熱損失量が異なることによるものである。図8は図7に対応する条件での層上端からの熱損失量の時間変化

図6 各層および水分排出量の変化(熱損失の有無)

図7 各層、水分排出量および水分浸透層における粒子層密度の変化(粒子径の違い)

図 8 層上端からの熱損失量の時間変化

を示すものである。参考として、図中には水分浸透を考慮しない一般の相変化問題として取扱った結果も示してある。粒径が小さな場合の融解パターン B では、水分の浸透が速く、すなわち、 0°C の温度位置が急激に上昇するため、熱伝達率一定の条件では層上端からの熱損失量は増加し、水分浸透前面が層上端に達した時点で最大値をとる。その後、層上端からの氷層の形成が熱抵抗となるため熱損失量は減少し、その氷層の融解に伴い再び増加する。これに対して、粒子径の大きな場合の融解パターン C では、水分の上昇が小さく、層内部での氷層の形成となるため、層上部に残る多孔質層が断熱層としての役割を演じる。このため、熱損失の急激な増加は、この多孔質層が融解する過程においてとなり、全体としての熱損失量はパターン B と比べて小さくなる。したがって、同一量の雪層の融解でもパターン B のほうが融解時間は長くなる。また、水分浸透が考慮されない解析では、図中に示すとおり層上端からの熱損失の増加は、多孔質層の融解による熱抵抗の減少による効果だけであり、全体の熱損失量を少なく、したがって、融解時間は短く見積もることとなる。

次に、融解効率を、実際に融解に要する熱量に対する雪の有する潜熱量の比として定義し、供給熱流束に対するその比較を図 9 に示す。層上端からの熱損失がない場合では、粒子径によらず供給された熱量はすべて雪の融解に用いられるため融解効率は 1 となる。しかし、層上端から熱損失がある場合では、上で示されたように粒径が小さくなるほど熱損失量は大きくなるため、融解効率は低下する。当然、水分浸透を考慮しない

図 9 融解効率

計算結果は高い効率を示し、実験結果と大きなずれを生じる結果となる。

7. 結 論

水分の排出を伴う下面加熱による雪の融解現象を取扱い、以下のことを明らかにした。

- (1) 融解過程の観察をもとに、氷板の形成の有無および形成の位置の違いにより三つの融解パターンに分けられることを明らかにするとともに、その領域的位置づけを示した。
- (2) それぞれの融解パターンにおける各層の構成および水分排出量の時間変化に対し、融解モデルによる計算結果と実験結果の比較により、モデルの妥当性を示した。
- (3) 層上端から熱損失量がある場合、融解パターンの違いが熱損失量に影響を与えるため、同量の雪の融解でも融解時間および融解効率は大きく異なることとなる。

文 献

- (1) Aoki, K., ほか 3 名, *ASME Paper*, 81-WA/HT (1981).
- (2) 青木・ほか 2 名, 機論, 51-471, B (昭 60), 3567.
- (3) Taylor, G. S. and Luthin, J. N., *Canadian Geotechnical Journal*, 15 (1978), 548.
- (4) 大谷・前田, 化学工学, 28-5 (昭 39), 362.
- (5) 久保田・ほか 2 名, 化学工学, 32-8 (昭 43), 822.
- (6) 関・ほか 2 名, 機論, 43-367 (昭 52), 1086.
- (7) Murray, W. D. and Landis, F., *Trans. ASME, Ser. C*, 81-2 (1959), 421.