モンテカルロ法による放射吸収散乱媒体中の放射伝熱解析*
(非等方性散乱効果)工藤一彦*¹, 谷口博*¹, 福地健*²Radiative Heat Transfer Analysis in Emitting-Absorbing-Scattering Media
by the Monte Carlo Method
(Anisotropic Scattering Effects)

Kazuhiko KUDO, Hiroshi TANIGUCHI, and Takeru FUKUCHI

The accuracy of the Monte Carlo method is checked by comparing the results with the methods of two-flux, spherical harmonics and F_n in one-dimensional absorbing-anisotropically scattering media. The results from the Monte Carlo method are shown to fit very well with the results of the F_n (exact) method. From a two-dimensional radiative-convective heat transfer analysis in a gas enclosure with anisotropic scattering, the existence of backward scattering raises the flame temperature and reduces the heat flux at the walls away from the flame.

Key Words: Thermal Radiation, Numerical Analysis, Monte Carlo Method, Anisotropical Scattering, Two-Dimension, Multiphase Flow

1. 緒 言

従来の放射伝熱解析では主として基礎方程式の微積分方程式をそのまま解くことが試みられてきた⁽¹⁾⁽²⁾。これらの解法で用いる放射伝熱特有の変数としては、系内各点から周囲に放射される自己放射と、その点における周囲への散乱を加えたソース関数、このソース関数にしたがって各点から射出された放射エネルギーが、系内各点で各方向に通過する際の通過エネルギー量としてあらわされる放射エネルギー強度、およびこれを各点の周囲で積分して求めた、任意断面を通過する放射熱流束の3つがある。したがって一般的に放射対流伝導共存伝熱を解こうとすると、ソース関数の式、放射エネルギー強度の式(放射輸送式)、これらから放射熱流束を求める式、およびこの放射熱流束の発散と放射以外の熱輸送の平衡式であるエネルギー式の4式を連立させて解かねばならない。放射伝熱解析がやっかいなのは、放射伝熱が電磁波による遠隔的な伝播であることにより、系内各点のソース関数、放射エネ

ギー強度および放射熱流束が、系内の他のすべての点の値の影響の積分で表されること、および、前2者の変数が単にその位置のみならず、方向の関数でもあることによる。したがって、これらの式を解析的あるいは数値的に解く場合、変数の方向性による困難を避けるため、散乱を等方性と仮定したり、また次元数を一次元に制限したりすることがよく行われる。また物性値が一樣、あるいは他の伝熱形態との連成を断つため、伝熱が放射のみで行われるとする仮定もよく用いられる⁽²⁾。ここで、放射によるエネルギー輸送は、気体分子あるいは固体壁分子から射出された多数の独立な光子の散乱と吸収挙動の集積によって行われている。本報で使用しているモンテカルロ法では、この光子に相当する多数の独立な放射エネルギー束を系内の各点から周囲に射出し、その1本1本の散乱吸収挙動を追跡および集計することにより、放射によるエネルギー輸送の物理的な過程を直接シミュレートしている。したがって上述のような方向性を有するソース関数や放射エネルギー強度を求める必要がなく、解析が大幅に単純化され、上述の種々の仮定や制限が不用となる。

ここでモンテカルロ法では、すべての光子のシミュレートは時間的メモリのあまりにも膨大で不可能なため、乱数を用いて無作為に抽出した有限のエネルギー

* 昭和62年5月27日 第24回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 昭和62年6月27日。

¹ 正員、北海道大学工学部(〒060 札幌市北区北13条, 西8丁目)。

² 学生員、北海道大学大学院。

一束でこれを代表させているが、これによる標本数の減少と使用する擬似乱数の不完全性による結果のばらつき、および計算時間の長いことが問題とされてきた。後者は、著者らが提案した READ 法⁽³⁾⁽⁴⁾ (Radiative Energy Absorption Distribution) により計算時間を実用的な範囲内に納めることが可能となった。

本報では今後これを実用的な問題に適用していく前に、その精度を従来法との比較により検証した。また、今後実用面での各種応用が期待される固気二相流に対し、二次元、非等方性散乱場での放射対流共存伝熱を解き、等方性散乱と非等方性散乱の差、および放射伝熱におよぼす対流の効果を示し、またその物理的な意味を考察した。

2. 記 号

- a : ガスの吸収係数 m^{-1}
 Q : 無次元放射エネルギー流束 —
 $q(I)$: 要素 I からの熱量の出入り kW
 $Rd(I, J)$: READ の値 式(9) —
 ΔS : 壁要素面積 m^2
 $T_g(I)$: 要素 I のガス温度 K
 ΔV : ガス要素体積 m^3
 x : 粒径パラメータ $\pi \times (\text{粒径})/(\text{波長})$
 X, Y : 図 7 中の座標 m
 $\alpha_s(I)$: 要素 I の自己吸収割合 —
 β : 減衰係数 m^{-1}
 ϵ : 壁の放射率 —
 η : 散乱角度 rad
 σ : ステファン・ボルツマン定数 $\text{kW}/(\text{m}^2\text{K}^4)$
 σ_s : 散乱係数 m^{-1}
 τ : 光学距離 —
 $\phi(\eta)$: 位相関数 —
 ω : 散乱アルベド —
 添 字
 a : 壁からの正味の出熱
 c : 対流伝熱
 f : エンタルピー輸送
 h : 内部発熱
 in : 流入
 out : 流出
 r : 放射

3. 解 析 法

READ 法によるモンテカルロ法を用いた放射伝熱解析は、系を構成するガスと固体壁とを多数の要素に

分割し、各要素間の放射伝熱のやりとりの指標である READ の値をモンテカルロ法で求める過程と、これを入れたエネルギー方程式を解いて温度および壁面熱流束の分布を求める過程の二つに分けられる。後者の I 番めのガスあるいは壁要素に対するエネルギー方程式は、

$$q_{r,\text{out}}(I) + q_c(I) + q_{f,\text{out}}(I) = q_{r,\text{in}}(I) + q_s(I) + q_{f,\text{in}}(I) \cdots \cdots (\text{ガス}) \quad (1)$$

$$q_{r,\text{out}}(I) + q_a(I) = q_{r,\text{in}}(I) + q_c(I) \cdots (\text{壁}) \quad (2)$$

ここで $q_{r,\text{out}}(I)$ は射出項で、要素 I から射出され、 I 以外の要素に吸収される放射エネルギーで、

$$q_{r,\text{out}}(I) = 4[1 - \alpha_s(I)] \sigma a T_g(I)^4 \Delta V \cdots \cdots (\text{ガス}) \quad (3)$$

$$q_{r,\text{out}}(I) = [1 - \alpha_s(I)] \epsilon \sigma T_g(I)^4 \Delta S \cdots \cdots (\text{壁}) \quad (4)$$

また $q_r(I)$ は要素 I に対流によって出入りするエンタルピー、 $q_c(I)$ はガスと壁の間での対流伝熱を示し、いずれも通常の流れ解析より求める。

各要素における放射エネルギーの吸収項 $q_{r,\text{in}}(I)$ は

$$q_{r,\text{in}}(I) = \sum_j Rd(I, J) q_{r,\text{out}}(J) \quad (I \neq J) \cdots \cdots (5)$$

ここで $Rd(I, J)$ は要素 J の射出エネルギーから J 自身の吸収を除いた残りのエネルギーのうち要素 I に吸収される割合を表し READ と呼び、モンテカルロ法で求める。モンテカルロ法では各要素から射出される放射エネルギーを N 本のエネルギー束に分割し、これらが吸収される要素の位置を乱数を用いて以下のように求める。

各要素から射出される多数のエネルギー束の射出方向は、ガス要素では周囲に均等にまた壁要素からはランバートの余弦則にしたがうように乱数を用いて分布させる。各エネルギー束が吸収あるいは散乱されるまでに進む光学距離 τ は、やはり乱数を用いて、放射エネルギー強度の減衰が多数のエネルギー束に対し、減衰係数 β のピアの法則を満たすように決定する。ここで

$$\beta = a + \sigma_s \cdots \cdots (6)$$

$$\omega = \sigma_s / \beta \cdots \cdots (7)$$

このように各エネルギー束に対し、確率的に決定される τ の距離進んだ各エネルギー束は、ガス中のその位置で ω の確率で散乱、 $(1 - \omega)$ の確率で吸収される。散乱の場合は、その位置でその入射方向からのエネルギー束に対し、多数の散乱を行った場合の散乱角度 η の分布が位相関数 $\phi(\eta)$ になるように、各エネルギー束の散乱角 η を乱数を用いて決定する。エネルギー束がガス中で吸収される前に、拡散性の境界壁に当たった

場合は、その位置で ε の確率で吸収され、 $(1-\varepsilon)$ の確率でランバートの余弦則にしたがった方向に乱反射される。反射後は壁からの射出と同様の方法で計算を続ける。これらの計算は各エネルギー束が吸収されるまで行う。このようにして各エネルギー束の吸収位置が決定されるが、要素 I から射出された N 本のエネルギー束のうち、自分の要素に $n(I)$ 本、要素 J に $n(J)$ 本が吸収されたとすると、自己吸収割合 $\alpha_s(I)$ と $READ$ の値 $Rd(J,I)$ は、

$$\alpha_s(I) = n(I)/N \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$Rd(J,I) = n(J)/(N - n(I)) \quad (I \neq J) \quad \dots\dots\dots (9)$$

4. モンテカルロ法の精度

図1に示すような2枚の透明平板境界間の一次元、吸収-非等方性散乱系の一方から、放射エネルギー強度 I_0 が等方性の放射エネルギーを入射させたときの、入口出口両境界での無次元放射エネルギー流束 $Q(0)$ 、 $Q(1)$ について、モンテカルロ法の計算結果を、Viskantaらの2流束法、球面調和関数法 (P_3) および一次元にしか適用できないが厳密解を与える F_N 法 (F_9) の結果⁽⁵⁾と比較した。ここで $Q(0)$ 、 $Q(1)$ は、入口出口

図1 一次元、吸収-非等方性散乱系モデル

図2 位相関数 ($n=1.50-0.10i$, $x=8.0$)

図3 入射熱流束に及ぼす光学厚さの影響

境界を、出口側に向かって正味通過する放射エネルギーを、入口側境界への入射エネルギーで無次元化したものである。位相関数は図2のような強い前方散乱特性を有し、26項のルジャンドル多項式で近似したものを用いた。図3、4に $\omega=0.5$ の場合の光学厚さ τ_0 と $Q(0)$ 、 $Q(1)$ の関係の解析結果を示す。これよりモンテカルロ法が、従来よく使用されてきた2流束法に比し、厳密解によく一致する解を与えることがわかる。図5はモンテカルロ法で使用するエネルギー束の本数と解の収束状況を示す。50 000本程度で収束していることがわかる。図3、4では200 000本を使用しており、このときの計算時間を図6に示すが、パソコン〔日立

図4 透過熱流束に及ぼす光学厚さの影響

図5 モンテカルロ法の収束状況 ($\tau_0=1.0$)

図6 計算時間に及ぼす光学厚さの影響

B 16/EX(8087 付)〕上の FORTRAN で 10~30 min であった。計算時間は図 6 に示すように n 大で散乱回数が増加するので増加し、一定値に漸近する。 n を減少させるとガス中での相互作用がほとんどないまま反対側の壁にエネルギーが到達するので、計算時間は減少して一定値に漸近する。

5. 非等方性散乱効果

図 7 のように、黒体壁に囲まれた粒子含有ガス（放射吸収散乱性媒体）中での二次元放射対流共存伝熱を解析する。粒子の散乱に関する位相関数は、波長に比して大きい灰色粒子のそれ⁽¹⁾（強い後方性散乱を有する）を用いる。ここでは、後方散乱効果を見るため、小

表 1 解析条件

GAS VELOCITY	1.0 m/s
HEAT TRANSFER COEFF.	17.4 W/m ² K
HEAT GENERATION RATE IN FLAME	3.0 MW/m ²
WALL EMISSIVITY	1.0
WALL TEMPERATURE	1000 K
INCOMING GAS TEMPERATURE	1000 K

表 2 解析パラメータ

CASE	(a)	(b)	(c)	(d)
α (m ⁻¹)	1.0	0.2	0.4	0.4
σ_s (m ⁻¹)	0	0	0.6	0.6
β (m ⁻¹)	1.0	0.2	1.0	1.0
ω	0	0	0.8	0.8
SCATTERING CHARACTERISTICS	iso-		aniso-

図 7 解析に使用した系

径粒子は無視したが、3章に述べた位相関数 $\phi(\eta)$ として、Mie 散乱に対応したものをいれれば、小径粒子の散乱の効果が求まる。物性値は一樣、ガスと粒子は同温、左下部に発熱部を設置、流れは簡単のために一樣流とし、上下壁は一定温度で内部をガスが運過するときガスと熱交換しない多孔質壁とする。またガスと壁面の間の対流熱伝達率は一定の値を与える。解析条件を表 1, 2 に示す。表 2 の各条件に対する $X=3.5$ m の流れ方向断面上の温度分布を図 8 に、またガス中温度分布と壁面受熱量分布および上壁からの流出エンタルピーを図 9 に示す。図 8 では発熱部外の下流側ガス温度が発熱部外の上流側より高いのは、対流による熱輸送によるものであるが、発熱部と非発熱部の温度差に比べると小さく、発熱部からの熱除去が主として放射によるものであることを示す。また発熱部温度は、吸収係数 α が大きく同じ熱量の射出が低温ですむ (a) が低くなっている。なお (d) の吸収係数は (b) の 2 倍であるが発熱部温度はほぼ等しい。これは (d) で

図 8 流れ方向温度分布 ($X=3.5$ m)

図 9 非等方性散乱効果

後方散乱があるため発熱部にエネルギーが戻ってくるので、発熱部からの全放熱量が増加するため、吸収係数が大きくても温度が上昇したものである。図8より、(c)の等方性散乱の場合、流速が比較的遅いと発熱のない部分では放射平衡条件に近くなって ω の影響がなくなり、 β が等しい(a)の場合とほぼ等しい結果を与えることがわかる。ここで、(a)、(c)、(d)で β が等しいということは、直進する放射エネルギーの減衰が等しいことを意味するが、(a)では減衰が吸収のみでおこるので、減衰したエネルギーはその部分の温度を上昇させ、その周囲に再び均等に射出される。これに対し(c)、(d)では $\omega=0.6$ であるから、減衰エネルギーの60%は[(c)では周囲に均等に、(d)では後方に]散乱される。したがって(a)、(c)に比べ(d)のほうが放射エネルギーが伝ばしにくいことになる。図9で発熱部から遠い右と上の壁で(a)のほうが壁面熱流束が高いのはこの理由による。また図9より発熱部の温度が高い(d)のほうが下流部のガス温度が高いため、上壁からの流出エンタルピーも高くなっている。また左と下の壁では熱流束のピークが発熱部位置に対応しているが、発熱部から離れた右と上の壁ではその近傍のガス温度のピークに対応して熱流束のピークが出ている。これは二次元計算によって初めて出る特徴である。これらの計算の全エネルギー束数は2 000 000本で、計算時間はHITAC M 680で1~2 min程度であった。

6. 結 言

(1) モンテカルロ法による放射伝熱解析で、実用的計算時間内で取扱える本数のエネルギー束を用いて一次元の厳密解と一致する解を得た。

(2) 1 m/s程度の対流による熱輸送は、2 500-3 000 K程度のガスからの放射伝熱に比して小さく、このような条件下では、等方性散乱の場合、散乱の効果はほとんどない。

(3) 後方散乱の強い非等方性散乱があると放射伝熱が妨げられるため、内部に発熱部を有するガス部の温度が上昇し、発熱部から遠い壁面での熱流束が低下する。また系からの流出熱量が増加する。

本研究は財団法人谷川熱技術振興基金の助成を受けたものである。また後半の計算は北海道大学大型計算機センタで行った。記して謝意を表する次第である。

文 献

- (1) Siegel, R. and Howell, J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2nd ed., (1981), 521, 583 McGraw-Hill.
- (2) Viskanta, R., *Proc. 7th Int. Heat Transf. Conf.*, 1 (1982), 103.
- (3) Taniguchi, H., ほか7名, *Proc. 8th Int. Heat Transf. Conf.*, 2 (1986), 757.
- (4) Kudo, K., ほか5名, *Proc. 5th Int. Conf. Numer. Methods Thermal Problems*, (1987), 1264.
- (5) Mengüç, M. P. and Viskanta, R., *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.*, 29-5 (1983), 381.