半球の内面に沿った自然対流熱伝達の解析*

椎 名 保 顕^{*1}An Analysis of Heat Transfer from the Inner Surface
of a Sphere by Free Convection
(Comparison with the Experiment in a Hemisphere)

Yasuaki SHIINA

Free convection heat transfer from the inner surface of a sphere was studied by using integrated boundary layer equations. Analysis was made for the condition that the sphere surface was cooled; and the top of the sphere was a stagnation point. Approximate solutions agreed well with numerical solutions for a Prandtl number range of $Pr \geq 1$. The analytical results were compared with the experimental results of free convection made in a hemisphere. The Nusselt number of both results agreed within about 15%.

Key Words: Free Convection, Sphere, Heat transfer, Boundary Layer Equation, Nusselt Number, Rayleigh Number, Hemisphere

1. 序 言

著者らは、高温ガス炉の強制冷却喪失事故時の圧力容器上鏡部内の熱伝達特性を調べるため、下面加熱の半球容器内自然対流実験を行っている⁽¹⁾。その結果、高いレイリー数まで ($\sim 10^9$) ヌッセルト数は $Ra^{-0.25}$ (Ra : レイリー数) に比例するという実験結果が得られた。これは半球容器内自然対流の場合には、かなり高いレイリー数まで層流熱伝達が成立していることを示唆する。この場合、境界層厚さは半径に比べて薄くなり、境界層近似が成り立つと考えられる。

従来、物体周りの熱伝達の多くが境界層近似により取扱われてきた。自然対流の場合においても同様で、鉛直平板に沿う自然対流は、Ostrach⁽²⁾らにより解かれ、また、加熱水平円柱や、球に沿う自然対流も Acrivos⁽³⁾や山県⁽⁴⁾らにより取扱われている。しかし、境界層方程式を厳密に解くことは一般には困難であるので、精度が若干落ちることを許容して、積分形境界層方程式を解く方法がある。Squire⁽⁵⁾、山県⁽⁶⁾、藤井⁽⁷⁾らは、鉛直平板の場合について取扱っている。また、

Lighthill⁽⁸⁾は底が閉じた垂直円管内の自然対流を解いている。

本報は、下面加熱の半球内の自然対流を積分形境界層方程式を用いて解析を行い、実験結果と比較を行ったものである。

2. 解 析

2.1 基礎方程式 下面加熱の半球内自然対流の模式図を図1(a)に示す。流れは温度 T_h の加熱面中央で上昇し、半球内面(温度 T_w : 冷却面)に沿って下降する。本解析では、半球内面で冷やされ、面に沿って下降する流れに着目する。一様温度 T_b の流体中に温度 T_w ($T_b > T_w$) の半球殻を置くと一種の開放形熱サ

(a) 半球内自然対流の模式図

(b) 解析の座標系

図 1

* 昭和62年10月2日 北陸信越支部信越地方新潟講演会において講演、原稿受付 昭和62年1月14日。

^{*1} 正員、日本原子力研究所 (〒319-11 茨城県那珂郡東海村)。

イフォンとなる。このとき半球面に沿って流体が下降するためには外部流体の流入が必要となり、浮力がその仕事もしなければならない。しかし、半球下面に $T_h = T_w + 2(T_b - T_w)$ の加熱面が存在すると、原理的には下降した流体の流量分を加熱面が浮力により押し上げてくれるため、半球面による下向き浮力は流体を押し下げることにのみ使われると考えられる。すなわち、この場合には第1近似として、下面加熱の半球内自然対流を、軸対称の球殻内側に沿った自然対流と考えることができる。そこで、レイリー数が十分高い場合の層流境界層を想定し、以下の仮定に基づいて解析を行う。

(1) 流れは半球内において軸対称とする。

(2) 速度境界層、温度境界層厚さは球半径に比べて十分小さい。

(3) 運動方程式は Boussinesq 近似に基づく。

以上の仮定に基づいて図1(b)に示す物理座標系を考える。原点を半径 R の球頂部にとる。原点から球面に沿って x 軸をとり、球面に直角に流れの側に y 軸をとる。 x 軸上の点と対称軸との距離を $r_0(x)$ 、角度を t とおく。本座標系では

$$r_0 = R \sin(x/R) = r_0(x) \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。境界層外側の流体温度を T_b とし、球面温度を T_w ($T_b > T_w$) とすると基礎方程式は次のように表される。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta(T - T_b)g \sin \frac{x}{R} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{r_0} \frac{\partial r_0}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで β : 流体の膨張率, ν : 動粘性係数, g : 重力の加速度, κ : 温度伝導率である。上式は、加熱球まわりの自然対流の基礎方程式と同じ形である⁽³⁾。球表面からの自然対流熱伝達は Acrivos⁽³⁾、山根⁽⁴⁾らにより、垂直平板の場合と同形の常微分方程式に変換されて解かれているが、本解析では境界層厚さを導入して解析を行う。速度境界層と温度境界層厚さをそれぞれ δ , δ_T とする。藤井⁽⁷⁾は鉛直平板自然対流の場合に指数関数を用いた速度分布を導入し、境界層厚さをを用いないで解析を行っている。本解析で境界層厚さをを用いた主な理由は、 δ , δ_T を用いると半径 R との比較ができ、境界層近似が成り立つかどうかの判定が容易になるためである。境界層外側では静止流体を仮定すると境界条件は次のようになる。

(i) 速度境界条件

$$\left. \begin{aligned} y=0: u=0, v=0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{g\beta(T_w - T_b)\sin \frac{x}{R}}{\nu} \\ y=\delta: u=0, \partial u/\partial y=0, \partial^2 u/\partial y^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(ii) 温度境界条件

$$\left. \begin{aligned} y=0: T=T_w, \partial^2 T/\partial y^2 &= 0 \\ y=\delta_T: T=T_b, \partial T/\partial y=0, \partial^2 T/\partial y^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

次に速度、および、温度分布の近似関数を

$$u = \bar{u}(y/\delta)u_1(x) = u(y/\delta)\bar{u}_1(x)u_0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{T} = (T - T_b)/(T_w - T_b) = \bar{T}(y/\delta_T) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\eta = y/\delta, \eta_T = y/\delta_T \quad \dots\dots\dots (9)$$

とおく。式(7)で、 $u_0 = \sqrt{2gR\beta(T_b - T_w)}$ である。また $u_1(x)$ はある x における境界層内の最大流速を表す。式(9)を用いると、式(5), (6)は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \eta=0: \bar{u}=0, \frac{d^2 \bar{u}}{d\eta^2} &= \frac{\delta^2 \beta(T_w - T_b)g \sin t}{\nu u_1} \\ \eta=1: \bar{u}=0, d\bar{u}/d\eta=0, d^2 \bar{u}/d\eta^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_T=0: \bar{T}=1, d^2 \bar{T}/d\eta_T^2 &= 0 \\ \eta_T=1: \bar{T}=0, d\bar{T}/d\eta_T=0, d^2 \bar{T}/d\eta_T^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで $t = x/R$ である。基礎方程式(2)~(4)を $0 \sim \delta$, または $0 \sim \delta_T$ で積分すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy + \frac{1}{r_0} \frac{dr_0}{dx} \int_0^\delta u^2 dy &= -\nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_0 \\ &\quad - \beta g \sin t \int_0^\delta (T - T_b) dy \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} r_0 u \bar{T} dy = -x r_0 \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right)_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ヌッセルト数は次式で表される。

$$Nu_0 = Rq/[\lambda(T_b - T_w)] = 2/(\delta \xi) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで q : 熱流速, λ : 熱伝導率, $\bar{\delta} = \delta/R$, $\bar{\delta}_T = \delta_T/R$, $\xi = \bar{\delta}_T/\bar{\delta}$ である。

境界条件式(10), (11)を満たす $\bar{u}$, $\bar{T}$ を次の形におく。

$$\bar{u}(\eta) = A\eta(1-\eta)^3 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\bar{T} = (1+\eta_T)(1-\eta_T)^3 \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(15)で

$$A = \sqrt{(Gr_0/2)} \bar{\delta}^2 \sin t / (6\bar{u}_1) \quad \dots\dots\dots (17)$$

であり、 A —一定が成立しなければならない。上式で、 Gr_0 は $(T_b - T_w)$ に基づくグラスホフ数 $Gr_0 = g\beta(T_b - T_w)R^3/\nu^2$ である。

u_1 はある x における最大速度であるので、 $\bar{u}_{\max} = 1$ から A が定まり、 $A = 256/27$ となって、結局式(15),

(17)は,

$$\bar{u} = 256\eta(1-\eta)^3/27 \dots\dots\dots(18)$$

$$512/9 = \sqrt{(Gr_b/2)}\delta^2 \sin t / \bar{u}_1 \dots\dots\dots(19)$$

となる。自然対流においては温度差による密度差が流れを誘起するが、流れは粘性により温度差のない領域の流体にも誘起される。したがって、速度境界層厚さは温度境界層厚さに比べて大きいと考えられる。すなわち、 $\xi \leq 1$ となる。このとき運動方程式、および、エネルギー方程式(12)、(13)は次のように表される。

$$\frac{d}{dt}[\bar{u}_1 \bar{\delta}] + \frac{\cos t}{\sin t} \bar{u}_1^2 \bar{\delta} = -\frac{1701}{64} \frac{1}{\sqrt{2Gr_b}} \frac{\bar{u}_1}{\bar{\delta}} + \frac{45927}{32768} \bar{\delta} \sin t \cdot f_1(\xi) \dots\dots\dots(20)$$

$$\frac{d}{dt}[\bar{u}_1 \bar{\delta} \sin t \cdot g_1(\xi)] = \frac{27}{128} \frac{\sin t}{Pr \sqrt{2Gr_b}} \frac{1}{\bar{\delta} \xi} \dots\dots\dots(21)$$

ここで

$$f_1(\xi) = 3\xi/10$$

$$g_1(\xi) = \xi^2/15 - \xi^3/14 + 9\xi^4/280 - \xi^5/180 \dots\dots\dots(22)$$

式(20)、(21)からもわかるように、 $\bar{u}_1$ 、 $\bar{\delta}$ 、 ξ は t の関数となる。式(20)～(22)から2・2節で示す初期値 ξ_0 を求めると $Pr > 1$ の場合 $\xi_0 < 1$ であるが、 $Pr < 1$ の場合には $\xi_0 > 1$ となり、 $Pr < 0.063$ では ξ_0 は求められない。物理的に意味をもつ解を $\xi \leq 1$ の場合に限定するならば、式(20)、(21)は $Pr > 1$ でしか意味をもたない。しかし、厚い温度境界層の外縁付近では温度差が小さく、流体は駆動されないと考えると、 Pr が非常に小さい場合には $\delta_r > \delta$ を想定することが可能である。例えば、Ostrach⁽²⁾の解をみると、 $Pr = 0.01$ においてはわずかながら $\delta_r > \delta$ となっている。また、プロファイル法を用いた藤井⁽⁷⁾の解析では $Pr = 0.01$ の場合、 $\delta_r > \delta$ となっている。そこで、 Pr が小さい場合 $\xi > 1$ を許容すると、この場合には基礎方程式は式(20)、(21)、および、 f_1 、 g_1 として式(22)の代わりに

$$f_1(\xi) = 1 - 1/\xi + 1/2\xi^3 - 1/5\xi^4$$

$$g_1(\xi) = 1/20 - 1/30\xi + 1/140\xi^3 - 1/504\xi^4 \dots\dots\dots(23)$$

が用いられる。

2・2 初期値 $\bar{u}_1$ 、 $\bar{\delta}$ 、 ξ の初期値を求める。半球頂部はよどみ点となるから、 $x \sim 0$ すなわち $t \sim 0$ で

$$\bar{u}_1 = Ct \dots\dots\dots(24)$$

と表される。 $t=0$ における $\bar{\delta}$ 、 $\bar{\delta}_r$ 、 ξ の値を $\bar{\delta}_0$ 、 $\bar{\delta}_{r0}$ 、 ξ_0 とおくと、式(24)を式(20)、(21)に適用して C 、 $\bar{\delta}_0$ 、 ξ_0 は

$$C = \frac{27}{512} \frac{1}{\sqrt{3Pr\xi_0 g_1(\xi_0)}} \dots\dots\dots(25)$$

$$\bar{\delta}_0^4 = 6/[PrGr_b \xi_0 g_1(\xi_0)] \dots\dots\dots(26)$$

$$\frac{1}{504} \cdot \frac{1+84Pr\xi_0 g_1(\xi_0)}{f_1(\xi_0)Pr\xi_0 g_1(\xi_0)} = 1 \dots\dots\dots(27)$$

から求められる。極限の場合には、 $Pr \rightarrow \infty$ で $\xi_0 \rightarrow 5/9$ 、 $Pr \rightarrow 0$ で $\xi_0 \rightarrow 1/21Pr$ となる。 $d\bar{\delta}/dt$ 、および、 $d\xi/dt$ は物理的に意味をもつためには有限でなければならないが、 t に関して奇関数であるから

$$t=0: d\bar{\delta}/dt=0, d\xi/dt=0 \dots\dots\dots(28)$$

となる。式(20)、(21)を式(25)～(28)を用いて積分して解が得られる。

3. 近 似 解

一般に ξ は t の関数であり、式(20)、(21)を解析的に解くことは困難である。しかし、速度境界層は温度境界層が形成されることにより発達するから、 ξ は一定と仮定することは十分に根拠をもつと考えられる。すなわち、 $d\xi/dt=0$ として次の式が求められる。

$$\frac{d\bar{u}_1}{dt} = \frac{15309}{32768} \frac{\sin t}{\bar{u}_1} f_1(\xi) \frac{1}{1+84Pr\xi g_1(\xi)} \dots\dots\dots(29)$$

ここで、 ξ は ξ_0 と等しい。式(29)は容易に積分されて

$$\bar{u}_1 = \frac{27}{128} \sqrt{7(6f_1-1)} \sin \frac{1}{2}t \dots\dots\dots(30)$$

$$\bar{\delta}^2 = \frac{6\sqrt{14}}{\sqrt{Gr_b}} \sqrt{6f_1-1} \frac{1}{\cos \frac{1}{2}t} \dots\dots\dots(31)$$

$$Nu_b = \left(\frac{2}{63Pr}\right)^{1/4} \frac{1}{\xi} \frac{1}{(6f_1-1)^{1/4}} Ra_b^{1/4} \sqrt{\cos \frac{1}{2}t} \dots\dots\dots(32)$$

$$\overline{Nu_b} = \frac{4}{5} \left\{ 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} \right\} \left(\frac{2}{63Pr}\right)^{1/4} \times \frac{1}{\xi} \frac{1}{(6f_1-1)^{1/4}} Ra_b^{1/4} \dots\dots\dots(33)$$

が得られる。ここで Ra_b は $(T_b - T_w)$ に基づくレイリー数、 $Ra_b = Gr_b Pr$ 、 $\overline{Nu_b}$ は $(T_b - T_w)$ に基づく平均ヌッセルト数である。ある x における境界層内の最大速度 $u_{\max} = u_1 = u_0 \bar{u}_1$ を用いてレイノルズ数 Re を求めると、

$$Re = u_0 \bar{u}_1 R/\nu = \bar{u}_1 \sqrt{2Gr_b} \dots\dots\dots(34)$$

となり、これから

$$RePr = \frac{27}{128} \sqrt{14Pr(6f_1-1)} \cdot \sqrt{Ra_b} \cdot \sin \frac{1}{2}t \dots\dots\dots(35)$$

が得られる。 t の範囲は $0 \leq t \leq \pi/2$ だから、流速は $t = \pi/2$ で最大値をとる。

これまで用いてきた Nu_b 、 Ra_b などはバルク温度と冷却面温度の差 $T_b - T_w$ に基づいた量であった。半球下部の加熱面温度 T_h と T_w に基づく温度差、 $\Delta T = T_h - T_w = 2(T_b - T_w)$ を用いたヌッセルト数、グラスホフ数、レイリー数をそれぞれ Nu 、 Gr 、 Ra とかくと

$$Nu = Nu_b/2, Gr = 2Gr_b, Ra = 2Ra_b \dots\dots\dots(36)$$

となる。これを用いて式(32), (33), (35)を書き直すと,

$$Nu = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{63Pr} \right)^{1/4} \frac{1}{\xi} \frac{1}{(6f_1-1)^{1/4}} Ra^{1/4} \cdot \sqrt{\cos \frac{1}{2}t} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\overline{Nu} = \frac{2}{5} \left\{ 2 - \left(\frac{1}{2} \right)^{1/4} \right\} \left(\frac{1}{63Pr} \right)^{1/4} \frac{1}{\xi} \frac{1}{(6f_1-1)^{1/4}} Ra^{1/4} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$RePr = \frac{27}{128} \sqrt{7Pr(6f_1-1)} \cdot \sqrt{Ra} \cdot \sin \frac{1}{2}t \quad \dots (39)$$

となる。

4. 結果の比較と考察

4.1 実験 実験装置の模式図は図1(a)と同じである。半球容器は直径 300 mm で、底の伝熱面はヒータで加熱し、球殻は水冷して一定温度に保った。球

殻を横切る熱流束は、14 箇所に取付けた熱電対出力を用いて熱伝導計算により求めた。伝熱実験におけるプラントル数、および、レイリー数範囲はそれぞれ $6 \sim 860$, $9 \times 10^5 \sim 7 \times 10^9$ である。また、直径 100 mm のアクリル製半球で流れを可視化した。可視化実験のレイリー数は $5 \times 10^5 \sim 3 \times 10^7$ である。

4.2 結果と比較 図2に $\delta_0 Ra^{0.25}$, および, ξ_0 と Pr の関係を示す。本解析は $\delta \ll R$ を前提にしている。仮に境界層近似が成り立つ条件を $\delta_0, \delta_{r0} < 0.1$ とすると、この条件は図2より $Pr=0.01$ で $Ra > 7 \times 10^8$, $Pr=1000$ で $Ra > 2 \times 10^7$ となる。 $Pr \ll 1$ の場合には $\xi_0 \gg 1$ となり、境界層近似に問題があると思われる。表1に $Ra=2 \times 10^7$ の場合の局所ヌッセルト数 Nu の数値解と近似解の比較を示す。 $Pr=0.72$ の場合、数値解は山県⁽⁴⁾と0.8%以内で良く一致した。 t が増加するにつれ数値解と近似解の違いは増加し、 $Pr=0.01$

表 1 $Ra=2 \times 10^7$ の場合の数値解と近似解の比較

Pr=1000			Pr=10		
t	Nu (num.)	Nu (appr.)	t	Nu (num.)	Nu (appr.)
0	18.1081	18.1081	0	17.1428	17.1427
$\pi/4$	17.3032	17.4198	$\pi/4$	16.3698	16.4774
$\pi/2$	14.7942	15.2397	$\pi/2$	13.9489	14.4153

Pr=1			Pr=0.01		
t	Nu (num.)	Nu (appr.)	t	Nu (num.)	Nu (appr.)
0	14.4507	14.4507	0	4.06706	4.06707
$\pi/4$	13.7856	13.8898	$\pi/4$	3.85458	3.90921
$\pi/2$	11.6948	12.1515	$\pi/2$	3.16487	3.41998

図 2 $\delta_0 Ra^{0.25}$, ξ_0 と Pr の関係

図 3 平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}$ と Ra の関係 (実験結果との比較)

図 4 $Nu/Ra^{0.25}$ とプラントル数の関係

図 5 ヌッセルト数の t 分布

図 6 局所ヌッセルト数と Ra の関係

図 7 ξ/ξ_0 の t 分布 図 8 $\bar{u}_1/(\bar{u}_1)_{\max}$ の t 方向分布

で $t=\pi/2$ の場合約 8% である。図 3 に平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}$ と Ra の関係を示す。実験結果は次の整理式

$$\overline{Nu} = 0.2357 Ra^{0.242} \quad (40)$$

で表され、図 3 に実験値とともに破線で示した。実線は数値解の結果である。 Nu は Pr に依存するが、 $Pr \geq 7$ の場合にはその依存性は小さく、実験結果を定性的に支持している。解析結果は実験結果より 15% 程度高い値を示すが比較的良く一致している。近似解による結果は数値解による結果と最大数%しか変わらないため、図 3 に示さなかった。図 4 に $\overline{Nu}/Ra^{0.25}$ とプラントル数の関係を示す。プラントル数依存性はプラントル数が小さい場合に大きい。前述のように、本解析では $Pr \rightarrow 0$ で $\xi \rightarrow \infty$ となるので Pr が小さい場合に誤差が大きくなると思われる。図 5 に Nu/Nu_0 (Nu_0 は $t=0$ におけるヌッセルト数) と角度 t との関係を示す。 $t=0$ におけるヌッセルト数と $t=90^\circ$ におけるヌッセルト数の比は $Pr=0.01$ の場合約 1.29 である。図 6 に $t=0.279$ と $t=1.326$ rad における局所ヌッセルト数の実験結果と解析結果を示す。実験結果のほうが t による違いは大きい。この理由は第一に、実験では $t=\pi/2$ で $u=0$ となるのに対し、解析では $t=\pi/2$ で流速が最大となること、第二に、解析では、速度境界層の発達境界層外の静止流体が境界層内に取り込まれて生ずるとしているが、実際には加熱面の浮力により半球中央で上向き流が生じることがあげられる。図 7 に ξ/ξ_0 の t による変化を示す。 Pr が小さいほど ξ の

図 9 $(Re)_{\max} Pr$ と Ra の関係

t による変化は大きい。それでも、 Pr が 0.01 の場合で 10% 程度である。近似解の計算では $\xi=1$ と仮定したが、 Pr が小さい場合を除けばこの仮定は十分正しい。図 8 に $t=\pi/2$ における流速で規格化した u_1 の t 方向分布を示す。実験値は流れの可視化実験で粒子の軌跡の長さを測定することにより求めた流速であり、破線は近似解式 (30) である。実験結果は解析結果より上に分布するが t が 90° に近づくに従って急速に零になるものと思われる。実験結果と解析結果の違いは、図 6 のところで述べた理由によるものと考えられる。図 9 に $t=\pi/2$ における流速を用いた $(Re)_{\max} Pr$ と Ra の関係を示す。実験値は測定した流速の最大値を用いた。実線は解析結果である。実験結果と解析結果は比較的良く一致している。

5. 結 論

半球内の自然対流熱伝達を積分境界層方程式を用いて解き、解析結果と半球を用いて行った実験結果との比較を行った。その結果、以下の結論を得た。

(1) 本解析では式 (15) で表される速度分布を用いて、 $\xi > 1$ の場合も許容して解析を行った。その結果、 Pr が小さい場合まで解を得ることができるが、 $Pr \ll 1$ の場合は $\xi \gg 1$ となって解としての信頼性は小さくなる。

(2) 平均熱伝達率の解析結果は実験結果と約 15% 以内で一致する。数値解と近似解の誤差は、プラントル数が小さいほど大きい。が、 $Pr \geq 1$ の場合には約 3% 程度で近似解でも十分な精度をもつ。またヌッセルト数の角度依存性は実験結果のほうが大きい。これは実験と解析では $t=\pi/2$ 付近での流速が合わないことなどの理由によるためであると思われる。

(3) 境界層内の最大速度とレイリー数の関係は図 9 に示すように、解析と実験は定性的に良い一致を示す。

文 献

- (1) Shiina, Y. and Fujimura, K., *J. Nuc. Sci. Technol.*, **23** (1986) 568.
 - (2) Ostrach, S., *NACA Rep.* 1111 (1953).
 - (3) Acrivos, A., *AIChE J.*, **6** (1960), 584-590.
 - (4) 山県, 機論, **9**, II (昭18), 132-138.
 - (5) Goldstein, S., *Modern Developments in Fluid Dynamics*, II (1938), 641, Oxford Press.
 - (6) 山県, 機論, **24** (昭33), 541-546.
 - (7) 藤井, 機論, **24** (昭33), 957-963.
 - (8) Lighthill, M., *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, **5** (1953), 398-439.
-