静止流体中で振動するスプリッタ付き平板まわりの流れ* (離散うずモデルによる数値解析)

畠 山 英 二^{*1}, 仲 谷 仁 志^{*2}

The Flow around an Oscillating Flat Plate with Splitter in Stationary Fluid (Numerical Analysis by Discrete Vortex Model)

Eiji HATAYAMA and Hitoshi NAKATANI

It is very interesting to examine fluid forces on an oscillating bluff body with splitter plates in stationary fluid in connection with wave-induced forces on ocean structures and others. The discrete vortex model together with the conformal mapping method has been applied to analyze the flow around an oscillating flat plate with splitter plates in a stationary fluid. Numerical calculations are performed for different splitter lengths and inclined angles of plates in various oscillating conditions, and vortex patterns and unsteady forces are obtained. From the calculations, it has been found that the splitter prevents the development of the shedding vortices and that the forces on the plate are influenced by the splitter length and inclined angle remarkably.

Key Words: Fluid Mechanics, Unsteady Flows, Oscillating Plate with Splitter, Stationary Fluid, Discrete Vortex Model

1. 緒 言

静止流体中に置かれている物体が振動を始めると、それに伴ってまわりの流体が動かされ、うず度のある流れを生じる。また、これらの流れによって物体自身も影響され、周期的な力を受ける。逆に静止物体が波などのような振動流中に置かれた場合、物体周りに非定常な流れを生じ上と同様の現象が見られる。これらの現象は、海洋構造物や各種のダンプまたはかくはん器などに見られるものであり、物体に作用する流体力や流れの構造などを解明することは工学的にも非常に重要なことであると考えられる。

これまでこのような現象に対しては、振動円柱⁽¹⁾、振動垂直平板⁽²⁾などの鈍頭物体について、実験的および理論的に研究がなされてきた。しかしながら、これらは形状が非常に単純な場合でごく基礎的な研究であり、実際には上に述べた海洋構造物などの物体形状はそれほど単純なものではない。また、望まれるべき流れを作り出すのにどのような物体形状が必要かを求め

られることも考えられる。このようなことから、より実際の物体形状を用いたアプローチが重要な問題であると考えられる。

ところで、一様流中に置かれた円柱などの鈍頭物体については、円柱後方にスプリッタを設けることにより流れの干渉をおさえて抵抗を軽減できるということが調べられている⁽³⁾。また振動している場合についても、角柱⁽⁴⁾、翼⁽⁵⁾さらにはスプリッタ付き垂直平板⁽⁶⁾などに対して研究が進められており、より実際的な問題へのアプローチがなされている。しかし、前述したように、一様流成分を持たない流れについては基本的な形状を取扱った研究以外見あたらない。そこで本報では、実際問題へのアプローチの第1歩として、抵抗軽減にも役立つと考えられるスプリッタ付きの平板をモデルにして、これが静止流体中で前後振動を行う場合についての解析を試みた。

このような離れを伴う流れの解析法としては、離散うずモデルを用いた方法が最近多く見られる。しかし、物体が振動や変形などを伴う場合に対する応用は限られており、一様流の伴わない場合については前述の垂直平板⁽²⁾以外あまり見あたらない。また、物体形状が少しでも複雑になると流れのようすは大きく変わり解析もより複雑となり、これまで研究があまりなさ

* 昭和 62 年 10 月 31 日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和 62 年 4 月 1 日。

^{*1} 正員、日産自動車(株)テクニカルセンター (〒243-01 厚木市岡津古久 560-2)。

^{*2} 正員、大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町 4-804)。

れていない。それゆえ、本報では、さらに一つの試みとして、離散うずモデルを応用した解法をこのような振動問題へも発展させるものである。

以上のような目的のために、モデルとしてスプリットが平板に垂直に取付けられ、その平板が振動方向に対して種々の傾き角を持つ場合について、スプリットの長さや振幅がどのように流れや流体力に影響を及ぼすかなどについて数値解析を行った。

2. おもな記号

- A : 振幅
- a : 写像円の半径
- D : 無次元化された振動方向の力
- L : 無次元化された振動方向に垂直な力
- f : 振動数
- h : 平板の幅 $= 2h$
- l : スプリットの長さ
- m : 後流中のうず点の数
- U : 振動の最大速度
- T : 振動の周期
- W : 複素速度ポテンシャル
- z : 物理平面上での座標 $= x + iy$
- α : 平板の傾き角
- Γ : うず点の強さ
- Δt : うず点導入時間間隔
- ε : うず点導入位置と平板端との距離
- ζ : 写像平面上での座標 $= \xi + i\eta$
- ϕ : $l/2h$ は ϕ の値により決まる

3. モデルの定式化

流れのモデルとしては、図1に示すように物理平面上で長さ l のスプリットをもつ幅 $2h$ の二次元平板が y 軸に対して角度 α だけ傾き、平板の中心が z_0 にある場合を考える。このとき、写像平面上において半径 a の円の外部を物理平面上のスプリット付き平板の外部に写像する関数は、

$$z = e^{-i\alpha} \sqrt{\zeta - ae^{i\phi}} \sqrt{\zeta - ae^{-i\phi}} \left(1 + \frac{a}{\zeta}\right) + z_0(t), \quad \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ただし、本報では物体の運動に関しては並進運動だけを考えるので z_0 のみ時間 t の関数とした。また、 ϕ はスプリットと平板の長さの比 $l/2h$ を決定するパラメータである。写像の特異点は、

$$\zeta_{A,B} = \frac{a}{2} (\cos \phi - 1) \pm i \frac{a}{2} \sqrt{4 - (\cos \phi - 1)^2},$$

$$\zeta_c = a, \quad \dots\dots\dots (2)$$

であり、それぞれ物理平面上の z_A, z_B, z_C に対応している。

流れ場は非粘性・非圧縮のポテンシャル流れとする。平板の並進運動による複素速度ポテンシャルは平板表面を流体が貫かないという境界条件より次のように求められる。

$$W_T = -e^{i\alpha} \frac{\dot{z}_0}{\zeta} a^2 + \bar{z}_0 e^{-i\alpha} \left\{ \sqrt{\zeta - ae^{i\phi}} \times \sqrt{\zeta - ae^{-i\phi}} \left(1 + \frac{a}{\zeta}\right) - \zeta \right\}, \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\dot{}$ は時間 t に関する微分、 $\bar{}$ は共役複素数を表す。さらに、流れ場に導入されたすべてのうず点による複素速度ポテンシャルは、その総数を m とすれば鏡像の原理より

$$W_V = \sum_{k=1}^m \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \left\{ \log(\zeta - \zeta_{wk}) - \log\left(\zeta - \frac{a^2}{\bar{\zeta}_{wk}}\right) \right\}, \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで、 Γ_{wk} および ζ_{wk} は k 番めのうず点の強さと写像平面上におけるその位置の座標を表す。結局、静止流体中で並進運動を行うスプリット付き平板の周りの流れの複素速度ポテンシャルは、式(3)と式(4)の合計として

$$W = W_T + W_V, \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。共役複素速度は式(5)より、

$$\frac{dW}{d\zeta} = e^{i\alpha} \frac{\dot{z}_0}{\zeta^2} a^2 + e^{-i\alpha} \dot{z}_0 \left\{ (\zeta^3 - a \cos \phi \cdot \zeta^2 + a^2 \cos \phi \cdot \zeta - a^3) / (\zeta^2 \sqrt{\zeta - ae^{i\phi}} \sqrt{\zeta - ae^{-i\phi}}) - 1 \right\} + \sum_{k=1}^m \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \left(\frac{1}{\zeta - \zeta_{wk}} - \frac{1}{\zeta - a^2/\bar{\zeta}_{wk}} \right), \quad \dots\dots\dots (6)$$

として求められる。

さて、離散うずモデルでは時間間隔 Δt ごとに流れ場の中へうず点を導入し、うず点の運動を追跡するが、導入されるべきうず点の位置および強さを決定するにはいくつかの方法がある。本報では、導入位置をはく離点の近傍に固定し、クッタの条件からうず点の強さを求める方法を用いる。ここでは、平板両端およびス

(a) 物理平面 (b) 写像平面
図1 物理平面と写像平面におけるモデル

スプリット後端より計3個のうず点を各時間ステップごとに導入するが、それぞれのうず点の強さは写像平面上においてクッタの条件,

$$dW/d\zeta=0, \zeta=\zeta_A, \zeta_B, \zeta_C, \dots (7)$$

により決定される。流れ場に導入されたいうず点は次の時間ステップまで、すべて物理平面上において移動するが、物理平面上におけるうず点の速度は一般に⁽³⁾,

$$\frac{d\bar{z}_{wk}}{dt} = \left(\frac{d\bar{\zeta}_{wk}}{dt} - \frac{\Gamma_{wk}}{4\pi i} \frac{d^2 z}{d\zeta^2} \frac{d\zeta}{dz} \right) \frac{d\zeta}{dz}, \zeta=\zeta_{wk}, \dots (8)$$

で求められる。ただし、 $d\zeta_{wk}/dt$ は写像平面上におけるうず点の速度、すなわち式(6)よりそのうず点自身の項を除いた値である。ゆえに、式(8)に式(1)を代入すると、この場合のうず点の速度は、

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{z}_{wk}}{dt} = & \left[\frac{d\bar{\zeta}_{wk}}{dt} - \frac{\Gamma_{wk}}{4\pi i} \right. \\ & \times \left\{ \frac{\zeta^3 - a^2 \cos \phi \cdot \zeta + 2a^3}{\zeta(\zeta^3 - a \cos \phi \cdot \zeta^2 + a^2 \cos \phi \cdot \zeta - a^3)} \right. \\ & \left. \left. - \frac{\zeta - a \cos \phi}{(\zeta - ae^{i\phi})(\zeta - ae^{-i\phi})} \right\} \right] \frac{d\zeta}{dz}, \zeta=\zeta_{wk}, \dots (9) \end{aligned}$$

となる。ここで、うずの移動は速度の二次の差分近似によって行う。

$$z_{wk}(t+\Delta t) = z_{wk}(t) + \left\{ 3 \frac{dz_{wk}(t)}{dt} - \frac{dz_{wk}(t-\Delta t)}{dt} \right\} \frac{\Delta t}{2} \dots (10)$$

また、物体に作用する非定常流体力は、非定常流に拡張されたブラジウスの公式

$$D - iL = i\rho \oint_B \left(\frac{dW}{dz} \right)^2 dz + i\rho \frac{d}{dt} \oint_B W dz, \dots (11)$$

により計算できる。ここで D, L は振動方向の力および振動方向に垂直な力、 ρ は流体の密度、 B は物体表面に沿った閉曲線を表している。複素速度ポテンシャル式(5)より、

$$\begin{aligned} D - iL = & -i\rho \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \frac{d\bar{z}_{wk}}{dt} - i\rho \left[-2\pi i \{ \dot{\bar{z}}_0 a^2 \right. \\ & + e^{2ia} \dot{\bar{z}}_0 a^2 (\cos^2 \phi + 2\cos \phi - 1)/2 \} \\ & + e^{ia} \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \left(\frac{\dot{\bar{\zeta}}_{wk}}{\zeta_{wk}} + \frac{a^2}{\zeta_{wk}^2} \dot{\zeta}_{wk} \right) \\ & - e^{ia} \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \left(\bar{\zeta}_{wk}^3 - a \cos \phi \cdot \bar{\zeta}_{wk}^2 \right. \\ & \left. + a \cos \phi \cdot \bar{\zeta}_{wk} - a^3 \right) / \\ & \left(\bar{\zeta}_{wk}^2 \sqrt{\zeta_{wk} - ae^{i\phi}} \sqrt{\zeta_{wk} - ae^{-i\phi}} \right) \dot{\bar{\zeta}}_{wk} \\ & \left. - \dot{\bar{z}}_0 \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \right], \dots (12) \end{aligned}$$

となる。また、振動の最大速度で無次元化された振動方向の力 C_D および振動の最大速度で無次元化された

振動方向に垂直な力 C_L は、

$$C_{D,L} = \frac{D,L}{\rho U^2 h}, \dots (13)$$

により定義する。

以上で定式化を行ったが、本報では並進運動として x 軸方向の正弦振動を考えるので、上記の式中において z_0 は、

$$z_0 = A \sin(2\pi ft), \dots (14)$$

とおく。ただし、 A は振幅、 f は振動数である。

4. 計 算 方 法

本報では、スプリット付き平板は静止状態よりある瞬間に動き始めるものと仮定する。平板に沿う流れは、平板両端およびスプリット後縁より滑らかにはがれるものとする。それゆえ、各時間ステップに放出するうず点の導入位置は、その延長上に位置するとして距離を ε とした。本報では、パラメータの数を減らして問題を単純化するため ε はいずれの場所も同じ値をとることにした。 ε および Δt については値のとり方によって計算結果に大きく影響を及ぼす。また、その最適値は計算対象によって異なるが、本報では Δt が小さくなりすぎないように数種の組合せにより予備計算を行い、また他の計算例なども参考にして決定した。またうずどうしの接近、うずの平板およびスプリットへの接近についての対策さらにうずの強さの減衰については、Kiya-Arie⁽⁷⁾と同様の手法を用いた。

5. 計 算 結 果

本報では、種々のパラメータを変化させそれぞれの影響を調べるために以下の項目について数値計算を実行した。まずスプリット長さについては、スプリットのない場合とスプリット長さと平板幅の比 $l/2h$ が1, 2, 3 の場合の計4種類を採用した。また、傾き角 α については振動方向に垂直な場合と、時計方向に15, 30, 60, 90° 傾いた場合について計算し比較した。振幅 A/h については0.5 および1について計算を行った。ここで、 A/h は静止流体中で物体が単振動する場合には、よく知られた K_c 数 (Keulegan-Carpenter number, UT/h)⁽²⁾ に比例する。すなわち、 $A/h = K_c/2\pi$ である。 ε および Δt については、 ε は0.025、 Δt は0.2を用いた。

5・1 流れの構造について 図2に一周期にわたるスプリット付き平板まわりの流れ模様の変化を示す。図2(a)は離散うずモデルによって流れ場に導入されたいうず点の挙動を表している。図2(b)は図2(a)の各時間に対応した流線を示したものである。図

2 中○は反時計回りの、△は時計回りのうず点を表している。ここでは代表的な例として $l/2h=1, \alpha=30^\circ, A/h=0.5$ の場合を示した。図 2 よりわかるように、振動している方向の平板上端後方に強いうずが形成されており、振動方向が反転すると逆向きの強いうずが形成されている。またスプリット後縁からはあまり強いうずは生じていない。逆向きのうずどうしは互いにペアを形成しているようすも図 2 よりわかる。つぎに、各パラメータの変化による流れの構造の違いを比較したものを図 3 に示す。図 3 (a) は図 2 で示したものと同じものであり、図 3 (b)～(d) は同時刻の場合を比較している。図 3 (b) のスプリットの無い場合には、

平板下端からも強いうずが発生し、うず対を形成している。また図 3 (c) の傾き角のない場合には、逆向きのうずどうしがきれいなうず対をなして新しいうずに追いやられるようすが見られる。振動が 2 倍になった図 3 (d) では上半面の流れのようすは図 3 (a) とよく似ているが、下半面ではスプリットと平板下端よりかなり乱れた流れとなっていることがわかる。

5.2 非定常流体力 振動方向の力である C_D の時間的な変化を図 4 に示す。ここでは、各傾き角による違いを示したが、図 4 (a) はスプリットの無い場合そして図 4 (b) がスプリットのある場合の例として $l/2h=2$ を取り上げた。いずれの場合についても、平板の振動に伴った周期性を示している。2～3 周期めには少し位相遅れが生じていることがわかる。スプリットのある場合には振動方向について形状は非対称であるが、 C_D についてはほぼ対称的な変化を示している。つぎに、振動方向に垂直な力である C_L の時間変化を図 5 に示す。 C_D の場合と同様の条件について示すが、 C_D に現れるような位相遅れは C_L に関しては見られないことがわかる。またスプリットのある場合とない場合では C_L の変動周期の位相が半周期ずれている。これは平板とスプリットが垂直に取付けられているため、 y 軸方向の力への効果がプラス・マイナス逆に作用するためである。つまりスプリットの無い図 5 (a) の場合には平板だけの効果が、そしてスプリット長さ $l/2h=2$ の図 5 (b) ではスプリットの効果が現れると考えられる。

図 6 には、 C_D および C_L の最大値の各傾き角に対する変化を示す。 C_{Dmax} ではスプリット長さによって変化のようすが違う。スプリットの無い場合は α が大

図 2 流れ模様の変化
($l/2h=1, \alpha=30^\circ, A/h=0.5$)

図 3 流線の比較 ($t/T=1.6$)

きくなるにつれて C_{Dmax} は減少するが、 $l/2h=1$ では α に関係なく C_{Dmax} の値はほぼ一定となる。さらに、 $l/2h$ が大きくなると α の増大に伴って C_{Dmax} も増大する。これは $l/2h$ の大きい場合は α が大きくなるとスプリットが振動方向の流体力の主な原因になるためである。 C_{Lmax} については、スプリット長さに関係なく変化の傾向はほぼ一定になっている。つまり、 α が 45° の付近は軸として対称になっており、この付近で

最大値を持つと考えられる。また、スプリット長さ $l/2h=1$ 程度ではスプリットの無い場合とほとんど変わらず、スプリットが C_L にはほとんど影響していないことがわかる。つぎに、同様の比較を振幅 $A/h=1$ つまり図 6 の場合の 2 倍の振幅について図 7 に示す。縦軸のスケールが半分になっているだけで図 6 とほとんど

図 4 振動方向の力の時間的変化 ($A/h=0.5$)

図 5 振動方向に垂直な力の時間的変化 ($A/h=0.5$)

(a) 振動方向の力

(b) 振動方向に垂直な力

図 6 C_D および C_L の最大値の傾き角による変化 ($A/h=0.5$)

(a) 振動方向の力

(b) 振動方向に垂直な力

図 7 C_D および C_L の最大値の傾き角による変化 ($A/h=1$)

ど変わらないことがわかる。つまり振幅が $A/h=0.5$ から $A/h=1$ の2倍にすると流体力もすべて2倍に作用していることを表している。振幅と流体力との関係については垂直平板などの場合詳しくしらべられているが⁽²⁾、本報では、主にスプリットと傾き角の影響を調べることを目的としているため、ここでは議論をさける。

6. 結 言

一様流のない流体中で振動する物体に対する解析の実際問題へのアプローチとして、スプリットを有する平板が静止流体中で傾き角をもって振動する場合について数値解析を行った。数値解析には離散うずモデルを用い、各種のスプリット長さおよび傾き角について計算を実行し、流れの構造や流体力について示した。

これらの結果を要約すると以下のとおりである。

(1) スプリットを設けることにより、傾き角のある場合には強いうずの形成がさまたげられ、振幅が大きいと流れを乱す効果がある。

(2) 振動方向の力 C_D については、スプリット長さによって傾き角の影響が変化し、傾き角の増大に伴って、スプリット長さの短い場合には C_D は減少し、長い場合には増大する。

(3) 振動方向に垂直な力 C_L については、スプリットの無い場合に対してスプリットのある場合には時間的な変化において位相に 180° のずれがある。また、 C_L の最大値は傾き角 45° 付近で最大値をとる。

文 献

- (1) Hamann, F. H. and Dalton, C., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 93-4 (1971), 1197.
- (2) Graham, J. M. R., *J. Fluid Mech.*, 97 (1980), 331.
- (3) Apelt, C. J. and West, G. S., *J. Fluid Mech.*, 71-1 (1975), 145.
- (4) 永野・ほか2名, 機論, 47-413, B (昭56), 32.
- (5) Busu, B. C. and Hancock, G. J., *J. Fluid Mech.*, 87 (1987), 159.
- (6) 畠山・仲谷, 機論, 52-477, B (昭61), 2072.
- (7) Kiya, M. and Arie, M., *Bull. JSME.*, 23-183 (1980), 145.