ターボ機械の三次元流動解析における乱流モデリング*

井 上 雅 弘^{*1}

Turbulence Modeling for Three Dimensional Flows in Turbomachine

Masahiro INOUE

Key Words: Fluid Machine, Turbomachine, Three-Dimensional Flow, Turbulence Modeling, Numerical Analysis

1. ま え が き

ターボ機械の歴史は古く、現在では至る所でさまざまな形式の機械が活躍している。金銭に糸目をつけなければ効率90%以上の機械の製作が可能であり、ある意味では機械として完成品である。いまさら流体力学的な研究を行う必要があるか。だれもが感じる素直な疑問であろう。——にもかかわらず、ターボ機械の流体力学的研究は相変わらず盛んである。毎年行われるASMEの国際ガスタービン会議では3分の1以上がターボ機械に関連する論文で、ASMEは論文の増加に应付するために1986年7月からJournal of Turbomachineryを発刊した。そのほかIAHRをはじめターボ機械に関連する国際学会はいつも盛況である。なぜであろうか。一つには、技術の変遷とともに生じるターボ機械の利用分野の拡大が挙げられよう。極超音速航空機の補助エンジン、低燃費航空機エンジン、宇宙ステーション動力源、極低温用超小形エキスパンダ、バイオエンジニアリング用ポンプ等々である。しかしそれ以上に、ターボ機械内部流動の複雑さが研究者の探究心をくすぐるからであろう。新しい機械の設計・製作・試験の繰返しによって高性能が達成されているにもかかわらず、内部流動の詳細は相変わらず予測不可能で、ブラックボックスの状態にある。

しかるに最近の計算機技術と数値流体力学の目覚ましい発展は、複雑な三次元内部流動の予測を可能にしている。その際、予測精度の鍵を握るのは乱流モデリングである。本稿ではターボ機械の三次元数値解析に

必要な乱流モデリングと数値解析例について概説し、将来を展望する。

2. ターボ機械の乱流

流れの状態が主として乱流せん断応力の主たる1成分によって決まり、その応力がひずみ速度(strain rate)の主たる1成分に依存する流れを単純乱流、多くの乱流せん断応力成分が流れに関与し、多くのひずみ速度成分や浮力、遠心力などの体積力に依存する乱流を複雑乱流と定義するならば、ターボ機械の内部流動は後者の典型であろう。すなわち、翼面境界層は遠心力やコリオリの力の影響を受けてねじれ境界層になり、壁面境界層は翼と干渉して強い二次流れを生じ、回転または流線曲率の影響による二次流れは局所的に低エネルギー流体を集積させ、場合によっては三次元的に離れを誘発する。また、翼とケーシングの間にスキマがある場合、漏れ流れやかき上げ渦が生じる。このような複雑乱流の構造は単純乱流の構造とは異なる。例えば、スパン方向の軸の周りに回転するく形ダクトの流れでは、前面(圧力面)で乱れが増幅し、後面(負圧面)で減衰すること⁽¹⁾や、回転する伴流では流れ方向の速度変動成分に比べて半径方向の変動成分の減衰が遅れること⁽²⁾⁽³⁾などが実験的によく知られている。したがって長年の研究で築かれた単純乱流のモデルをそのまま適用するには問題がある。以下に主として回転および流線曲率の効果を含む三次元乱流について考えることにする。

まず、このような三次元乱流に対する基礎式を記述しよう。アンサンブル平均化した連続の式およびナビエ-ストークスの式(NS式)が方程式系として閉じるにはレイノルズ応力 $\overline{\rho u_i u_j}$ に対する方程式が必要で

* 原稿受付 昭和62年9月10日。

^{*1} 正員、九州大学工学部(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

ある。一定角速度 Ω で回転する一般座標系に対してレイノルズ輸送方程式を NS 式から導出すると、テンソル表現で次のようになる。

$$\begin{aligned} (\rho u_i u_k U^j)_{,j} = & - \left(\overline{p' u_i \delta_k^j} + \overline{p' u_k \delta_i^j} + \overline{\rho u_i u_k u^j} \right)_{D_1} \left[\dots D_1 \dots \right] \left[\dots D_2 \dots \right] \\ & - \overline{u_i F_k^j - u_k F_i^j} \left[\dots D_3 \dots \right] + \left(\overline{p' u_{i,k}} + \overline{p' u_{k,i}} \right)_{D_2} \left[\dots F \dots \right] \\ & - \left(\overline{\rho u_i u^j U_{k,j}} + \overline{\rho u_k u^j U_{i,j}} \right)_{D_3} - \left(\overline{u_{i,j} F_k^j} + \overline{u_{k,j} F_i^j} \right)_{D_2} \left[\dots P \dots \right] \left[\dots E \dots \right] \\ & - 2\rho\Omega^2 (\varepsilon_{ipj} \overline{u_k u^j} + \varepsilon_{kjp} \overline{u_i u^j}) \left[\dots C \dots \right] \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

ここに、 ρ : 密度、 u_i : 変動速度成分、 U_i : 平均速度成分、 p' : 圧力変動、 δ_{ij} : クロネッカのデルタ、 F_{ij} : 粘性応力テンソル ($2\mu \overline{S_{ij}}$)、 $\overline{S_{ij}}$: 平均流れのひずみ速度 $[(U_{i,j} + U_{j,i})/2]$ 、 Ω_i : 回転角速度成分、 ε_{ipj} : 置換テンソル。また、上付の添字は反変成分**1であり、添字、 i は i 方向の座標に関する偏微分を意味し、同じ添字記号が現れる項についてはすべての成分の和をとる。

上式の右辺各項のうち、 D_1, D_2, D_3, F および E は $\overline{u_i u_j}$ 以外の未知の相関項を含むので、これらの各項に関するモデル化が必要である。しかし、この項のモデル化は、後述するように一般の三次元乱流に対しては困難である。したがって式(1)を変形して乱れの運動エネルギー $k = g^{ij} \overline{u_i u_j} / 2$ と乱れエネルギーの散逸 $\varepsilon = \overline{F^{ij} u_{i,j}} / \rho = 2(\mu/\rho) \overline{S_{ij} S^{ij}}$ (ここに $S_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$) に対する輸送方程式を導出し、これをモデル化することが行われている。これらの輸送方程式は、後者については若干の近似を含むが、次のように書ける。

$$\begin{aligned} (\rho k U^j)_{,j} = & - \left(\overline{u_i p' \delta^i j} + \overline{\rho k u^j} - \overline{u_i F^i j} \right)_{D_1} \left[\dots D_2 \dots \right] \left[\dots D_3 \dots \right] \\ & - \overline{\rho u^i u^j U_{i,j}} - \overline{F^{ij} u_{i,j}} \left[\dots P \dots \right] \left[\dots E \dots \right] \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\rho \varepsilon U^j)_{,j} = & - \left(\overline{\rho \varepsilon u^j} \right)_{D_2} - 4(\mu/\rho) \overline{S^{ik} p'_{,ik}}_{D_1} \\ & - 4\mu \overline{S_{ik} u^j S^{i,j,k}}_{P} \\ & - 4\mu (U^j_k \overline{S^{ik} u_{i,j}} + U_{i,j} \overline{S^{ik} u^j_{,k}})_{D_3} \\ & + g^{nj} \mu \varepsilon_{,nj} - 4\mu \overline{S^{ik} u_{i,j} u^j_{,k}}_{P'} \\ & - 8\mu \varepsilon_{ipq} \Omega^2 \overline{S^{ik} u^j_{,k}} - 4(\mu^2/\rho) g^{nj} \overline{S^{ik} S^{i,j,k}}_{E} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

式(1)、(2)および式(3)の左辺は、それぞれレイノルズ応力、乱れエネルギーおよび散逸項の対流的変化を表しており、右辺各項については、 D_1, D_2 および

D_3 はそれぞれ圧力変動、乱流変動および粘性による拡散、 F は圧力とひずみ速度の干渉、 P は平均流れ場からの生成、 E は粘性による消散、 C はコリオリの力による生成または再配分、 P' は変動する速度こう配による生成を表している。ここで注目すべきは、流線曲率の影響は座標系を介して式(1)~(3)のすべてに陰的に現れるが、回転の影響は $\overline{u_i^2}$ ($i=1, 2, 3$) の再配分に寄与するものの、乱れエネルギー k の輸送方程式には現れないことである。

3. 乱流モデルの現状と将来

乱流応力の最も単純なモデルは Bousinesq による渦粘性係数の導入 (BVM: Bousinesq's viscosity model) で、三次元流れに対しては次式で記述される。

$$\rho \overline{u_i u_j} = (1/3) \rho \varepsilon_{ij} \overline{u_k u_k} - \mu_t (U_{i,j} + U_{j,i}) \dots (4)$$

上式において、 $\overline{u_i u_j}$ は μ_t と速度こう配 ($U_{i,j}$ など) の関数になるので μ_t がモデル化される。

μ_t を代数式で与える零方程式モデル (AEVM: Algebraic eddy viscosity model) の中では、Prandtl の混合距離 l に基づくモデル (MLM: Mixing length model) が最もよく用いられる。

$$\begin{aligned} \mu_t = & 2\rho l^2 \sqrt{\overline{S_{ij} S^{ij}}} \\ \overline{S_{ij}} = & (U_{i,j} + U_{j,i})/2 - \delta_{i,j} U_{k,k}/3 \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

とくに、壁面付近の内層で l の分布を規定する Cebeci-Smith⁽⁵⁾ および Baldwin-Lomax⁽⁶⁾ のモデルは著名で、三次元性があまり強くない流れや小さな距離を伴う流れにも使用できる。しかし、回転を伴う流れや流線曲率が大きい流れの場合には l に対する補正が必要である。Bradshaw⁽⁷⁾ によれば

$$l/l_0 = 1 - \beta R_i \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 l_0 : 流線曲率および回転を伴わない乱流の混合距離、 R_i : リチャードソン数で、流線曲率および回転を考慮する場合、それぞれ

$$\begin{aligned} R_i = & 2(U_s/R_s)/(\partial U_s/\partial y) \} \\ R_i = & 2\Omega/(\partial U_s/\partial y) \} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 U_s : 流速、 R_s : 流線の曲率半径、 y : 流れに直行する座標。

流線曲率や回転を伴う数種の流路について β の値が実験的に調べられているが^{(7)~(10)}、 β は流れの状態によって局所的に変化し、 β に関して普遍的なモデルを作るのは容易でない。なお、レイノルズ応力輸送方程式の線形解析⁽¹¹⁾や LES⁽¹²⁾ (large eddy simulation) によって回転するダクトの流れの β 値が調べられている。

渦粘性係数 μ_t が乱流の速度スケール v_t ($\sim k^{1/2}$) お

**1 座標系のメトリックテンソル g_{ij} の反対称テンソルを g^{ij} とすれば $g_{ij} g^{ik} = \delta_j^k$ 、 U_i の反変成分は $U^i = g^{ij} U_j$ である。

および長さスケール $l_t (\sim k^{3/2}/\varepsilon)$ の積に比例すると考え、 u_t や l_t に関連する量の輸送方程式を連続の式および NS 式と連立させて解く、いわゆる 1 方程式モデルや 2 方程式モデルによれば AEVM よりも合理的に回転や流線曲率の効果が考慮できる。例えば最も広く普及している $k-\varepsilon$ モデルでは次式と式(4)を NS 式に代入し、 k と ε の輸送方程式と連立させる。

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad \dots\dots\dots (8)$$

Galmes-Lakshminarayana⁽¹³⁾ は、式(2)、(3)の右辺をモデル化した Jones-Launder の $k-\varepsilon$ モデル⁽¹⁴⁾ を一般座標系に拡張し、次式により回転と流線曲率の影響を考慮している。

$$(\rho k U^j)_{,j} = [(\mu + \mu_t / C_\mu) g^{ij} k_{,i}]_{,j} + P - \rho \varepsilon - (10/3) g^{ij} \mu k^{1/2} k_{,i}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$(\rho \varepsilon U^j)_{,j} = [(\mu + \mu_t / C_\varepsilon) g^{ij} \varepsilon_{,i}]_{,j} + C_{e1} F_e(R_T, R_{Tc})(\varepsilon/k) P - C_{e2} \rho(\varepsilon^2/k) + C_{e3}(k^2/\varepsilon) g^{ij} \mu (\bar{S}_{ik} \bar{S}_{j}^{ik}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 P : 生成項 $(= -\rho u_i u^j U_{i,j})$, $C_\mu = 1$, $C_\varepsilon = 1.3$, $C_{e1} = 1.44$, $C_{e2} = 1.92$, $C_{e3} = 0.2$ 。また $F_e(R_T, R_{Tc})$ は壁面効果を加味して回転の効果を考慮する関数で

$$F_e(R_T, R_{Tc}) = 1 + 0.3(1 - R_{Tc}) \exp(-R_T^2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $R_T = \rho k^2 / (\mu \varepsilon)$, $R_{Tc} = -\varepsilon_{ipj} \Omega^p / U_{i,j}$ Howard ら⁽¹⁵⁾ は、回転と流線曲率を考慮するパラメータ C_s および G_s を導入し、通常の $k-\varepsilon$ モデルにおける k および ε の輸送方程式の右辺に、それぞれ G_s および $(-C_{e2} C_s \rho \varepsilon^2 / k + G_s \varepsilon / k)$ を付加している。なお C_s および G_s に対して次の 3 とおりのモデリングを行っている。

$$\left. \begin{aligned} \text{モデル I: } C_s &= 0, \quad G_s = 4.5 \mu_t (2\Omega - UA_{yz}) (\partial U / \partial y) \\ \text{モデル II: } C_s &= 0.2 (k/\varepsilon)^2 (2\Omega - UA_{yz}) (\partial U / \partial y - 2\Omega) \\ &G_s = 0 \\ \text{モデル III: } C_s &= 0.2 (k/\varepsilon)^2 (2\Omega - UA_{yz}) (\partial U / \partial y) \\ &G_s = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 A_{yz} : 曲率・ねじれ率パラメータで座標系によって決まる値⁽¹⁶⁾

ところで、式(8)において C_μ を定数とする限り渦粘性係数 μ_t は等方性を有するが、回転や流線曲率の影響が大きい三次元乱流に対して μ_t が等方的であるとは思われない。事実、回転流れ場における μ_t の非等方性が統計論から導出されている⁽¹⁷⁾。 μ_t の非等方性を考慮して C_μ 値を変える試みが回転円柱の流れ⁽¹⁸⁾や直円管内の旋回流⁽¹⁹⁾に対して行われている。また、次に述べる代数応力方程式モデルにより、 C_μ を P (生成項)、 ε , k , 速度こう配、流線曲率などの関数で表示す

る試みもある⁽²⁰⁾⁻⁽²²⁾。

式(1)から容易に想像できるように、レイノルズ応力の一つの成分は他の成分にも関連する。しかし、BVM ではこれらは互いに独立であるので、 $k-\varepsilon$ モデルの輸送方程式の各項や C_μ をいかに修正しようとも、式(8)を式(4)に代入する限りモデルの普遍性には限度がある。このため、回転および流線曲率の影響や三次元性が強い流れ、流れ方向に状態が急変する流れ、および大きなく離を伴う流れに、そのまま BVM/ $k-\varepsilon$ モデルを使用すると精度が悪く、流れの状態に応じてモデルを修正しなければならない。ターボ機械では前述のように種々の流れが混在しているので、BVM/ $k-\varepsilon$ モデルを局所的に修正して使用するのには不可能に近い。

$\rho \overline{u_i u_j}$ を μ_t と速度こう配のみの関数でなく、 $\rho \overline{u_k u_l}$, k , ε などの代数的な関数として表示する、いわゆる代数応力方程式モデル (ARSM: Algebraic Reynolds stress model) を使用すると上述の欠点は解消できる。しかし、実際には各応力成分間の関係は代数的ではなく、あくまで式(1)の偏微分方程式を代数近似するモデルであり、モデル化の自由度が大きいので、複雑な物理現象に即したモデル化を行うには多くの実験データの積重ねが必要で、現状では未完成の域にある。Galmes-Lakshminarayana⁽¹³⁾ は、Rodi⁽²³⁾ により提案された ARSM を回転および流線曲率の効果を含む一般座標系の式に拡張している。

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u_i u_j}}{k} &= \frac{2}{3} \delta_{ik} + \{R_{ik} [1 - (C_2/2) F] \\ &+ \{P_{ik} - (2/3) \delta_{ik} P\} (1 - C_2 F) \\ &- (2/3) \rho k R_T^{-1/2} \bar{S}_{ik}\} \\ &/ \{P + \rho \varepsilon^* (C_1 F - 1)\} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここに、 $F = 1 + 2.5 k^{3/2} / (\varepsilon n_i X^i)$, n_i : 単位ベクトル成分, $\varepsilon^* = \varepsilon + (10/3) g^{lm} (\mu/\rho) k^{1/2} k_{,m}^{1/2}$, $P_{ik} = -\rho (\overline{u_i u^j} U_{j,k} + \overline{u_k u^j} U_{i,j})$, $R_{ik} = -2 \rho \Omega^p (\varepsilon_{ipj} \overline{u_k u^j} + \varepsilon_{kpj} \overline{u_i u^j})$, $C_1 = 1.5$, $C_2 = 0.6$ 。

また、Hah⁽²⁴⁾ は回転する伴流について、次式を提案している。

$$\begin{aligned} &(1 + C_1) (-\overline{u_k u_j} U_{i,k} - \overline{u_k u_i} U_{j,k}) (1 - \gamma) \\ &- 2 (\varepsilon_{ilm} \Omega_l \overline{u_m u_j} + \varepsilon_{jlm} \Omega_l \overline{u_m u_i}) \\ &- (2/3) \delta_{ij} (1 - \gamma) \varepsilon - C_\phi (\varepsilon/k) \{\overline{u_i u_j} - (2/3) \delta_{ij}\} \\ &+ D_0 \Omega_n (\varepsilon_{inj} \overline{u_i u_j} + \varepsilon_{inj} \overline{u_i u_i}) = 0 \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに、 C_1 : 式(1)の対流項および拡散項の影響を修正する変数, $C_\phi = 1.5$, $\gamma = 0.6$, $D_0 = 0.7$ 。

そのほか、ダクトのコーナ流れ⁽²⁵⁾、流線曲率を伴う流れ⁽²⁶⁾、スパン軸の周りに回転するダクトの流れ⁽²⁷⁾などに関連した ARSM が提案されている。これらの提

案式にはいずれも k および ε が含まれているので、 k - ε モデル〔例えば、式(9)および(10)〕を併用して NS 式を解かねばならない。ARSM/ k - ε モデルを使用すると BVM/ k - ε モデルに比べてやや多くの計算時間を必要とするが、既存のコンピュータでも三次元流れ解析が行えるので、ARSM が完成すれば実用的シミュレーション法として有望である。

式(1)の右辺を直接モデル化し、ひずみ速度 $\bar{S}_{ij}$ 、乱れエネルギー k 、エネルギー散逸 ε 、生成項 P などの関数で表示する応力方程式モデル (RSM: Reynolds stress model) を使用すれば、さらに合理的で複雑乱流への適用性は良くなるが、六つのレイノルズ成分および ε に対する輸送方程式を連続の式および NS 式と連立させなければならないので、既存のコンピュータ容量では三次元流れの計算は困難であり、5~10 年後の次世代のコンピュータを待つ必要がある。式(1)の右辺においてモデル化が必要な項は、拡散項、圧力-ひずみ相関項および消散項である。拡散項については圧力変動および粘性による拡散を無視して次のような提案式⁽²⁸⁾がある。

$$\overline{u_i u_j u_k} = -C_s(k/\varepsilon)\overline{u_k u_m}(\partial \overline{u_i u_j} / \partial x_m) \cdots \cdots (15)$$

圧力-ひずみ相関項に関しては、最も議論が分かれるところであるが、次式⁽¹³⁾が回転の効果を含んでいる。

$$\begin{aligned} \overline{p' u_{i,k}} + \overline{p' u_{k,i}} / \rho = & [-C_1(\varepsilon/k)\{\overline{u_i u_k} - (2/3)\delta_{ik}k\} \\ & - C_2\{P_{ik}^* - (2/3)\delta_{ik}P\}]\{1 + 2.5k^{3/2}/(\varepsilon_{ni}x_i)\} \\ & \cdots \cdots \cdots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $P_{ik}^* = -\overline{u_i u_j}(U_{k,j} + \varepsilon_{kpj}\Omega^p) - \overline{u_k u_j}(U_{i,j} + \varepsilon_{ipj}\Omega^p)$ 。

また消散項に関しては、次の提案式⁽²⁹⁾がある。

$$\begin{aligned} D_{ik} = & -(2/3)\rho\{\varepsilon + (10/3)g^{lm}\nu k_m^{1/2}k_m^{1/2}\} \\ & \times \{\delta_{ik} + (k/\varepsilon)R\bar{\tau}^{1/2}\bar{S}_{ik}\} \cdots \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

これらのモデルの妥当性は比較的単純な流れの計算結果と実験結果の比較により検討されつつあるが、式(1)の右辺には測定不可能な項があり、測定できる物理量により適否を推定するしかない。ましてターボ機械の内部流動のように複雑な三次元流れについては比較のための実験データも皆無に近く、有効なデータを得るための測定技術の開発が望まれる。

4. 三次元粘性流れの解析例

ターボ機械の内部流動解析においては 1970 年から 1980 年代の初期にかけて、子午面流れと翼間流れを反復計算する、いわゆる準三次元流動解析が全盛であった。しかし、部分負荷時に局所的な逆流領域が広がる場合や、ハブからシュラウドまでの翼負荷分布が著しい場合、遷音速流れで翼間に三次元の衝撃波が形成さ

れる場合などのように、準三次元流動解析では計算不可能な問題も多い。これに対処するため、三次元流動解析が行われている。

内部流動の三次元性が顕著に現れる例としてタービンノズルの二次流れがある。すなわち転向角の大きい翼列と端壁境界層との干渉の結果、大きな二次流れが生じ、ノズル出口の損失分布と流出角分布が二次元翼列における値と著しく異なる。この問題は、NS 方程式を放物形化⁽³⁰⁾または部分放物形化⁽³¹⁾⁽³²⁾した空間進行法、その圧力補正手法を改善した円形解法⁽³³⁾⁽³⁴⁾、時間進行法⁽³⁵⁾などさまざまな数値解法により扱われている。タービンノズル内は増速流で境界層が比較的薄いので、ほとんどの解法が流線曲率の考慮をしない BVM/MLM^{(30)~(32)(34)}または BVM/ k - ε モデル⁽³⁵⁾を乱流モデルとして使用している。それでも翼面圧力分布は実験値とよく一致し、定性的に二次流れの形成もシミュレートできる。しかし、定量的には二次流れの巻上がる位置は実験と異なり、そのため壁面近傍の損失分布および転向角分布が実験値とずれる。ARSM/ k - ε モデルにより流線曲率の影響を考慮⁽³³⁾しても二次流れの巻上がる位置のずれは改善されていない。この理由は、三次元問題では計算格子数が計算機容量により制約されるので乱流モデリングの是非が問われる境界層内の計算点が少ないことによるものと思われる。壁面近傍を細かい格子間隔の差分法で、その他の領域を有限要素法で解く Zonal 方式の数値解⁽³⁶⁾では、乱流モデリングの重要性が強調されている。

遠心力およびコリオリの力が作用する遠心圧縮機羽根車内の低エネルギー流体の集積 (ウェークの形成) も三次元流動解析の重要な課題の一つである。部分放物形解法による解析例^{(16)(37)~(39)}が多く、乱流モデルには回転効果を考慮しない BVM/MLM を使用したものの⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾と前述のパラメータ C_s および G_s を用いて回転効果を考慮する修正 k - ε モデルを使用したものの⁽¹⁶⁾⁽³⁹⁾があり、後者によるほうがウェークの集積位置をよくシミュレートしている。すなわち、粘性の影響が壁面から離れた位置まで及ぶ減速流れでは、乱流モデルへの回転効果の配慮が必要になる。

軸流送風機・圧縮機については、翼先端漏れ流れについていまだ不明な点が多く、実験的解明も困難なことから、数値シミュレーションで流れのメカニズムを解明する試みが行われている。すなわち、乱流モデルに k - ε モデルを採用し、部分放物形解法で先端すぎまのある直線静翼列の流れを求めたもの⁽⁴⁰⁾、乱流モデルに式(14)の代数応力方程式モデルを使用し、基礎方程式の高次の離散化により数値拡散を小さくし、円形

圧力補正法により単段軸流動翼の先端付近の三次元流れを求めたもの⁽⁴¹⁾、混合距離モデル (Baldwin & Lomax モデル) を採用し、NS 式を有限体積法で離散化して陰的時間進行法で先端漏れ流れを含む遷音速ファンロータの流れ場を求めたもの⁽⁴²⁾などがある。これらの数値解はいずれも実験結果と比較され、定量的にもある程度流れのようすをシミュレートできることが示されている。

しかし、上述のすべての数値解例から判断すると、現状では実験結果との比較なしに計算値が定量的に正しいと断定しうるほどの数値解法はないようである。計算格子数の制約上、乱流モデルの是否のみでなく、スキームの差異によっても計算結果が異なる場合もある。今後、計算機性能が向上し、計算格子数が十分とれるようになると、乱流モデリングはもっと重要な意味を持つ。ターボ機械の内部流動のように複雑な三次元乱流に適用できる普遍的モデルの確立が望まれる。そのためには内部流動に関する詳細な実験資料の蓄積も必要である。

5. む す び

最近、計算格子よりも小さいスケールの乱れについてのみモデル化を行う格子乱流シミュレーション (LES) や、モデル化は全く行わず高次の離散化による数値拡散のみで安定に解を求める直接シミュレーション (DS) により非定常 NS 式を解き、乱流場を求める方法が脚光を浴びている。このような解法は、乱れの大規模な構造のみを求めたい場合には三次元問題に対しても近い将来に実用に供されるであろう。原理的には計算格子を細かくするほど高精度の解が得られるので、計算機性能が著しく向上してコロモゴロフ・スケール程度の格子分割が可能になれば、局所的な離れによる揺らぎも旋回失速も実際の現象と同じようにシミュレートでき、ターボ機械の数値試験も行える。しかしこれを実現するには計算機能力が現在の 1000 倍以上必要であるとも試算されており、計算機ハード技術の壁はあまりにも大きい。この壁を乗り越えるまでは、乱流モデリングに関する理論的ならびに実験的研究は続けなければならない。

文 献

- (1) Johnston, J. P., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 56 (1972), 533.
- (2) Ravindranath, A. and Lakshminarayana, B., *Trans. ASME, Ser. A*, 103-1 (1981), 131.
- (3) Inoue, M. and Kuroumaru, M., *Trans. ASME, Ser. A*, 106-3 (1984), 561.
- (4) Lakshminarayana, B., *AIAA J.*, 24-12 (1986), 1900.
- (5) Cebeci, T., ほか 2 名, *NASA CR 2777*, (1977).
- (6) Baldwin, B. S. and Lomax, H., *AIAA Paper*, 78-257 (1978).
- (7) Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, 36-1 (1969), 177.
- (8) Johnston, J. P., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 56-3 (1972), 533.
- (9) Koyama, H., ほか 3 名, *Trans. ASME, Ser. A*, 101-1 (1979), 23.
- (10) Shivaprasad, B. G. and Ramaprian, B. R., *Trans. ASME, Ser. I*, 100-1 (1978), 37.
- (11) Bertoglio, J. P., *AIAA J.*, 20-9 (1982), 1175.
- (12) 三宅・梶島, 機論, 52-474, B (昭 61), 758.
- (13) Galmes, J. M. and Lakshminarayana, B., *AIAA J.*, 22-10 (1984), 1420.
- (14) Jones, W. P. and Launder, B. E., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 15 (1972), 301.
- (15) Haward, J. H., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. I*, 102-4 (1980), 456.
- (16) Fraser, D. A., *Trans. ASME, Ser. A*, 105-3 (1983), 422.
- (17) 下村・吉澤, 生産研究, 38-1 (昭 61), 62.
- (18) Pougare, M. and Lakshminarayana, B., *J. Propul. Power*, 2 (1986), 289.
- (19) 小林・依田, 機論, 52-481, B (昭 61), 3230.
- (20) Leschziner, M. A. and Rodi, W., *Trans. ASME, Ser. I*, 103-2 (1981), 352.
- (21) Pourahmadi, F. and Humphrey, J. A. C., *AIAA J.*, 21-10 (1983), 1365.
- (22) Warfield, M. and Lakshminarayana, B., *AIAA Paper*, 86-0214 (1986).
- (23) Rodi, W., *ZAMM*, 56 (1976), 219.
- (24) Hah, C., *AIAA J.*, 20-11 (1982), 1599.
- (25) Launder, B. E. and Ying, W. M., *PIME*, 187 (1973), 37.
- (26) Irwin, H. P. A. and Smith, P. A., *Phys. Fluids*, 18-6 (1974), 624.
- (27) Cousteix, J. and Aupoix, B., *Recherche Aerosp.*, 1981-4 (1981), 51.
- (28) Launder, B. E., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 68-3 (1975), 537.
- (29) Hanjalic, K. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, 74-4 (1976), 593.
- (30) Katsanis, T., *AIAA Paper*, 85-1408 (1985).
- (31) Waterman, W. F. and Tall, W. A., *ASME Paper*, 76-GT-73 (1976).
- (32) Dodge, P. R., *AIAA J.*, 15-7 (1977), 961.
- (33) Hah, C., *Trans. ASME, Ser. A*, 106-2 (1984), 421.
- (34) Moore, J. and Moore, J. G., *Trans. ASME, Ser. A*, 107-4 (1985), 969.
- (35) 鹿野・ほか 2 名, 機論, 51-462, B (昭 60), 461.
- (36) Nakahashi, K., ほか 3 名, *AIAA Paper*, 87-1315 (1987).
- (37) Moore, J. and Moore, J. G., *Trans. ASME, Ser. A*, 103-2 (1981), 367.
- (38) Swanson, B. W., *ASME Paper*, 82-GT-268 (1982).
- (39) Rhie, C. M., ほか 2 名, *AIAA Paper*, 84-1296 (1984).
- (40) Pougare, M. and Delaney, R. A., *Trans. ASME, Ser. T*, 108-3 (1986), 51.
- (41) Hah, C., *Trans. ASME, Ser. A*, 108-1 (1986), 15.
- (42) Dawes, W. N., *Trans. ASME, Ser. T*, 109-1 (1987), 83.