静止流体中の回転円筒まわりの乱流せん断流* (第2報, 大渦の構造)

中 村 育 雄^{*1}, 植 木 良 昇^{*2}, 山下 新太郎^{*1}

The Turbulent Shear Flow around a Rotating Cylinder in a Quiescent Fluid (2nd Report, Structure of Large Eddy)

Ikuo NAKAMURA, Yoshinori UEKI, and Shintaro YAMASHITA

Measurements have been made for space-time correlations of velocity fluctuations in the turbulent shear flow around a circular cylinder spinning in a quiescent fluid. Optimum delay time and the associated motion of lumps of eddies are considered. In order to examine the spatial structure of the turbulent field, Taylor's hypothesis is used to transform the time coordinate to the peripheral one, and various contour maps of spatial iso-correlations are obtained in the plane perpendicular to the cylinder axis. The change in the iso-correlation contours for $Q_{2,2}$ in the plane of $y_s=0$ with the cut-off frequency of a high-pass filter suggests that the mean shear has only a little effect on large eddies with low frequency. The contours for $Q_{2,3}$ show that the range over which the correlation holds the finite value extends in the axial direction over nearly twice the radius of the cylinder, and that there exists a complex large-eddy structure.

Key Words: Turbulence, Shear Layer, Rotating Flow, Space-time Correlation, Iso-correlation Contour, Large Eddy

1. 緒 論

十分に広い静止流体中で自軸周りに回転する円筒により誘起される乱流では平均速度分布が平板境界層とは異なる対数分布を示し, 乱れ場もトルク一定の制約を受け⁽¹⁾, また静止流体を巻き込む領域では逆流が生じるなど多くの特徴が見られる⁽²⁾. 前報⁽³⁾において著者らはこの乱れ場の空間構造を解明するため二点相関方程式を導き, それに基づいて多数の二点相関の測定を行い, その分布を調べた.

基本的な相関にはさらに時間をずらした時空間相関があり, これによって渦の減衰を明らかにしたり, あるいはテイラーの仮説によって主流方向の相関分布を描くことができる⁽⁴⁾⁽⁵⁾. 従来の時空間相関に関する実験には上記の文献のほか, Sabot ら⁽⁶⁾, Antonia ら⁽⁷⁾による報告がある. また, 大坂らは乱流壁面噴流について実験し, 渦塊の傾きを調べ⁽⁸⁾, さらに三次元後流の相関分布を明らかにしている⁽⁹⁾.

本研究では, 静止流体中の回転円筒まわりの平均速度分布が固体面側で大きく, 固体面から離れるにつれ

で小さくなり, 平板乱流境界層と逆の分布形になっていることを考慮しつつ, 前報⁽³⁾で調べた各量の時空間二重相関を求め, また, 円筒軸方向に離れた二点相関を広範囲に測って, この流れの乱れ場の空間構造を明らかにした.

以下に用いる主な記号は次のとおりである (図1参照).

a : 円筒半径
 r, ϕ, y : 円筒座標
 z : 円筒表面からの距離
 U : ϕ 方向の平均速度
 τ : 時間遅れ相関の遅れ時間
 u, v, w : それぞれ ϕ, y, r 方向の変動速度
 添字 A, B : 空間の二点を示す
 添字 1, 2, 3: それぞれ r, ϕ, y 方向

したがって $u_1=w, u_2=u, u_3=v$ に対応 $Q_{i,j}$ = 無次元二点速度相関 $= \overline{(u_i)_A (u_j)_B} / u_\tau^2$, u_τ は摩擦速度, 本実験では $u_\tau = 0.955$ m/s, r_s, ϕ_s, y_s : 二点 A, B の対応座標の差

2. 実験結果と考察

2・1 実験装置と方法 装置はこれまで用いたものと同じで⁽¹⁾, $\phi 300$, 長さ 900 mm の円筒を, 周速と

* 昭和62年10月31日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 昭和62年4月25日.

^{*1} 正員, 名古屋大学工学部 (〒464 名古屋市千種区不老町).

^{*2} 正員, 長野工業高等専門学校 (〒380 長野市徳間716).

直径に基づくレイノルズ数 $=4.7 \times 10^5$ (周速 $=23.1$ m/s) で回転させ A, B 二点に各種の熱線プローブを置いて得られたデータを処理した。実時間約 10 kHz でサンプリングして、マイクロプロセッサで時空間相関の定義式どおり 75 万個のデータについて、75 万回繰返して計算を行った。これは長時間を要するが高精度が得られる。

2.2 $Q_{2,2}$ による乱れ場の表現 一般の二点速度相関は次のように定義される。 $\langle \rangle$ は平均を示す。

$$u_i^2 Q_{ij}(r_A, \phi_A, y_A, t_A, r_B, \phi_B, y_B, t_B) \\ = \langle u_i(r_A, \phi_A, y_A, t_A) u_j(r_B, \phi_B, y_B, t_B) \rangle \quad \dots\dots\dots (1)$$

この中で前報⁽³⁾では同時刻の空間相関 $Q_{2,2}$ の支配方程式に関係させて諸量を調べた。ここでもそれらの量に基づいて考察を進める。時間遅れを考慮する場合に問題となるのは遅れ時間 $\tau = t_B - t_A$ をどの程度まで大きくとるかである。大渦のスケールを推測すると⁽²⁾、本流れではその周波数は約 2 Hz となる。また、データの記録時間が約 2 分間なので、その構造についての平均回数は 200 回程度で、 τ としてはおよそ 200~300 ms 程度までとった。

時間遅れ相関から乱れの空間構造を調べるのにテイラーの凍結乱流の仮説が利用される⁽¹⁰⁾。すなわち、乱れに対して平均流速が十分大きいと空間的構造が凍結してある点を通過するとするもので、これは乱れが主流方向に波動として平均速度を位相速度として伝ばすることを意味する。回転流に対してこのようなことを調べた例はないようであるが、上のことが同様に成立するとすれば u について前報⁽³⁾の式(1)から考えて次式が成立するはずである。簡単のため r, y への依存性を省いて示せば

$$\partial u / \partial t + (U/r) \partial u / \partial \phi = 0, u = f(\phi - Ut/r) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで問題は、これがよい近似になっているかどうかである。例えば Zamman ら⁽¹¹⁾は噴流について渦度

は局所の平均速度ではなく、ある一定の速度で対流的に移動するとしたほうがよいと報告している。本流れについても調べたみたが、局所の平均速度より大きい速度のほうが妥当のようであった。しかし、その値は確定的でなかったので、以下、 ϕ 方向等相関図はすべて局所平均速度で時間軸を空間座標に変えて得られたものを示す。

図 2 (a), (b) は $Q_{2,2}(r_s, \phi_s, 0, \tau)$ の形の相関の測定結果の例として $r_s > 0, r_s < 0$ の場合を示す。前報⁽³⁾の図 5 の $Q_{2,2}(r_s, \phi_s, 0, 0)$ では $r_s > 0$ では $\phi_s < 0$ (上流側) にピークを、 $r_s < 0$ では $\phi_s > 0$ (下流側) にピークを持っている。この傾向はテイラーの仮説を適用すれば図 2 (a), (b) の $\phi_s = 0$ の場合と定性的に一致している。図 2 (a) に示す $r_s > 0$ の特徴は、 $\phi_s = 0$ の最大相関が時間遅れが正 (この時間遅れを最適時間遅れ τ_m で示す) のとき B_1 点に生じ、かつその値が $\phi_s = -0.03$ のときの最大相関値 ($\tau_m = 0$ の B_1' 点) よりも小さいことである。一方、図 2 (b) の $r_s < 0$ では、 $\phi_s = 0$

図 2 (a), (b) 時間空間相関 $Q_{2,2}(r_s, \phi_s, 0, \tau)$

図 1 流れ場と座標系

図 3 図 2 の時間空間相関と渦構造の説明

での最大相関は $\tau_m < 0$ の B_2 点で生じ、その値は下流側の $\phi_s = 0.09$ の位置での最大相関 (B_2 点) より小さい。これは平板の場合に対応して⁽¹²⁾図3のような渦塊の運動を考えることによって説明される。すなわち、固定プローブはA点にあり、Bプローブは $r_s > 0$ では B_1 , $r_s < 0$ では B_2 点にある。テイラー変換により $\tau \cdot \phi_s < 0$ の関係があるから、図2(a)の B'_1 は図3の B'_1 に図2(b)の B'_2 は図3の B'_2 に対応する。A点からの距離は図3の B'_1 のほうが B_1 より遠いので、 B'_1 での最大相関は B_1 での最大相関より小さいほうが普通と考えられる。それが逆であるのは B_1 点で観測される最大相関は上流の B'_1 より大きい半径位置 C_1 にあった流体塊が B_1 点へ来たために生じたものと考えられる。 $r_s < 0$ の場合は B'_2 での最大相関は、 B_2 よりAに近い C_2 位置の流体塊により生ずると解釈される。したがって相関の強い流体塊、すなわち渦塊は下向き速度を持つと考えられる。

周方向の時空間相関 $Q_{2,2}$ の r_s による変化の例を $z_A = 30$ mm の場合について図4に示した。全体的に大きな遅れ時間に対しても正の値のままで、なかなか零にならず平板の場合と同様に⁽⁵⁾、渦塊が主流方向に伸びていることを示している。平板乱流境界層では移動プローブが固定プローブより壁から遠い場合、 $\tau < 0$ で $Q_{2,2}$ に対応する相関のピーク値が現れる⁽⁵⁾。図4では $r_s > 0$ で $\tau_m > 0$ である。これは前報⁽³⁾の図5に対応している。ただ、 τ_m の値は小さい。

図5は、テイラー変換によって求めた $Q_{2,2}$ の等相関線図である。 τ_m の小さいことに対応して平板乱流境界層の場合のような顕著な傾きはみられず⁽⁴⁾、上流側へわずかに傾いている。これは一つには、 $z_A = 30$ mm と速度こう配が小さくなっている場所のためである。もう一つの重要な点はカットオフ周波数に依存してこの

等相関線の分布が大きく変わってくることで、図5は0.1 Hz以下をカットしたものであるが、もっと高周波で切ると図6(a), (b)のようになる。10 Hz カットで $\phi_s \sim 0$ 付近の正相関領域の上流側の壁近くの膨らみが減り、かなり傾いた分布になる。0.1 Hz カット

図4 時間空間相関 $Q_{2,2}(r_s, 0, 0, \tau)$, $z_A = 30$

図5 $Q_{2,2}$ の等相関 (0.1 Hz でカット), $z_A = 30$

(a) 10 Hz でカット

(b) 90 Hz でカット

図6 $Q_{2,2}$ の等相関図, $z_A = 30$

との大きな差は図のように $|\phi_s|$ の大きい所に新たに負相関領域が現れることである。図3の解釈からすると、下向き運動に対して混合距離モデルからは⁽³⁾, $u_A < 0$ が生じやすいので、 $\phi_s \sim 0$ の付近では図3の流体塊により $u_A u_B > 0$ の等相関線が生ずるであろう。図6(a)では $|\phi_s|$ が大きい所では $\phi_s \sim 0$ の領域と反対の上向き運動があつて $u_A < 0$ のときつまり $w_A < 0$ のとき連続の条件から $w_B > 0$ 、したがって $u_B > 0$ 、ゆえに $u_A u_B < 0$ となる確率が高いと推定され両側に負相関領域が生ずる。90 Hz 以下カットでは $\phi_s \sim 0$ 付近の正相関領域はさらに幅が細く傾いた分布になっている。両側に負相関域が生ずる範囲は狭くなっている。以上の傾向は、高周波に対応する小渦成分は対流的影響を

うけやすく、低周波に対応する大渦は対流効果が小さいことを示す。なお 90 Hz はスペクトルでは $-5/3$ 乗法則が成立し始める部分に相当する⁽¹³⁾。この流れでは低い周波数からこの領域が始まっている。

2.3 $Q_{1,2}$ の時空間相関の変化 これは A, B 点が一致したときは周方向のレイノルズせん断応力を与えるものであり、その時空間相関 $Q_{1,2}(r_s, 0, 0, \tau)$, $Q_{2,1}$ からテイラー変換により求めた等相関線図は図7(a), (b) のように得られた。図に見られるように $Q_{1,2}$ と $Q_{2,1}$ は $\phi_s = 0$ の軸に関してほぼ対称となっている。すなわち、 $Q_{1,2}$ の低い値の等値線は上流側に伸び、 $Q_{2,1}$ の低い値の等値線は下流側に広がっているが、高い値の等値線はどちらも細長く縦に伸び、傾きを示していない。以上は 0.1 Hz 以下をカットしたものであるが、90 Hz 以下をカットしたものは図7(c)のようになり、傾くというより図6(a)のように二つの翼状の反対符号の等相関線構造を示す。これらも上述の混合距離モデルに対応していることがわかる。なお、低周波カットにより負の相関が強くなる現象は Favre⁽⁵⁾ の一様等方乱流の実験にも見られるがその説明はなされていない。

2.4 $Q_{2,3}$ による円筒軸方向の渦塊構造の考察

前報⁽³⁾ で見たように円筒軸方向の相関分布は複雑な構造を持っているので、それをさらに明らかにするため $Q_{2,3}$ の時空間相関の分布、空間相関の広範囲にわたる測定を行った。図8に $Q_{2,3}(r_s, 0, y_s, \tau)$ の例を示す。これは固定プローブが $z_A = 10$ mm に置かれ移動プローブがそれより壁から遠くにあつて、円筒の軸に平行に移動した場合である。図には示されていないが $y_s = 60$ での $Q_{2,3}$ の分布は、ピーク値が負で、図の $y_s = -60$ の場合に対し、 τ 軸に関して対称な形であつた。二測定点間の距離が近付き、 $y_s = 40$ になると、 $Q_{2,3}$ が最大

図 7

 図 8 時間空間相関 $Q_{2,3}(r_s, 0, y_s, \tau)$, $z_A = 10$, $z_B = 20$

になる τ_m の値が小さいながら正となり相関分布は縦軸に関して対称でなくなる。さらに二点が近付くと図の $y_s=10$ に見られるように鋭いピークが生じ始め、その両側で強い負の相関がみられるようになる。 y_s が負の側では流れの円筒軸方向への対称性から要求される分布が現れる。

図9は $z_A=60, z_B=20$ mm の場合の例である。 y_s が大きいところでの $Q_{2,3}$ の τ に関する分布は図8とほぼ同様であるが、 y_s の小さい所での分布形状は大きく異なり図8にみられるような複雑な変化を示していない。しかし、 y_s が小さい位置での τ に関する奇関数的分布は平板境界層の Kovasnay らの報告にもみられる⁽¹⁴⁾。図8で $|y_s|$ が小さい位置において、 τ が小さいときの $Q_{2,3}$ の分布は極めて複雑な変化をしているが、この形は、市販の相関分析器 (FFT を利用) による計算では求められず、直接に相関を求める大量の計算によって初めて明らかになったものである。

以上の結果を ϕ_s 方向にテイラー変換して求めた $Q_{2,3}$ の等相関図を図10(a), (b), 図11に示した。図8において $y_s=10$ では、 τ の小さい所では $Q_{2,3}$ の等しい値に対処する τ は四つ存在する。したがって図10(a)にはいわば、火山の噴火口付近を上からみたときの等高線の分布に相当する形が $y_s < 0$ で $|y_s|$ の小さい所に生ずることになる。これは図の矢印付近に現れている。 $y_s > 0$ で y_s の小さい所では逆の形が生ずるが図ではあまり明りようではない。 $z_A=60$ にとったときの $Q_{2,3}$ の分布は図10(b)のようであった。図10(a)に比較すると対称性が悪くなっているが類似の分布形状である。図10, 11とも y_s 軸に関し流れの円筒軸方向一様性からくる反対称性をほぼ表している。

前報⁽³⁾で論じ、本報でこれまでに見てきたように相関量の円筒軸方向分布に大きな特徴がある。そこで、 $Q_{2,3}$ の同時相関を非常に広い範囲で測定し等相関図

としてまとめたのが図12である。相関の存在する範囲は y_s 方向片側で円筒半径 ($a=150$ mm) の2倍近くに及び、非常に大きな渦塊構造があることを示している。この流れの渦塊構造が大きいことは、可視化の結果にもみられ⁽²⁾、それによればそのスケールは円筒半径の2~3倍に及んでいるし、また図8, 9でも相関が

(a) $z_A=10, z_B=20$ (b) $z_A=60, z_B=90$ 図10 $Q_{2,3}$ の等相関図 図9 時間空間相関 $Q_{2,3}(\tau_s, 0, y_s, \tau)$
 $z_A=60, z_B=20$ 図11 $Q_{2,3}$ の等相関図, $z_A=60, z_B=20$

零に近づくのに 300 ms ほどを要していることからわかる。

図 12 の固定プローブは $z_A=60$ mm ($z_A/a=0.4$) に置かれ、 v を測る移動プローブがそのまわりを動いている。移動プローブが固定プローブより壁に近い側、つまり平均流速が大きい所では、 r_s 軸に反対称的に相関値の正負値が分布し、等値線の形は対称的である。すなわち、 $y_s<0$ の側に山があり $y_s>0$ の側に窪みがある。移動プローブが固定プローブより壁から遠い側には大きな特徴がみられ全体で四つの閉じた等値線が存在し、分布は r_s 軸に関して反対称である。図 10, 11, 12 は空間相関 $Q_{2,3}$ の等値曲面の断面を表現しているはずである。これを見るために立体的にこれらの図を組み立てたものが図 13 である。ただし、実験データから完全に忠実な図を描くことはできないので模式的に表現されている。すなわち図 12 の上半面と図 10 は $r_s>0$ の空間に存在する等相関曲面の断面を示し、図 12 の下半面と図 11 は $r_s<0$ の空間に存在する等相関曲

図 12 $Q_{2,3}(r_s, 0, y_s)$ の等相関図, $z_A=60$

図 13 渦の空間構造 (見やすくするために P_A 面、 P_B 面は A 矢視、B 矢視の断面図を示したもの)

面の断面を示している。この構造は固定プローブがある z_A に置かれて、 u_A を測り、移動プローブがその点周りに v_B を検知したときの等相関図であるから、 z_A の値とともに変化する。つまり、この図は $Q_{2,3}=f(z_A, r_s, y_s, \phi_s)=$ 一定なるパラメータ z_A を持つ曲面群の断面で、その形状は z_A の値とともに変わるが、ある z_A の範囲での定性的特性は同一であろう。

顕著な点は r_s の正負で著しく異なることで、これは平均速度分布のせん断によるものである。したがって平板境界層ではおそらく $r_s<0$ の側に r_s の小さい範囲で図の $r_s>0$ の側の構造が生ずるであろう。ただ、壁の制約がどのように現れるかが問題である。また、この図から生じやすい u_A, v_B の向きの関係は図 14 のようになる。すなわち A 点で正の u_A が観測されたとき、B 点での v_B の向きは、A 点の上、 r_s 軸に近い所では r_s 軸から遠く向きの向きになりやすく、 r_s 軸に遠い所では r_s 軸に近づく向きになりやすい。A 点より下では v_B は r_s 軸に近づく傾向がある。 u_A が負に観測されたときは、この逆の傾向が生じやすいことになる。この構造は y_s 方向への流れの統計的一様性から A 点を y_s 軸に沿ってずらしても同一である。図 12, 13 からは $r_s>0$ で四つの渦塊、 $r_s<0$ で二つの渦塊の存在が示唆されるが、渦構造の決定には多点プローブによる瞬時速度分布の測定が必要であろう。

4. 結 論

静止流体中の回転円筒上の乱流せん断流の時空間相関を測定して、この流れ場の解明を行った。時間相関については精度を高めるために長時間を要するが定義どおりの計算を行った。その結果以下の結論を得た。

(1) $Q_{2,2}$ の最大値を生じさせる流体塊の運動は、時間遅れ相関分布から見て円柱に向かう渦塊によるものと解釈できる。

(2) $Q_{2,2}$ のテイラー変換により求めた $y_s=0$ の面内の等相関線はカットオフ周波数により著しく傾きが変化し、低周波まで含んだもの、すなわち大渦による

図 14 u_A と v_B の流れ

相関は平均流のせん断の影響をあまり受けず, 小さな渦塊によるものはせん断の影響を強く受けることを示す。

(3) $Q_{1,2}$, $Q_{2,1}$ の等相関線は広がりを示すが, 傾きはあまり示さない。

(4) $Q_{2,3}$ の相関は非常に幅広く y_s 方向にひろがり, 渦塊の大きいことを示す。またその構造は空間的に極めて複雑な, 従来知られていないものとなっている。

文 献

- (1) 中村・ほか2名, 機論, 49-466, B (昭58), 2230.
- (2) 中村・ほか2名, 機論, 51-470, B (昭60), 3291.

- (3) 中村・ほか2名, 機論, 52-478, B (昭61), 2374.
- (4) Blackwelder, F. and Kovasznay, L. S. G., *Phys. Fluids*, 15-9 (1972), 1545.
- (5) Favre, A., *Trans. ASME, Ser. E*, 32-2 (1965), 261.
- (6) Sabot, J., ほか2名, *Phys. Fluids*, 16-9 (1973), 403.
- (7) Antonia, R. A. and Luxton, R. E., *Trans. ASME, Ser. F*, 22-3 (1971), 22.
- (8) 大坂・ほか2名, 機論, 52-473, B (昭61), 25.
- (9) Osaka, H., ほか2名, (Bradbury, L. J. S. ほか編), *Turbulent Shear Flows 4*, (1985), 62, Springer.
- (10) Hinze, J. O., *Turbulence*, "2nd Ed. (1975), 239, McGraw-Hill.
- (11) Zamman, K. B. M. Q. and Hussain, A. K. M. F., *J. Fluid Mech.*, 112 (1981), 379.
- (12) Tritton, D. J., *J. Fluid Mech.*, 28 (1967), 439.
- (13) 中村・ほか2名, 機論, No. 800-17 (昭55-10), 325.
- (14) Kovasznay, L. S. G., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 41-2 (1970), 283.