放射状自由液膜流れの乱流遷移に関する研究*
(第 3 報, 乱流遷移が生じる場合の速度分布)東 恒 雄^{*1}, 森 島 直 正^{*1}Laminar-Turbulent Transition in a Radial Free Liquid Film Flow
(3rd Report, Velocity Measurements on Transition
from Laminar to Turbulent Flow)

Tsuneo AZUMA and Naomasa MORISHIMA

The laminar-turbulent transition in the radial flow of a free liquid film is studied. The liquid film flow is generated in the same way as in the previous papers. When the Reynolds number which is based on the liquid surface velocity and the film thickness at the disk edge is high, the transition from laminar to turbulent flow takes place several millimeters downstream of the disk edge. The change of the velocity distribution in the process of the transition is examined by LDV. It is found that the reduction of the radial velocity component due to the occurrence of very small vortices starts at the higher velocity side of the liquid film a few millimeters downstream of the disk edge, and thereafter the velocity distribution becomes uniform immediately.

Key Words: Boundary Layer, Laminar-turbulent Transition, Free Liquid Film, Radial Flow, Laser Doppler Velocimeter

1. 緒 言

静止気体中での液膜の不安定挙動については液体の微粒化などに関連して多くの研究がなされている。しかしこれまでの研究では液膜内部の速度分布は考慮されておらず、液膜の不安定挙動は主として気液界面における速度と密度の不連続性から生じる、いわゆるケルビン・ヘルムホルツ問題として考えられている⁽¹⁾⁽²⁾。

これに対して著者らは、有限径の円板に沿わせて水を放射状に流し、液膜内部に層流境界層形⁽³⁾の速度分布を発達させたのち円板周端より自由液膜流れとして大気中に流出させれば、円板周端より数 mm 下流で激変的な乱流遷移が生じ得ることを報告した。すなわち、このような乱流遷移は周囲気体との相互作用により生じたものでなく、液膜内部の速度分布に起因した現象であることを明らかにするため、第 1 報⁽³⁾では流れが層流の場合について、円板周端における層流境界層形から下流に向かうに従い次第に一樣な速度分布に変化する過渡的な区間の速度分布をレーザドップラー流速

計(以下、LDV と略す)により測定し、Lienhard⁽⁴⁾の方法による解析結果と比較して明らかにした。また第 2 報⁽⁵⁾では、液面性状の観察により遷移過程を明らかにするとともに臨界レイノルズ数を提示し、さらに第 1 報で得られた速度分布に対して線形安定性理論を適用し現象の解明を試みた。

本報では、乱流遷移が生じる場合の放射状自由液膜流れの速度分布を LDV で測定した結果について述べる。前報で述べたように、乱流遷移が生ずれば液面は微細な波に覆われる。したがって、レーザビームの液面での反射・屈折を考えれば LDV により得られた結果に対する定量的な意味での信頼度については問題はあるが、流れのようすを定性的には明らかにできると考える。

なお、実験装置および実験方法は第 1 報と同じであるのでここでは省略する。

2. 実験結果および考察

2・1 境界決定方法 厚さが 0.2~0.3 mm と薄い液膜内部の速度分布を LDV で調べるには、測定体積の中心が液膜の境界上にある状態をどのように決定するかが大きな問題となる。

平板(ガラス板)に沿う液膜流れの場合⁽⁶⁾、測定体積

* 昭和 62 年 11 月 4 日 第 947 回講演会において講演、原稿受付 昭和 62 年 6 月 1 日。

^{*1} 正員、大阪市立大学工学部 (〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)。

を液膜の厚さ方向に順次移動させ、各位置で流速信号とともにサンプルレート（単位時間あたりの信号量）を測定して、測定体積の移動に伴うサンプルレートの変化より測定体積の中心が壁面上および自由表面上にある状態は決定できた。なおこの場合、ビームの入射、散乱光の受光はガラス板側からであった。これに対して本報告で対象とする流れは自由液膜流れであり、また乱流遷移が生じる場合には液面に種々の波動が伴う。このような流れにおいてもサンプルレートをもとに液膜の境界を決定したが、その妥当性を検討しておく必要があると思われる。

まずはじめに、液面が平滑な層流自由液膜の場合のサンプルレートの変化を、第1報図8(g), (h)の測定で得られた結果を例にとり図1(a), (b)に示す。流れの条件は、ノズル径 $D=15\text{ mm}$, すきま $H=2\text{ mm}$, すきまからの流出レイノルズ数⁽³⁾ $Re=5\times 10^4$ である。なおこの場合、触針法による液膜高さの測定によれば、円板周端から離れて自由液膜になると液膜は低速側（ガラス板側）へ約 3° 偏向しており、レーザービーム入射側の液面と光軸（ビーム交差角の2等分線）とのなす角 ϕ は半径 $r=73\text{ mm}$ [円板周端から 3.5

mm 下流, 図1(a)] の場合 $\phi=23^\circ$, $r=75\text{ mm}$ [図1(b)] の場合 $\phi=3^\circ$ である。横軸 z_L は、測定体積を低速側液面の外側から高速側液面に向かってトラバースしたときに、流速信号を検出しはじめた位置を基準にとった測定体積の大気中における移動距離を表す。図1中、○印はサンプルレート S をその最大値 $S_{\max}$ で除したものの、○印は流速ひん度分布（その幅を細い縦線で表している）においてピークを示す半径方向速度成分 u をすきまからの流出速度 $U_0 (=4.3\text{ m/s})$ で除したものを表す。また図1(a)の⊕印は、液膜内部におけるビームの交差状態を拡大鏡を用いて観察し、測定体積の中心が液面上にあると判断した位置を表す。

まず、ビームを低速側液面に対してほぼ垂直に入射した図1(b)の場合には、 S は $z_L=0.15\text{ mm}$ より急増し $z_L=0.19\text{ mm}$ において最大となったのち減少しているのがわかる。また、対応する速度信号も $z_L=0.19\text{ mm}$ に対してほぼ対称になっているのがわかる。これは、文献(6)で述べたように、ビームが高速側液面で一部反射し、反射光が前方散乱形として作用するため散乱光の強度が増大し、後方散乱光だけは検出し得ない小さな粒径の散乱粒子をも検出した結果であると考えられる〔散乱粒子の粒径分布については文献(6)参照〕。これより、測定体積の中心が高速側液面上にきた状態は、サンプルレートが最大となる位置と考えることができる。なお、低速側液面は文献(6)と同様、サンプルレートが増大しはじめる位置とした。

これに対してビームの光軸が液面に対して $\phi=23^\circ$ 傾けて測定した図1(a)の場合には、高速側液面での反射光が前方散乱形として作用しないためサンプルレートの急増は認められない。この場合、サンプルレートは測定体積内の速度分布形にほぼ依存するものと思われる。したがって、測定体積の中心が高速側液面上にくると測定体積の半分が大気中に出るため、液面の位置はサンプルレートが最大になる z_L よりも若干大きな z_L の位置に対応するものと思われるが、この場合もサンプルレートが最大になる位置としている。なお、液面が平滑で上下にほとんど振動しない液膜流れの場合には、液膜内部におけるビームの交差状態を拡大鏡を用いて観察すれば、ほぼ正確に測定体積の中心が液面上にある状態を決定できる。図1(a)においてビームの観察により判断した高速側液面の位置はサンプルレートが最大になる z_L よりいくぶん大きな値となっているのがわかる。流れが層流の場合にサンプルレートにより液面の位置を決定して得られた液膜厚さと Lienhard の方法により計算した結果の比較は第1報図10で示している。

(a) $r=73\text{ mm}$

(b) $r=75\text{ mm}$

図1 サンプルレートの測定例（層流の場合）

次に、乱流遷移が生じる液膜流れの速度分布測定において得られたサンプルレートの変化の例を、ノズル径 $D=15$ mm, すきま $H=2$ mm, 流出レイノルズ数 $Re=1.6 \times 10^5$ の場合について図 2 (a), (b) に示す。

液面の性状とこれに対応する速度分布についてはあとで詳しく述べるが、図 2 (a) は、ビームの入射側液面には波長 0.5 mm 程度の同心円状の D 波 (Disturbance wave, 第 2 報) が存在し、対向する液面には波長が数十 μm (測定体積の幅と同程度) と微細な粒状の SL 波 (Sandpaper like wave) が存在する半径 $r=72.3$ mm で得られたものである。 z_L の小さい低速側液面は、D 波は存在するが液面は比較的平滑であるため、層流の場合 (図 1) と同様なサンプルレート S の変化を示している。高速側液面に向かうに従い、流速はほとんど変化しないにもかかわらず S は増大しているが、これは、図 1 (b) でみられたようなビームが高速側液面で反射して前方散乱光として働くためではなく、むしろ SL 波が微細であるため SL 波そのものが散乱粒子となり、 z_L の増大とともに SL 波が測定体積の中心部を通過するようになるためと推測される。 S が最大となったあとの S の減少の仕方およびビームの交差状態を観察した結果は層流の場合と同様である。した

がって、図 2 (a) の場合にはサンプルレートにより液膜の境界を決定できると思われる。

図 2 (b) は、ビーム入射側に SL 波が存在し、対向する液面には SL 波がいくつか合体してできた波長数百 μm の粒状の波が存在する $r=75$ mm で得られたサンプルレートの変化である。SL 波が S に及ぼす影響は図 2 (a) で述べたのと同様であり、低速側液面付近で S はほぼ直線状に増加するため境界を S の増加しはじめる位置として決定するのは困難であるが (なお、 $z_L=0$ で $S/S_{\max}$ の値はかなり大きい、これは $S_{\max}$ が小さいことによる)、SL 波の振幅は小さいことからビームの交差状態を観察した結果はかなり妥当と考えられ、これを参考にして境界を決定した。高速側液面は SL 波に比べて振幅の大きな波が存在しているため、 z_L の移動に伴う S の変化はゆるやかであり、また z_L のかなり大きなところまで流速信号を検出している。この場合も S が最大となる位置を便宜的に高速側液面としたが、それが波層のどの部分にあたるのか現時点では不明である。

なお、さらに下流に流れて波長 2, 3 mm の比較的緩慢な波に両液面が覆われるところでは、サンプルレートは図 2 (b) よりいっそう単調な山形状に変化した。このような場合、低速側液面においてもビームの交差状態の観察は不明りょうになるが、図 2 (b) と同様にして境界を決定した。境界を決定して得られた液膜厚さは平均流速と流量から求めた液膜厚さよりかなり大であった。

2.2 速度分布 乱流遷移が生じる流れの速度分布の半径方向変化をノズル径 $D=15$ mm, すきま $H=2$ mm, すきまからの流出レイノルズ数 $Re=1.6 \times 10^5$ の場合を例にとり図 3 (a) ~ (1) に示す。図 3 の各図は、各半径位置において測定体積を液膜の厚さ方向 (z 方向) に移動させて得られた流速ひん度分布を、サンプルレートにより境界を決定したのち所定の位置にはりつけて作成したものである。横座標は半径方向の速度成分 u とすきまからの流出速度 $U_0 (=9.6$ m/s) の比であり、また図 3 の下に示した液膜厚さ h の値はサンプルレートをもとにして得られたものである。

図 3 (a) ~ (c) は円板に沿う流れであり、図 3 中の実線は四次近似形速度分布⁽⁶⁾、破線は Watson 形速度分布⁽⁷⁾を表し、 h_{th} は文献 (6) 式 (3), (5) を用いて計算した液膜厚さを表す。円板に沿う流れでは下流に向かうにつれて層流境界層が発達し、 $r=54$ mm (無次元半径 $r^*=(r/\sqrt{CDH})Re^{-1/3}=0.237$, ここに C はすき

図 2 サンプルレートの測定例 (乱流の場合)

まの流出係数⁽³⁾で境界層は液面に達し、 $r=65$ mm($r^*=0.291$)では液膜はWatson形よりむしろ四次近似形の速度分布をもって流れているのが図3(a)~(c)よりわかる。文献(6)で述べたように、円板に沿う層流液膜流れの場合、層流境界層が発達して液面に達したのちの発達液膜域では、速度分布は下流に向かうにつれて次第に四次近似形からWatson形に移行するが、図3(c) $r=65$ mmでは r^* の値は0.291と小さく速度分布はまだ四次近似形を保っていると考えられる。なお、第1報の図8(d)の場合は $r^*=0.412$ であり、Watson形速度分布となっている。これらの結果は文献(6)で述べた結果と一致している。

このような液膜流れが円板周端より離れてのちに生じる乱流遷移の過程は、第2報図2で示したのと同様である。しかし、第2報図2の場合に比べてノズル径は小さいにもかかわらず、流出レイノルズ数は大きく、またガラス円板の半径も6 mm大きいため、円板に沿って流れている間にかく乱が大きく増幅されており、

第2報の場合よりも上流側で乱流に遷移する。図3の流れの低速側液面を目視観察すれば、 $r=71$ mmで波長0.5 mm程度のD波が現れはじめ、D波は急速に増幅して $r=73$ mm付近でSL波が派生しはじめた[第2報図2の場合に確認できたLS波(Lattice shaped wave)は明確には確認できなかった]。なお、 $r=80$ mm付近から微細なSL波は比較的波長の大きな粒状の波に移行しはじめているのを確認している。

図3(d)~(h)は液面にSL波が派生するまでの、液面にD波は存在するが流れは層流と考えられる領域であり、図中の実線は円板周端($r=69.5$ mm)において四次近似形速度分布を仮定し、第1報と同様Lienhardの方法により計算した速度分布を表し、 h_{th} はこの計算により得られた液膜厚さを表す。

第1報で述べたように、液膜が円板周端を離れて自由液膜流れになると壁面でのせん断力が取り除かれるため、液膜の低速側の速度は下流に向かうにつれて増大するが、図3(d)~(h)の場合、乱流遷移が生じな

図3 速度分布の半径方向変化 ($D=15$ mm, $H=2$ mm, $Re=1.6 \times 10^3$)

い第1報図8に比較して著しく急速に低速側速度の増大しているのが認められる。これは液膜内部の低速側の部分にかなり増幅された同心円状のかく乱(渦糸)が存在し、これが下流に向かって成長するためであると思われる[D波は液膜内部に存在するかく乱により液面が盛り上がってきた波と考えられることは文献(8),(9)で述べている]。しかし図3(d)~(g)では、高速側の液面速度は層流の計算結果とよく一致しているのがわかる。このことはまた、D波が存在する液面側からビームを入射しても液膜内部の速度は精度よく測定されていることを表している。

半径の増加とともにD波は増幅するが、これに伴って液膜内部の渦糸は成長し、半径 $r=72.1$ mmで渦糸は液膜全体を覆うに至るのが、渦糸の存在によりもたらされた幅の広い流速ひん度分布が液膜の厚さ方向に一樣に分布していることからわかる。なお、 $r=72.1$ mmにおける平均流速は層流として計算した速度分布の曲線から推測される平均流速よりかなり小さいが、これは渦糸が存在し、流体粒子が液膜厚さ方向に比較的大きな速度成分をもつようになるため半径方向の速度成分が減少したものと考えられる。

図3(i), $r=72.3$ mmにおいて、低速側液面(以下、 $z/h=0$ の面をそのまま低速側液面と呼ぶ)ではD波に対応する幅の広い流速ひん度分布が得られているが、高速側では幅の狭い流速ひん度分布となっている。これは液面性状からいえば、高速側の液面が低速側の液面に先行してD波から波長が数十 μm と微細な粒状のSL波に激変的に移行したことに対応し(このことは第1報の遷移過程の目視観察の結果と一致している)、液膜内部では二次元的な渦糸がSL波のスケールの三次元的な渦に崩壊しはじめたことを表しているものと考えられる。なお、SL波が液面に存在するところで幅の狭い流速ひん度分布が得られたことについては、微細なSL波そのものが散乱粒子として作用し

たのか、それとも使用した周波数トラッカが同じ周波数の信号を8周期連続カウントして1個の流速信号を出す仕組であるため、測定体積内で変化する半径方向の速度成分を検出できなかったのか現時点では不明である。

図3(j), $r=75$ mmでは低速側液面にSL波に対応する幅の狭い流速ひん度分布が得られているが、高速側では比較的幅の広い流速ひん度分布となっており、また $r=72.3$ mmに比べて速度も増大しているのが認められる。これは高速側液面において数個のSL波が合体して比較的波長の大きな緩慢な波(渦)に移行して、半径方向の速度成分が回復したためと考えられる。なお図3(j)より、微細な粒状の波(SL波)に覆われる液面側よりビームを入射した場合もかなり妥当な液膜内部の速度が測定されていると思われる。なお、図の下に記した h_a の値は実測結果から求めた平均流速を用いて流量から算出した液膜厚さを表す。前述したように、サンプルレートより求めた液膜厚さ h は h_a よりかなり大きい、これは液面に波動が存在するためである。

図3(k), $r=90$ mmになると、測定体積を液膜厚さ方向に移動させてもほぼ同形の流速ひん度分布が得られるようになり、 $r=75$ mmの場合に比べて若干の速度の回復が認められる。図3(l), $r=110$ mmではほぼ一樣な流速ひん度分布が得られているが、流速ひん度分布の幅は層流の場合の第1報図8に比べてかなり広いものとなっており、液膜は乱れて流れているのがわかる。なお、 $r=130, 150$ mmにおいて測定した結果も平均流速の大きさおよび流速ひん度分布の形は図3(l)とまったく同様であった。

2.3 平均流速の半径方向変化 乱流遷移が生じたのちの流れのようすを明らかにするため、液膜内部の平均流速(半径方向成分) $\bar{u}$ が半径の増加とともにどのように変化するかを調べた。その結果をノズル径 $D=10$ mm, すきま $H=2$ mmを例にとり図4に示す。図4の縦座標は $\bar{u}$ を円板周端における液面速度 U_e で除した値であり、各半径位置における $\bar{u}$ の値は、ビームの交差状態を観察して測定体積の中心が両液面上にある状態を決定し、両液面間で得られた5~8枚の流速ひん度分布をもとに算出した。なお、 $\bar{u}$ の測定は $r \geq 75$ mmで行った。図3で示したように、 $\bar{u}$ はSL波が液面に派生する半径位置で最小となる。また、SL波の波長(液膜内部の乱れのスケール)が小さいほど $\bar{u}$ の減少割合は大きくなると考えられる。これらをもとに考えれば図3より、流出レイノルズ数 Re が増大するにつれてSL波の派生位置(遷移半径)は上流側

図4 平均速度の半径方向変化

図5 一様速度

に移行するとともに、SL波の波長は小さくなるのがわかる。また、SL波の波長が小さいほど波の合体が急速に進行し、半径方向速度成分 $\bar{u}$ の回復は早いこともわかる。また図4より、いずれの Re の場合も $r=130\sim 150$ mm で $\bar{u}$ の回復はほぼ完了し（以下、この速度を一様速度と呼び、 u_u で表す）、これより下流では液膜は u_u で流れていくものと考えられる。なお、 $Re=7.6\times 10^4$ の場合、液面を観察すればSL波は液面に薄く現れる程度であり、 $r<90$ mm では第1報図8の層流速度分布に近い流速の変化が液膜内部に認められた。したがってこの場合、完全に乱流遷移が生じたとは言いがたいが、比較のため測定結果を図4中に●印で記入している。

2.4 一様速度 流れが層流の場合、速度分布が一様になったときの速度は、円板周端における速度分布の排除厚さ、運動量厚さおよび液面速度 U_e を用いて第1報式(11)で与えられた。乱流遷移が生じる場合の一様速度 u_u は層流の場合と若干意味は異なるが、 u_u を第1報式(11)と比較すれば、乱流遷移（SLの派生）によりどの程度のエネルギーが失われているかを知らることができると考えられる。

ところで文献(6)で述べたように、円板に沿う流れでは無次元半径 $r^*=0.243$ で層流境界層は液面に達し、そのあとは液膜全体が層流境界層として流れるが、 $r^*<0.243$ の層流境界層発達域では境界層内の速度分布は四次近似形で近似され、 $r^*>0.243$ の発達液膜域では速度分布は四次近似形から次第にWatson形に移行し、 r^* が0.4程度になるとWatson形の速度分布をしているものと考えられる〔文献(6)図14〕。

そこで乱流遷移が生じる場合の一様速度の実測値を、円板周端における無次元半径 r_e^* を横軸にとり図5に示す。比較のため、円板周端における速度分布を四次近似形およびWatson形として第1報式(11)より計算した値を図5中破線で表している。 u_u を実測

した流出レイノルズ数は $D=10$ mm の場合、 $Re=7.6\times 10^4\sim 1.2\times 10^5$ (図4と同じ)、 $D=30$ の場合 $Re=10^5\sim 1.8\times 10^5$ と若干異なっている。なお、それぞれの測定において円板周端における速度分布の測定は行っておらず、 U_e は $r=65$ mm の液面速度の実測値を用いて外挿して求めている。

図5において、 $r^*<0.28$ で u_u/U_e の値が四次近似形速度分布を仮定した層流の計算値より大きな値となっている。これについては円板周端における速度分布を測定していないため明確な解釈はできないが、主流が存在していたか、あるいは四次近似形よりいくぶん平坦な速度分布形をしていたためと推測される。なお、 r_e^* が増大すれば円板周端における速度分布はWatson形に近づくことを考えれば、実験値の右下がりの傾向は妥当であると考えられる。したがって図5より、実験点は多少ばらついてはいるが、乱流遷移が生じてSL波が派生しても、エネルギーの損失は小さく、一様速度 u_u は層流として計算した値とほぼ一致するものと考えられる。

3. 結 言

放射状自由液膜流れが乱流に遷移する場合について、速度分布をLDVで測定した。まず、サンプルレートにより液膜の境界を決定する方法の妥当性を、液面が平滑な場合と液面に種々の波動が伴う場合について検討した。次に、遷移域における速度分布の変化を、液面性状と対応させながら提示した。最後に、遷移が完了したあとの一様速度を測定し、乱流遷移によるエネルギー損失は小さいことを示した。以上により、自由液膜流れの乱流遷移現象をかなり明らかにした。

おわりに、一連の研究に対して真しな討論と適切な助言を賜った日本機械学会関西支部流体力学懇話会の会員諸氏、ならびに研究に協力された久保田鉄工(株)仲薮佳典氏(当時、大学院生)に謝意を表するとともに、本研究の一部は文部省科学研究費の援助により行われたことを付記する。

文 献

- (1) Hagerty, W.W. and Shea, J.F., *J. Appl. Mech.*, **22** (1955), 509.
- (2) 新井・橋本, 機論, **51-463**, B (昭60), 856.
- (3) 東・ほか2名, 機論, **B** (昭62), 2007.
- (4) Lienhard, J. H., *Trans. ASME, Ser. D*, **90-2** (1968), 262.
- (5) 東・森島, 機論, **B** (昭62), 2348.
- (6) 東・星野, 機論, **50-452**, B (昭59), 1126.
- (7) Watson, E. J., *J. Fluid Mech.*, **20** (1964), 481.
- (8) 東・星野, 機論, **50-452**, B (昭59), 974.
- (9) 東・星野, 機論, **50-452**, B (昭59), 1136.