低温気流中における熱線の特性*
(主としてアスペクト比の影響)安達 勤^{*1}, 松内 一雄^{*1}, 小野 博基^{*2}Characteristics of Hot Wire Anemometer in Low Temperature Flow
(Effect of Aspect Ratio)

Tsutomu ADACHI, Kazuo MATSUUCHI, and Hiroki ONO

A cryogenic wind tunnel, in which liquid nitrogen is sprayed into the closed wind tunnel body to get low temperature and high pressure gas, is used to produce high Reynolds number flow in fluid dynamic measurement. In this case, if we want to use a hot wire anemometer to measure flow velocity, the calibration curve, i. e. the relation of output voltage and wind speed must be obtained. Under these low temperature and high pressure conditions we must use thick tungsten wire. The effect of heat conduction through both ends is also important. Several investigations have been conducted to determine the character of hot wire placed in atmospheric air flow. In this study, an analysis of the relation of output voltage and flow velocity of a constant temperature type hot wire anemometer by changing its length and diameter was made for various values of temperature and pressure of nitrogen gas using a small cryogenic wind tunnel.

It was concluded that the nondimensional relation acquired in the atmospheric condition can be extended in the cryogenic condition.

Key Words: Flow Measurement, Convective Heat Transfer, Hot Wire Anemometer, Cryogenic Wind Tunnel

1. 緒 言

高レイノルズ数 (Re 数) 流れの実験を行うために密閉風洞内に液体窒素 (LN_2) を噴霧, 気化させて得られる低温, 高圧の窒素気流を風洞内に回流させる低温変圧風洞を使用する。この方法によれば比較的小さな消費動力で高 Re 数流れを得ることができる。このような条件下で風速測定用として熱線流速計を使用する場合, 較正曲線として出力と風速の関係曲線を求める必要がある。また, 低温, 高圧気流中では気流の密度が大きいので強度上の要求から太さ $10\ \mu m$ 程度のかなり太い熱線を使用する必要がある。また, 有限長の熱線を使用する場合, その両端からの熱伝導による冷却効果が著しく大きくなる。気流中に置かれた熱線の特性についてはクラメルなどにより研究されているが, 常温気流中で求められたものである^{(1)~(5)}。

本研究は, 温度, 圧力の異なる窒素気流中で長さ太さの異なる熱線を使用する熱線流速計の特性を, 小形の低温変圧風洞を使って求めたものである。熱線流

速計は定抵抗法によった。その結果, アスペクト比の小さい熱線について両端の熱伝導による補正を行えば出力電圧と風速の無次元関係式が成立し, この関係式を使用すれば低温, 高圧気流中の風速測定を熱線流速計により行う場合の適確な較正式を決定し得ることを示した。

記 号

ρ : 気体の密度
 μ : 気体の粘性係数
 h : 熱伝達率
 k : 熱伝導率
 C_p : 比熱
 P : 圧力
 T : 温度
 U : 流速
 l : 熱線の半長
 d : 熱線の直径
 A_c : 熱線の断面積 $=\pi d^2/4$
 A_s : 熱線の表面積 $=2\pi dl$
 R : 熱線の抵抗
 I : 熱線に流れる電流
 L : アスペクト比 $=2l/d$

* 昭和62年11月6日 第947回講演会において講演, 原稿受付 昭和62年5月12日。

*1 正員, 筑波大学構造工学系 (〒305 茨城県新治郡桜村天王台 1-1-1)。

*2 学生員, 筑波大学理工学研究科。

- Z : 抵抗比 $= R_w/R_g$
 Pr : プラントル数 (Pr 数) $= C_p\mu/k_g$
 Re : レイノルズ数 (Re 数) $= \rho U d/\mu$
 Nu : ヌセルト数 (Nu 数) $= hd/k_g$
 g : 気体温度または気体自体の値
 w : 熱線温度または熱線自体の値
 $-$: 平均値

2. 熱線の両端効果

発熱する熱線には、強制対流熱伝達、熱線サポートへの熱伝導および、熱放射の影響が考えられるが、熱放射は他に比べ十分小さいとし無視する。また、気流温度 T_g が一定で抵抗が温度の線型関係であれば、温度、抵抗は熱線温度を T_w とすれば

$$T = T_w - T_g \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$R_w = R_g + \alpha \bar{T} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と示すことができる。ここで α は定数、 $\bar{T}$ は平均温度差である。また、 R_g を冷抵抗、 R_w を設定抵抗と呼ぶ。熱平衡を図1に示されるI形熱線で考えれば、熱平衡方程式は

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - K_1 T + K_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$K_1 = (hA_s - \alpha I^2)/lk_w A_c \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$K_2 = R_g I^2 / 2lk_w A_c \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。境界条件は熱線サポート部での熱線温度が気流温度と等しいとし、 $T_{x=\pm l} = 0$ とする。式(3)の K_1 は熱線が一般に K_1 が正の領域で使用されることから以後 K_1 が正の場合で論じる。

次に熱線両端部の熱伝導を考慮するため、熱線発熱量に対する熱伝達量の割合 N_r を考える。 N_r は、

$$N_r = 1 - (k_s/k_w) \cdot \tanh K/(K \cdot Z) \quad \dots\dots\dots (6)$$

と示される。 k_s は熱線のサポート部の熱伝導率で、実質的に $k_s/k_w \approx 1$ なので以後無視する。また、 K は $K = \sqrt{K_1} l$ 、 Z は $Z = R_w/R_g$ で抵抗比と呼ぶ。クラメルを経験式を Nu_{Kr} と示せば、

$$Nu_{Kr} = 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^{0.5} \quad \dots\dots\dots (7)$$

図1 熱線の形状 (I形)

であり、このヌセルト数 (Nu 数) を用いれば K は

$$K^2 = k^* L^2 Nu_{Kr} \left[1 - \frac{1-1/Z}{1 - \tanh K/(K \cdot Z)} \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

で示される。ここで k^* は $k^* = k_g/k_w$ で k_g は気体の熱伝導率である。また L は $L = 2l/d$ でアスペクト比と呼ぶ。発熱量を Nu 数で示したものを Nu' 、正味の Nu 数を Nu とおけば、

$$Nu = N_r \cdot Nu' \quad \dots\dots\dots (9)$$

と示せる。この Nu は式(7)の Nu_{Kr} に等しくなるはずである。式(6)~(8)より、 N_r はアスペクト比、抵抗比、測定条件下での作動流体と熱線の無次元物性値、およびその時の Re 数で決定される量であることがわかる。圧力、温度は式(7)のプラントル数 (Pr 数)、 Re 数と式(8)の k^* に影響する。

温度、圧力・アスペクト比が N_r に及ぼす影響の割合を明確にするため、図2~5に縦軸に N_r 、横軸に Re 数の平方根をとりそれぞれを変数として図示する。各図は熱線直径 $5 \mu m$ で、温度 $130 K$ 、圧力 $0.2 MPa$ の気流中で熱線のアスペクト比 200 、抵抗比 1.5 を基本に、図2は温度、図3は圧力、図4はアスペクト比、図5は抵抗比と変数として示している。これらの図より、気流の温度、圧力が高く、熱線のアスペクト比、抵抗

図2 気流温度を変数とした N_r - Re 曲線

図3 圧力を変数とした N_r - Re 曲線

比が大きいほど、そして Re 数が高いほど N_r は 1.0 に近づくことがわかる。

3. 実験装置および方法

測定に使用される低温変圧風洞は、ゲッチンゲン形風洞で、 $0.1 \times 0.1 \times 0.3$ m の測定洞を持っている。この風洞断面図を図 6 に示す。窒素ガス (GN_2) が作動流体として使用され、微噴霧ノズル⑦より LN_2 が風洞内に注入される。風洞内状態が目標値に達するようこのノズルから噴霧し、一方余分な GN_2 は GN_2 排気

図 4 アスペクト比を変数とした $Nr-Re$ 曲線

図 5 抵抗比を変数とした $Nr-Re$ 曲線

管①より放出される。風洞の材質は全てステンレス鋼から成っており、そのため本体には外部断熱方式がとられている。このことから風洞内の気流状態を最高圧力 0.2 MPa、最低温度 110 K にすることができる。送風機には後置静翼形軸流一段が使用され、測定部最大風速は 30 m/s に達する。

熱線には直径 $5 \mu\text{m}$ 、 $10 \mu\text{m}$ の 2 とおりのタングステン線が用いられている。熱線サポートはステンレス鋼で作られており、サポートと熱線はスポット溶接により固定されている。熱線の長さは各直径においてアスペクト比が 250~1500 の間で 5~6 本ずつ用意されている。

熱線流速計は日本科学工業製 MODEL 1010 の定温度形熱線流速計を使用している。

風速の測定には主にピトー管を使用している。ピトー管④と熱線はそれぞれ測定洞水平方向で中央、垂直方向には上端から 1/3, 2/3 スパンに配置され熱線は流れに対し垂直におかれている。風速測定の確実性を図るため、縮流洞と測定洞の静圧孔③からの圧力差からも風速を測定している。

発熱量は熱線に流れる電流とその時の熱線の設定抵抗から求めているが、その際、あらかじめ各条件でのサポート先端からのケーブル抵抗を測定しておき熱線に流れる正確な電流を測定できるようにしておく。

風洞内の状態は測定開始時に測定洞内壁温度と気流温度が ± 5 K 以内、また測定中は圧力および温度の変動がそれぞれ $\pm 10^{-3}$ MPa, ± 1 K 以内になるよう LN_2 注入量, GN_2 排出量を制御している。

熱線の平均温度差 $\bar{T}$ は物性表⁽⁶⁾より、平均熱伝導率 k_w は White の報告⁽⁷⁾より式(10), (11)のように決定した。窒素ガスの物性値は気流と熱線温度との平均値である膜温度で物性表⁽⁸⁾より決定している。

$$\bar{T} = 45.25(R_w - R_g)A_c/2l \quad \dots\dots\dots(10)$$

図 6 低温変圧風洞断面図

図 7 Nu 数と Re 数の関係 (直径 $5 \mu\text{m}$) 図 8 Nu 数と Re 数の関係 ($10 \mu\text{m}$)

$$k_w = 3.276 - 0.01303 \bar{T}_w + 4.3357 \times 10^{-5} T_w^2 - 5.5148 \times 10^{-8} T_w^3 \quad \dots\dots\dots (11)$$

4. 測定結果

測定は、圧力 $P=0.1, 0.2$ MPa, 気流温度 $T_g=110, 200$ K の組合せで 4 とおりの気流条件で行われた。その結果を、縦軸に式(9)に相当する補正後の Nu 数、横軸に Re 数の平方根をとり直径 $5 \mu\text{m}$ の場合を図 7, 直径 $10 \mu\text{m}$ の場合を図 8 に示す。各図中(a)~(d)は気流条件を示し、 $P=0.1$ MPa, $T_g=200$ K を(a), $P=0.2$ MPa, $T_g=200$ K を(b), $P=0.1$ MPa, $T_g=130$ K を(c), $P=0.2$ MPa, $T_g=130$ K を(d)に示す。どの場合も抵抗比は $Z=1.5$ にとつてある。また、直径 $5 \mu\text{m}$, アスペクト比 200 の熱線を用いて抵抗比が変化した場合どうであるかを示すため $P=0.2$ MPa, $T_g=130$ K の気流条件での測定を図 9 に示す。最後に、これらすべてのデータのクラメルの式への収束具合を示すため、縦軸に

$$Nu_{er} = (Nu - Nu_{Kr}) / Nu_{Kr} \quad \dots\dots\dots (12)$$

なる Nu_{er} をとり、横軸に Re 数の平方根をとり図 10 に示す。

図 10 をみてわかるように、2 章で説述した補正を加えることで測定結果はクラメルの式に収束していることがわかる。このことより、低温気流中の熱線の熱

伝達もクラメルで示すことができることが実証された。

なお、測定中経験的にわかったことだが、低温になるほど冷抵抗の小さい熱線の使用は今回使用された熱線流速計を発振させ、抵抗比を大きくとることを不可能にさせた。流れの変動を測定する際には、使用する熱線と熱線流速計の選択に注意すべきであろう。

5. 電圧と風速の関係

4 章の結果より、低温気流中での熱線の熱伝達もクラメルで示せることがわかる。熱線にかかる電圧 E と風速 U の関係式は、いわゆるキングの法則である

$$E^2 = A + BU^{0.5} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で示され、 A, B は定数である。この式(13)は式(7)と対応関係にある。すなわち、キングの法則は、圧力、温度、抵抗比が計測気流中で一定で熱線が無限長円柱(アスペクト比が無限大)の場合成り立つ関係式である。しかるに、通常使われる熱線は無限長とはいえない。この場合、サポートへの熱伝導を考慮せねばならないので実際は式(13)の右辺より左辺の値が大きくなる。その割合はすでに図 2~5 で示したように、電圧の二乗と風速の平方根の間で非線形関係である。そこで、電圧と風速の関係を改めて

$$E^2 = A + BU^n \quad \dots\dots\dots (14)$$

とにおいて、 n は Re 数の関数であるが一定値をとるも

図 9 Nu 数と Re 数の関係
(直径 $5 \mu\text{m}$, アスペクト比 200)

図 10 クラメルからのずれ (補正後)

表 1 各条件での風速のべき数 n の値

		0.1 MPa	0.4 MPa	0.8 MPa
L=200 Z=1.2	110 K	.485	.486	.486
	200 K	.486	.488	.488
L=400 Z=1.2	110 K	.490	.491	.492
	200 K	.492	.493	.493
L=200 Z=1.5	110 K	.488	.488	.488
	200 K	.489	.490	.490
L=400 Z=1.5	110 K	.492	.492	.493
	200 K	.493	.494	.494
L=200 Z=1.8	110 K	.490	.490	.490
	200 K	.490	.491	.491
L=400 Z=1.8	110 K	.493	.493	.494
	200 K	.494	.495	.495

のとし、この値を決定する。いくつかの条件での n を算出し表 1 に示す。表中の n の値は熱線直径 $10\ \mu\text{m}$ のもので Re 数範囲は $16 \leq Re \leq 2500$ である。

今回表 1 に示した n の値は次の方法により算出した。

まず、気流の圧力・温度と熱線のアスペクト比、抵抗比、代表長さを決め、 Re 数に対する補正量 N_r を決定し、補正前の Nu 数と Re 数の値を数十点推定する。

次に、 n の変化させながら各 n の値での最小二乗における分散を調べ、分散が最小となる n の値を最適値とする。

表 1 では傾向をわかりやすくするため、4 章の測定条件より範囲を大きくとっている。この表より、気流の温度、圧力が高いほど、熱線のアスペクト比、抵抗比が大きいくほど n の値は 0.5 に近づくことがわかる。

6. ま と め

低温、高圧気流中における熱線のアスペクト比と抵抗比がその特性に及ぼす影響を調査した。その結果は以下のように要約できる。

(1) 低温、高圧気流中における I 形熱線の熱伝達 はクラメル の式で表すことができる。

(2) その時、アスペクト比の大きくない I 形熱線にはキングの法則は成り立たない。これは熱線サポートへの熱伝導により冷却効果の影響で、その割合は温度、圧力が低いほど大きくなる。

(3) 任意の条件での電圧と風速の関係は本報の手法を用いれば適確に決定できる。

文 献

- (1) Davies, P. O. L. A. and Fisher, M. J., Heat transfer from electrically heated cylinders, *Proc. R. Soc. London*, Ser. A, 280 (1964), 486.
- (2) Collis, D. C. and Willams, M. J., Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, 6 (1959), 357.
- (3) Perry, A. E., *Hot wire anemometry*, (1982), 7 Claendon Press, Oxford.
- (4) Lomas, Charles, G., *Fundamentals of hot wire anemometry*, (1986), 55 Cambridge Univ. Press.
- (5) 西岡, 熱線流速計(1), 流れの計測懇談会, 1 (昭 58), 36.
- (6) Robert, C. and Weast, Ph. D., *Handbook of chemistry and Physics*, (1983), E 386, CRC press.
- (7) White, G. K. and Woods, S. B., Electrical and thermal resistivity of the transition elements at low temperatures, *Phil. Trans. R. Soc. London*, Ser. A 251 (1959), 273.
- (8) エス・ベ・ヴァルガフチフ, 便覧「気体と液体の熱物理的性質」, (昭 47), 433, ナウカ出版所物理・数学図書編集局.