内部現象を考慮した気泡の非線形振動*

松本 洋一郎^{*1}, 渡部 正夫^{*2}

Nonlinear Oscillation of Gas Bubble with Internal Phenomena

Yoichiro MATSUMOTO and Masao WATANABE

The pressure response of a small air bubble in water is calculated numerically in an oscillatory pressure field. The following phenomena are taken into account in the calculation; mist formation inside the bubble due to homogeneous condensation, diffusion between vapor and noncondensable gas inside the bubble and so on. The internal condition adapts itself easily to the oscillatory pressure field by the internal phenomena, which includes mist formation, evaporation and deposition onto the bubble wall, so that the bubble tends to oscillate synchronously. The frequency response curves for bubbles are calculated. The curve is shifted towards low frequency, and the maximum bubble radius becomes large. When the pressure amplitude is increased, the periodic bubble oscillation bifurcates to non-periodic oscillation, which is a deterministic chaos.

Key Words: Bubble Dynamics, Nonlinear Oscillation, Acoustic Cavitation, Internal Phenomena of Bubble, Nonequilibrium Phenomena, Chaos

1. はじめに

振動圧力場中における気泡の非線形振動は、超音波キャビテーション、キャビテーション騒音、はく離泡中におけるキャビテーション初生などに関連し、多くの興味深い問題を含んでいる。一般に、キャビテーションは液体の圧力低下に伴って、その中の微小な空気泡から初生し、圧力の上昇により崩壊することが知られている。すなわち、蒸気と不凝縮ガスを内部に含んだ気泡の急激な成長・崩壊の過程がキャビテーションといえる。著者の一人は、微細ガス気泡の圧力応答に関して、成長時に生じる気泡内の均一核凝縮⁽¹⁾、気泡内部における蒸気と不凝縮ガスの相互拡散の影響⁽²⁾を考慮に入れた理論解析を行い、次の結論を得ている。(i) 気泡の成長初期において、気泡内混合気は断熱的に膨張し温度は低下するが、やがて均一核生成により気泡内にミストが発生し、その潜熱により温度はほぼ周囲の液温度まで回復する。その結果、気泡は見掛け上等温的に運動する。(ii) 気泡収縮時には、蒸気は気液界面近傍の不凝縮ガス層を拡散により通り抜け

る必要があり、また気泡成長時には、界面で蒸発した蒸気が界面近傍に停留することになり、いずれの場合も界面での飽和蒸気圧と界面での蒸気圧の差は小さくなり、界面での蒸発・凝縮速度は低下する。

気泡運動を支配する方程式は非線形性の強いものであるが、非線形振動子である気泡の強制振動、すなわち、振動圧力場中における気泡の挙動について多くの研究がなされている。Lauterborn⁽³⁾は非圧縮性液体中の気泡の強制振動について数値解析を行い、周波数応答の様子などを非線形振動子としての基本的な性質を明らかにした。Cramer⁽⁴⁾は圧縮性液体中における音場中の気泡の挙動と放射について明らかにしている。Shimaらは非ニュートン流体中の気泡の圧力応答について、Powell-Eyringモデルを使ってポリマ溶液中の様子⁽⁵⁾を、Oldroydモデルを使って粘弾性流体中の様子⁽⁶⁾を明らかにしている。高比良ら⁽⁷⁾は圧縮性液体中における2個の球形気泡の非線形振動について数値解析を行い、気泡の相互作用を明らかにしている。しかしながら、いずれの解析においても気泡内部の状態は単純にポリトロプ変化をするなどと仮定されており、気泡内部で起きる諸現象が気泡の圧力応答に及ぼす影響は明らかでない。

非線形ばねを強制振動させた場合の運動を記述する

* 昭和62年11月6日 第947回講演会において講演、原稿受付 昭和62年6月2日。

^{*1} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

^{*2} 学生員、東京大学大学院。

方程式に Duffing の方程式があるが、この振動系ではある条件でカオスが発生することが知られている⁽⁸⁾。Lauterborn⁽⁹⁾は振動圧力場中の気泡の運動においてもカオスが発生することを実験ならびに数値解析により明らかにしている。本論文では、気泡内部の現象が振動圧力場における、気泡の圧力応答およびカオス的挙動に及ぼす影響について明らかにする。

2. 主 な 記 号

M : 気泡内における質量

R : 気泡半径

T : 温度

f : 周波数

p : 圧力

t : 時間

χ : 断熱指数

ρ : 密度

σ : 表面張力

添 字

a : 振動圧力場

c : ミスト

g : 不凝縮ガス

i : 初期状態, 気泡の固有状態

l : 液体

m : 気泡内部の混合気

v : 蒸気

∞ : 無限遠方

: 時間微分

max: 最大値

3. 理 論

振動圧力場における気泡運動を、気泡内部における均一核凝縮によるミスト発生、蒸気および不凝縮ガスの相互拡散などを考慮に入れて、以下に示す解析モデルにより数値計算を行った。

3.1 数値計算モデル⁽¹⁾⁽²⁾ 気泡運動を解析するために、以下の現象を考慮に入れた解析モデルにより計算を行った。

(I) 気泡界面における非平衡な蒸発・凝縮現象による熱および物質伝達。

(II) 気泡界面における不凝縮ガスの物質伝達。

(III) 気泡内における蒸気・不凝縮ガスの相互拡散。

(IV) 気泡内における均一核生成による凝縮液滴の発生・成長、蒸発による液滴径の減少および気泡界面へのディポジションによる液滴数の減少。

(V) 上記現象による気泡内の温度および圧力の変動。

また、その際以下のような仮定が用いられた。

(1) 気泡および周囲の液体は球対称を保って運動するものとする。

(2) 気泡内の圧力は一様であるとする。また温度は、気泡壁のごく近傍を除いて一様であるとする。

(3) 気泡内の蒸気および不凝縮ガスは理想気体とする。

(4) 不凝縮ガスはヘンリの法則に従うものとする。

(5) 均一核生成によって気泡内に生じる凝縮液滴は合体・分裂はしないとする。液滴の気泡内に占める体積および周囲の気体との相対速度は無視する。

3.2 境界条件および計算条件 気泡壁の境界条件など⁽¹⁾⁽²⁾のほかに、気泡から遠く離れた場における境界条件として、振動圧力場 p_∞ は、初期圧力を p_i 、圧力振幅を p_a 、振動周波数を f_a とすると次のように表される。

$$p_\infty = p_i + p_a \sin(2\pi f_a t) \dots\dots\dots (1)$$

また、気泡の固有振動数 f_i は以下の式で評価された。ただし、断熱指数 $\chi=1.4$ と置いた。

$$f_i = \frac{1}{2\pi R_i} \sqrt{\frac{3\chi p_{gi} - 2\sigma/R_i}{\rho_i}} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

$$p_{gi} = p_i - p_{vi} + \frac{2\sigma}{R_i}$$

また、蒸気の凝縮係数は 0.4 とした。

4. 数値計算結果および考察

まず、比較的小さな振幅の振動圧力場におけるガス気泡の周波数応答を調べた後、振幅を大きくした時に観察されるカオス的な気泡の非周期的振動について考察する。

4.1 振動圧力場における気泡の周期運動 振動圧力場における水中の空気泡の圧力応答を、8 周期にわたって図 1 に示す。時刻 0 において、気泡は静止平衡状態にある。初期状態の周囲圧力は 100 kPa、温度は 20°C、半径は 100 μm である。変動圧力の振幅は 50 kPa、周波数は 25.95 kHz (気泡の固有振動数の 80 %) である。最初、周囲圧力に伴って気泡は周囲圧力の変動と逆位相で振動を開始するが、気泡振動の位相が遅れ、数周期の後に周囲圧力とほぼ同位相で振動するようになる。気泡内部の温度 T_m は気泡がリバウンドしている期間を除いて、気泡内に均一核生成により発生するミストの影響によりほぼ気泡の周囲温度に保た

れている。

図中の M_0 は気泡内ミストの質量を表す。気泡が成長する際には、均一核生成により生成されたミストが成長することにより、気泡内ガスのエンタルピーは増加し、気泡収縮時には、ミストが蒸発することによりエンタルピーは減少する。しかし、ミストの一部は蒸発することなく気泡壁にディポジットしてしまい、その結果、気泡の振動により周囲の液体から気泡壁を通してエンタルピーが輸送されることになる。したがって、気泡の振動がほぼ定常になった段階では、気泡内部の温度はあまり下がらなくなりミストは発生しなくなる。

気泡内の蒸気とミストを合わせた質量 M_0 は気泡の振動とほぼ同期して増減しているが、その変化の位相には遅れが観察される。気泡径最小時には M_0 は最小値をとらず、かなり気泡が大きくなり、気泡内の蒸気圧が界面の飽和蒸気圧より低くなった所で最小値をとる。これは、不凝縮ガスの存在が気泡界面での相変化にとって抵抗となる方向に働いているためである。すなわち、気泡収縮時には蒸気は気泡界面近傍の不凝縮ガス層を拡散により通り抜ける必要があり、また気泡成長時には界面で蒸発した蒸気が界面近傍に停留することになり、いずれの場合も界面での飽和蒸気圧と界面での蒸気圧の差は小さくなり、界面での蒸発・凝縮速度は低下するからである。また、上記の拡散現象による蒸発・凝縮に対する抵抗は、気泡成長時には小さく、気泡収縮時には大きくなっているため、気泡が振動を重ねるに従って、気泡内の質量は増加し、気泡の振動が定常になった状態では、初期状態の数倍となっている。以上のように、気泡内部の状態は多くの因子により複雑に変化しており、気泡の周波数応答に大きな影響があるものと考えられる。

振動圧力場中の気泡運動に及ぼす気泡内部状態の影響を明らかにするため、図2に、(a)気泡内部に生じるさまざまな現象を考慮した上記のモデル、および(b)気泡内の蒸気は飽和蒸気圧を保ち、不凝縮ガスは断熱変化(断熱指数 $\gamma=1.4$)をとした断熱モデルによる計算例を比較して示す。計算は100周期にわたって行われた。初期状態における周囲圧力は100 kPa、温度は20°C、半径は100 μm である。変動圧力の振幅は50 kPa、周波数は22.71 kHz(気泡の固有振動数の70%)である。断熱モデルによる計算の場合(図中(b))、最初の数十周期程度は振動圧力場に同調しないで複雑な振動をしているが、やがて、1/1のハーモニック振動をするようになる。本モデルによる計算の場合(図中(a))、気泡の振動は数周期の後にほぼ定常

となるが、60周期めあたりで気泡運動の振幅が急増し、やがて定常となる。これは主に、図1のところで述べたように、気泡内部におけるミストの発生・消滅によるエンタルピーの気泡内部への輸送によっている。また、本モデルでは気泡内部の状態が適合するため、断熱モデルに比較して、振動圧力場に同調しやすく、ほぼ最初から1/1のハーモニック振動が観察される。

図3、4に強制振動圧力場における気泡運動の周波数応答の本モデルおよび断熱モデルについて示す。初期状態の周囲圧力は100 kPa、温度は20°C、半径は100 μm である。図3は圧力振幅が40 kPa、図4は70 kPaの場合のものである。横軸の強制振動の振動数は気泡の固有振動数で、縦軸の気泡半径の最大振幅は初期気泡径で無次元化してある。計算は400周期にわたって行われた。図中の分数は共振の次数⁽³⁾を表し、分母、分子はそれぞれ、気泡の主振動の一周期に含まれる圧力振動の振動の数、および気泡振動の振動の数である。図3に示す $p_a=40$ kPaの場合、断熱モデルでは、気泡振動にハーモニック振動(次数:1/1, 2/1など)およびサブハーモニック振動(次数:1/2)が観察されるが、気泡の内部現象を考慮した本モデルではハーモニック振動のみが観察される。これは気泡内部の状態が変化し、断熱モデルに比較して、振動圧力場に同調しやすいためと考えられる。振動圧力場における

図1 振動圧力場における気泡の挙動

図2 気泡の内部状態による振動圧力応答の比較

気泡運動の応答曲線には、いずれも非線形振動に特徴的なジャンプ現象が観察される。気泡の固有振動数付近で見ると、振動数が高い領域では、本モデルのほうが気泡運動の振幅は大きくなっているが、固有振動数で無次元化した振動数 1.1 あたりから断熱モデルによる気泡運動の振幅のほうが大きくなり無次元振動数 0.80 でジャンプし振幅は小さくなる。本モデルではさらに振幅は大きくなり無次元振動数 0.70 でジャンプする。ジャンプした後はいずれも二次のハーモニック振動が現れる。ジャンプが起きる気泡運動の振幅は本モデルのほうが大きい。二次以降も同様の傾向が観察されるが、ジャンプの様子は断熱モデルのほうが尖鋭である。

図 4 に示す圧力振幅 $p_a=70$ kPa の場合、断熱モデルでは気泡運動にハーモニック振動（次数：1/1, 2/1 など）、サブハーモニック振動（次数：1/2）およびウルトラハーモニック振動（次数：3/2, 5/3 など）が観察される。気泡の内部現象を考慮した本モデルでもそれぞれモードの振動が観察されるが、すでに述べたように断熱モデルに比較して、振動圧力場に同調しやすいため、ウルトラハーモニック振動は起きにくくなっている。圧力振幅が 40 kPa の場合に比べて気泡運動の非線形性は強くなっており、振動圧力場における応答曲線には、いずれも非線形振動に特徴的なジャンプ現象がいくつも観察される。気泡の固有振動数の半分の振動数付近で見ると、断熱モデルではウルトラハーモニック振動が次数 3/2, 5/3 の 2 種類観察され、応答曲線の様子は複雑となっている。本モデルでもウルトラハーモニック振動が観察されるがその次数は 3/2 のみである。ジャンプが起きる周波数は、圧力振幅 40 kPa の場合に比較して、両モデルとも低くなっている。断

熱モデルでは無次元振動数が 0.71 でジャンプし振幅は小さくなるが、本モデルでは 0.60 でジャンプしている。ジャンプが起きる気泡運動の無次元振幅は、断熱モデルでは 1.61, 本モデルでは、2.00 である。ジャンプした後はいずれも二次のハーモニック振動が現れる。二次以降も同様の傾向が観察されるが、図 3 と同様、ジャンプの様子は断熱モデルのほうが尖鋭である。

4・2 振動圧力場における気泡の非周期的挙動

振動圧力場の振幅を 300 周期で、0 から 600 kPa まで線形に増加させた例を図 5 に示す。初期状態における場の圧力は 100 kPa, 気泡半径は 100 μm , 温度は 20°C, 強制振動の周波数は気泡の固有振動数の 80 % にあたる 25.95 kHz である。図中の (a) は気泡の内部現象を考慮した本モデルによる計算を、(b) は断熱モデルによる計算を示す。気泡は圧力場が振動を開始すると同時に振動を開始し、場の圧力の振幅の増加とともに気泡の振幅も増加する。最初の段階では気泡は振動圧力場と同調して一次のハーモニック振動をしているが、やがて気泡振動は非周期的となり一見ランダムに見えるカオス的な振動挙動を示すようになる。この過渡的なカオスが発生した後、気泡の振動にはウルトラハーモニック振動（次数：2/2）が観察されるようになる。この過渡的なカオスが継続する期間は、本モデル (a) の場合のほうが断熱モデル (b) に比べて短い。気泡の内部現象を考慮したモデルでは、ウルトラハーモニック振動が観察された後再びカオス的な非周期振動が観察される。以上の気泡の振動の挙動の分岐図を図 6 に示す。この図は、強制振動圧力場の位相が 155° の時の気泡の半径を縦軸にプロットしたものである。一次のハーモニック振動をしていた気泡がカオ

図 3 強制振動圧力場における気泡運動の周波数応答気泡内部状態による比較：圧力振幅 $p_a=40$ kPa

図 4 強制振動圧力場における気泡運動の周波数応答気泡内部状態による比較：圧力振幅 $p_a=70$ kPa

ス的挙動を経てウルトラハーモニック振動をするようになり、再びカオス的な非周期振動するようになる様子が良くわかる。図6(a), (b)を比較すると、気泡内部に起きている諸現象により、気泡の振動はよりカオス的になりやすくなっていることがわかる。図5の(a)に示す気泡の内部現象を考慮した場合の気泡振動の結果を周波数分析し、周波数分岐図として図7に示す。ある周期の周波数分析結果は次のようにして得られた。すなわち、その前後の周期における気泡の振動波形にハニング形のウィンドウを掛けFFTにより解析した。最初の100周期めあたりまでは振動圧力場の振動に同期していた気泡がカオス的挙動を経て倍分岐し、120周期めあたりから振動圧力場の半分の周波数が現れて、多くのカオス現象に見られるいわゆる窓を形成している。再び振動は非周期的となり、180周期めあたりから振動圧力場の1/6の周波数が強く現れているのが観察され、その後はカオス的な非周期振動となっている。

他の条件は変化させず、強制振動圧力場の振幅を400 kPaにして、定常的に気泡を振動させた時の気泡振動の半径と速度で定性的に描いた相平面とそのポアンカレマップを図8に示す。ポアンカレマップは強制振動の位相が 180° の位置でプロットしたものである。気泡運動は相平面上を時計方向に動くが、一定した軌道上を動くのではなく、ある範囲を埋めつくすように変動しており、振動がカオス的な非周期振動であることを良く表している。図8のポアンカレマップは多くの振動周期についてプロットされたものである。もし、気泡の振動が周期的であれば振動の次数に対応する点

にのみプロットされるはずであるが、ある範囲にわたって多くの点がプロットされている。このことも、気泡の振動が一見ランダムに見えるが、決定論的なカオスであることを良く表している。また、このマップはストレンジアトラクタとも呼ばれている。

5. 結 言

振動圧力場中に置かれた気泡の非線形振動について、気泡内部に起きる均一核生成によるミストの発生、蒸気と不凝縮ガスとの相互拡散などの現象を考慮に入れて数値計算を行い以下の結論を得た。

(1) 気泡内部におけるミスト発生・消滅により、気泡内部の状態が変化し外部の状態に適合するため、気泡は振動圧力場に対して同調しやすくなる。

(2) 振動圧力場における気泡運動の周波数応答曲線は、気泡内部の現象を考慮しない断熱モデルに比べて周波数の低いほうに移動するが、気泡の最大振幅は

図6 気泡振動の分岐図

図5 振動圧力場における気泡の過渡的挙動
気泡内部状態による比較

図7 気泡振動の周波数分岐図

図 8 カオスの挙動時の相平面とポアンカレマップ

むしろ大きくなる。また、ジャンプの大きさは断熱モデルに比べて小さくなる。

(3) 振動圧力場の振幅を大きくしていくと、圧力場と同調して周期的な振動をしていた気泡は、一見ランダムに見えるが、決定論的なカオスである非周期振動をするようになる。本モデルでは、気泡内部に起きている諸現象により、気泡運動はカオスの非周期振動になりやすくなっている。

文 献

- (1) 松本, 微細ガス気泡の圧力応答に関する研究, 機論, 50-455, B (昭 59), 1649.
- (2) 松本, 気泡運動における不凝縮ガスの影響, 機論, 52-475, B (昭 61), 1168.
- (3) Lauterborn, W., *Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids*, J. Acoust. Soc. Am., 59-2 (1967), 283.
- (4) Cramer, E., *The Dynamics and Acoustic Emission of Bubbles Driven by a Sound Field, Cavitation and Inhomogeneities in Underwater Acoustics*, Springer-Verlag, (1980), 54.
- (5) Shima, A., Rajvanshi, S. C. and Tsujino T., *Study of nonlinear oscillations of bubbles in Powell-Eyring fluids*, J. Acoust. Soc. Am., 77-5 (1985), 1702.
- (6) Shima, A., Tsujino, T. and Nanjo, H., *Non-linear oscillations of gas bubbles in visco-elastic fluids*, Ultrasonics, 24-5 (1986), 142.
- (7) 高比良・ほか 2 名, 圧縮性液体中の 2 個の球形気泡の非線形振動, 第 5 回キャビテーションに関するシンポジウム, (昭 62), 27.
- (8) Thompson, J. M. T. and Stewart, H. B., *Nonlinear Dynamics and Chaos*, John Wiley & Sons, (1986).
- (9) Lauterborn, W., *Acoustic Turbulence*, Frontiers in Physical Acoustics, Soc. Italiana di Fisica, (1986), 124.

討 論

〔質問〕 嶋 章・富田 幸雄

〔東北大学高速力学研究所〕

内部現象を考慮して気泡の非線形振動を数値計算し、興味深い知見を得られたことに対し敬意を表す。以下の諸点についてご教示願いたい。

(1) 周波数応答曲線において、貴数値モデルと断熱モデルによる結果は明白な差異を示しているが、これを証明するような具体的な実験例があるならばお教え願いたい。

(2) 気泡内部状態を詳細にシミュレートしている本モデルを用いて超音波キャビテーションにおける音響ルミネッセンスの温度依存性を説明しうるものと考えが、その可能性についてお伺いしたい。

(3) 一つの初期条件に対して最大どの程度の計算時間を要したか。

〔回答〕 (1) 現在のところ、残念ながら知見していない。

(2) 音響ルミネッセンスが崩壊時の高温高圧下の気体からの放射現象であるならば、実在ガスの効果などをとり入れ、本モデルを改良すればある程度可能と思われ、現在研究中である。

(3) 今回の数値計算は、東京大学大型計算機セン

ターの M 680 を用いて行った。例えば図 5 (a) に示す気泡の過渡的挙動を計算するのに要した時間は 600 s 程度であった。

〔質問〕 山崎 堯 右〔高知大学農学部〕

(1) 一般にカオスにおいては、基本振動数以外のさまざまな振動数のモードが励起される。貴モデルは、断熱モデルに比べて、気泡内部の現象を考慮しているため、振動圧力場に同調しやすくウルトラハーモニック振動が抑えられる(図 4)と述べているが、このことと、図 5, 6 から結論されている、貴モデルのほうがカオスになりやすいという見方は矛盾しないか。

(2) 気泡内部に起きている諸現象を記述している諸式の中で主にどのような式の形がカオスの挙動に寄与しているか。今までの数値計算のうえから把握できていればご教示願いたい。

〔回答〕 (1) カオスは、非線形の決定論的運動方程式に従う状態変数がある領域内で非周期的運動を行っている状態であり、図 5 において、本モデルが断熱モデルと比較して早い時期よりカオスの挙動となっているのは、各モデルの外圧の変化に対する非線形性の違いによるものであると考えている。他方、図 3, 4 および結論に述べられている「同調しやすいためで

ある」とは、内部状態が変化することが可能であるということによっている。図3, 4は定常状態において得られた結果であり、図5は圧力場を過渡的に上昇させたときに得られた結果である。さて、ご指摘のように倍分岐とカオスは密接な関係があるが、倍分岐をすればただちにカオスに至るわけではなく、今後の詳細な研究が必要と思われる。

(2) 特にどの項がカオスの挙動に寄与しているかを明らかにすることは現在のところ困難であるが、一周期の間に見掛けのポリトロープ指数が変化することが非線形性を強くしているものと考えている。

〔質問〕 松井 剛一〔筑波大学構造工学系〕

気泡の振動特性について興味ある結論を導いておられると思う。次のことについてご教示願いたい。

(1) 気泡の挙動解析のために重要である蒸発・凝縮の特性時間はどのように与えられているのか。また、ミストの発生・消滅に関してランダム性が与えられているのか。

(2) 図3, 4において、一次共振では、振動の振幅は、著者のモデルのほうが大きく、図4の場合では高次共振もまた大きい。しかし、図3の場合の高次共振では逆に小さくなっている。この理由について説明していただきたい。応答の振幅は「定常」状態におけるものをとられたと思うが、この「定常」状態はどのように決められたのか。400周期の計算で「定常」になっているという保証はあるのか。

(3) 実際の微小気泡振動と著者のモデルとの関係について説明していただきたい。

〔回答〕 (1) 蒸発・凝縮の特性時間といったものを陽に与えることはせず、蒸発・凝縮速度はSchrage (付1)の式を使って評価している。例えばステップ状に減圧されたときの気泡の挙動でいえば、気泡半径が $8\mu\text{m}$ 以上であれば、ほぼ平衡状態を仮定したものに近くなる。くわしくは文献(1)を参照されたい。また核生成率もいわゆる古典理論に従って評価しており、特にランダム性は与えていない。

(2) 定常振動における本モデルと断熱モデルによ

る気泡の振幅半径の大きさの違いは、本モデルの内部状態が変化しうることによって起きている。この内部状態がどのように変化するかは、外部圧力の振動状態に大きく依存しており、その依存の程度が振動振幅の大小となって現れてきていると考えられる。気泡の内部状態を考慮した本モデルでは、振動状態における各周期の気泡半径の最大値が、一定の値に落ち着くには極めて多くの時間がかかる。そこで、今回の数値計算においては、条件を変化させても400周期経過すれば、継続する5周期にわたって対応する気泡半径の最大値の相対誤差が1%の範囲内にあるので、その値を定常値とした。

(3) ここで計算しているような振動圧力場での実験データは知見していないが、著者の一人の実験(付2)によればステップ状の圧力低下に対する気泡応答は本モデルにより説明される。

〔質問〕 藤川 重雄・高比良 裕之

〔京都大学工学部〕

(1) 気泡の非線形振動を扱う場合、通常ポリトロープ変化が仮定されるが、これと内部現象を考慮した場合の結果を比較されたいことがおありか。

(2) 図5, 6において、固有振動数の80%の強制振動数の下では、内部現象を考慮したモデルのほうがカオス的になりやすくなっているが、この傾向は異なる強制振動数の下でも成り立つと考えて良いのか。

〔回答〕 (1) 今回の数値計算においては断熱モデルとの比較のみで、ポリトロープ指数を変化させたものとの比較はしていない。

(2) 本モデルのほうがカオス的になりやすいという傾向は、ほぼ一般的に成り立つと思われるが、全振動数領域にわたって計算は行っていないので、今後の詳細な研究が必要と考えている。

(付1) Schrage, R.W., *A Theoretical Study of Interphase Mass Transfer*, (1953), Columbia Univ. Press.

(付2) 松本, キャビテーション初生に及ぼす気泡内の均一格凝縮の影響, 機論, 51-467, B (昭60), 2036.