後向きステップチャネル内の層流熱伝達*

近 藤 継 男^{*1}, 長 野 靖 尚^{*2}Computational Study of Laminar Heat Transfer
behind Backward-Facing Steps

Tsuguo KONDOH and Yasutaka NAGANO

Laminar heat transfer mechanism in separating and reattaching flows has been numerically studied by simulating flow and heat transfer behind backward-facing steps. As a result of systematic numerical experiment, detailed relations between the heat transfer characteristics and the principal parameters related to flow and geometry were obtained. An important finding is that the distribution of the local Nusselt number is strongly dependent upon both the Reynolds and Prandtl numbers and the location of the peak in it does not necessarily correspond to the point of the flow reattachment.

Key Words: Convective Heat Transfer, Backward-Facing Step, Laminar Flow, Separated Flow, Numerical Analysis

1. 結 言

流れのはく離とこれに引き続く再付着は、熱伝達の機構に著しい変化をもたらす、伝熱機器の熱負荷の偏りという弊害となることもあれば、再付着点近傍での伝熱の促進という恩恵につながることもある。したがって伝熱機器を設計するうえで、はく離を伴う流れの中での熱伝達に関する基礎的な知見は極めて重要である。

後向きステップ流は、はく離を伴う流れとしては最も基本的であるため、これを対象とした研究は多いが、そのほとんどは流れ場に関するもので、温度場に関してはいまだ研究は不十分といえよう。現在でも、熱伝達率が最大となる点と流れの再付着点との位置関係など、最も基礎的なことに関してさえ不明な点が多い。

本研究では、後向きステップを対象とした流れと伝熱の直接シミュレーションにより、はく離を伴う流れの中での熱伝達の機構を探るとともに、系統的な数値実験により、熱伝達の特性値(最大熱伝達率とその位

置、平均熱伝達率など)とこれに影響する主要なパラメータ(チャネルの拡大率、レイノルズ数、プラントル数)との関係を求め、はく離流伝熱の基礎的な資料として整理した。

2. 記 号

- C_f : 壁面摩擦応力係数 $= \tau_w / (\rho U^2 / 2)$
 ER : チャネルの拡大率 $= w_2 / w_1$
 h : ステップの高さ
 Nu : 局所ヌセルト数 $= ah / \lambda$
 Nu_{max} : Nu の最大値
 $\overline{Nu}$: 再循環域における Nu の平均値
 Nu_0 : ステップの位置($x=0$)での Nu
 p : 圧力
 Pr : プラントル数
 Re : レイノルズ数 $= Uh / \nu$
 T : 温度
 T_∞ : ステップ上流の一樣温度
 T_w : 加熱壁の温度(一定)
 u : 速度ベクトル
 u : 主流方向の速度
 U : ステップ上流の一樣流速(一樣流部分がある場合)または平均速度(発達流の場合)

* 昭和62年5月27日 第24回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 昭和62年8月28日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(〒480-11 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41-1)。

^{*2} 正員、名古屋工業大学(〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

w_1, w_2 : 上流, 下流のチャンネル幅

x : ステップの位置を始点とする主流方向の座標

X^* : Nu が最大となる x (最大熱伝達位置)

X_R : 再付着点の x (再付着距離)

y : ステップの下端を始点とする主流に垂直な方向の座標

α : 壁面熱伝達率 $= -\lambda(\partial T/\partial y)_{y=0}/(T_w - T_\infty)$

δ_T : 温度境界層厚さ

θ : 無次元温度 $= (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$

λ : 熱伝導率

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

τ_w : 壁面摩擦応力

∇ : 空間微分の演算子

Δ : ラプラスの演算子

上付添字

t : ベクトルの転置

3. 基礎方程式と数値解法

基礎方程式は非定常, 二次元, 非圧縮性の流れに対する連続の式(1)とナビエ・ストークス方程式(2), およびエネルギー方程式(3)である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{u}^t) = -\nabla p + (1/Re) \Delta \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial \theta / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{u} \theta) = 1/(Re \cdot Pr) \Delta \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで, $\mathbf{u}, p$ は $U, \rho U^2$ で, また時間, 空間座標は $h/U, h$ でそれぞれ無次元化されている。

定常解は非定常時間発展解の収束結果として求めた。計算格子に自由度をもたせられるよう, 一般座標系で表現された式を用いた。数値解法は差分法である。時間微分の離散化はオイラーの陰的差分, 空間微分の

離散化は, 対流項以外については中心差分, 対流項については三次精度の風上差分⁽¹⁾とした。離散化の結果として得られる連立方程式はSOR法(一部ILUCGS法)で解いた。

4. これまでの研究との比較

後向きステップを対象とした層流熱伝達の実験として, Aung の実験⁽²⁾がある。またこれに関しては Hall-Pletcher⁽³⁾が粘性・非粘性干渉法で, Chiu-Pletcher⁽⁴⁾が部分放物化ナビエ・ストークス方程式で, 計算をしている。そこでこれらとの比較を行った。Aung の実験は3種類のステップ高さにつきなされているが, ここではそのうちの二つ (6.4 mm と 12.7 mm) を比較の対象として取り上げた。計算領域は加熱開始点であるステップの上流 305 mm よりステップの下流 305 mm までとした。Aung の実験ではステップの位置で境界層の運動量厚さが規定されているが, 本計算では, 平板上の層流境界層の式に基づき, ステップ位置での運動量厚さが実験条件と一致するよう, 上流入口の運動量厚さを設定した。

図1にステップ下流のはく離・再付着域における温度分布の比較を示した。図1(a)はステップの高さ h が 6.4 mm ($Re=178$) の場合のものである。本計算の結果は, 他の二者の計算と同様, いちばん上流の断面 ($x/X_R=0.14$) の壁面近傍での若干の差異を除き, 実験とよく一致している。図1(b)に示したステップの高さ h が 12.7 mm ($Re=233$) の場合には, 本計算の結果は, 再付着点のすぐ上流 ($x/X_R=0.946$) と下流 ($x/X_R=1.210$) では実験とよく一致している。再循環域の中央部 ($x/X_R=0.482, 0.694$) では実験との差がみられるが, 他の二者の計算結果と比べると本計算結果のほうがより実験結果に近い。

(a) $h=6.4$ mm ($Re=178$) の場合

(b) $h=12.7$ mm ($Re=233$) の場合

図1 Aung の実験⁽²⁾との比較 (はく離・再付着域の温度分布)

5. 系統的な数値実験

後向きステップの層流熱伝達を左右するパラメータとして、チャンネルの拡大率 ER 、レイノルズ数 Re 、プラントル数 Pr の三つがあげられる。そこでこれらのパラメータのいろいろな組合せにつき系統的な数値実験を行った。境界条件は、ステップの上流入口で発達流、ステップの下流で下壁面を一定温度に加熱、他の壁面は断熱とした。表1にケーススタディの一覧を示す。層流を対象とすることから Re は500までとした。 ER としては、1.25, 1.5, 1.67, 2.0の4ケースを設定した。 Pr としては、空気、水に相当する0.7, 7と、低プラントル数の代表として0.07を設定した。 $Re=100$, $ER=1.5$, $Pr=0.7$ を基準条件として各パラメータを変化させ、熱伝達特性に対するこれらのパラメータの影響を調べた。計算領域はステップの上流にステップ高さの10倍、ステップの下流に同50倍とった。計算格子は x 方向に60, y 方向に30の非一様格子で、壁面の近傍で密となるようにした。

5.1 後向きステップ流の速度場と温度場 最初に、基準条件である $ER=1.5$, $Re=100$, $Pr=0.7$ の場合の結果を、速度場も含めて図2に示す。図2(a)はステップ下流の速度分布(分離流線も併記)であるが、乱流の場合⁽⁵⁾⁽⁶⁾とは異なり、再循環域の流れは比較的弱く、逆流速度の最大値も主流速度の10%程度とあまり大きくない。温度場〔図2(b)〕は境界層を形成しているが、再付着流の影響でその厚さは再付着点の近傍(この場合はやや下流)で最も薄くなっている。境界層内の温度分布〔図2(c)〕は、再循環域上流部ではS字状の分布を示すが、その後次第に単純な分布となり、再付着点より下流では平板上の温度境界層の場合とあまり異ならない分布を示す。壁面摩擦応力〔図2(d)〕は、 $x/h=6.36$ で零、すなわちここで流れが再付着している。そして再循環域の中央よりやや上流で最小値(負で絶対値最大)をとっている。壁面熱伝達率〔図2(e)〕は再付着点のやや下流($x/h=7.0$)で最大である。この位置は前述の温度境界層が最も薄くなる位置にほぼ対応している。しかし、流れの再付着点

表1 ケーススタディの一覧

ER	1.25			1.5			1.67			2.0		
	0.07	0.7	7.0	0.07	0.7	7.0	0.07	0.7	7.0	0.07	0.7	7.0
Re	10	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○
	20	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○
	50	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○
	100	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	500	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

とは少なからぬ隔たりがある($x/X_R=1.10$)。なお、図2(d)および図2(e)の中の破線は、計算格子の数を x, y の各方向で2倍とした場合の結果であるが、もとの格子による結果との差はわずかであり、先に述べた格子数でほぼ十分と考えられる。

5.2 レイノルズ数の影響 熱伝達率の分布に対するレイノルズ数 Re の影響を図3に示した。ただしチャンネルの拡大率 ER は1.5, 流体は空気($Pr=0.7$)である。図3(a)はステップ下流の壁面上の局所ヌセルト数 Nu の分布を、横軸をステップの高さで無次元化してプロットしたものである。どの Re に対しても Nu はステップの下流でいったん増加した後減少している。 Re の増加とともに、 Nu のピーク位置は下

図2 基準条件($ER=1.5$, $Re=100$, $Pr=0.7$)に対する結果

流に移動し、ピーク値は増加している。 Nu のピーク位置のこの移動は流れの再付着点の移動と関係がありそうである。そこで同じ分布を、横軸を再付着距離で無次元化してプロットしたものが図3(b)である。通常いわれているように、 Nu のピーク (図3(b)中○印)は流れの再付着点の周辺にはある。しかし、 Nu のピーク位置と流れの再付着点との相対的な位置関係は Re とともにかなり変化しており、しかも両者は必ずしも十分に近いとはいえない。例えば、 $Re=20$ では両者の隔たりは再付着距離の約30%にもなっている。

熱伝達の大域的な特性(最大熱伝達率等)が Re とともにどのように変化するかを図4に示した。 Re の増

図3 局所ヌッセルト数の分布に対するレイノルズ数の影響

図4 レイノルズ数による熱伝達特性の変化

加とともに、 Nu のピーク位置 (再付着点に対する相対位置 X^*/X_R) は初め少し下流へ移動するが、続いて再付着点の下流から再付着点の上流へと位置を変えている。高レイノルズ数の流れ (乱流) では再付着点のやや上流で Nu が最大となる⁽⁷⁾といわれているので、この変化は妥当であろう。 Nu のピーク値 Nu_{max} は $\log(Re)$ に対してほぼ直線的に増加し、再循環域の平均値 $\overline{Nu}$ も同様に Re とともに増加している。しかし、再循環域内でも上流部の Nu (代表としてステップ位置 $x/h=0$ でのヌッセルト数 Nu_0 が示してある)は Re の増加とともに逆に減少している。

Re による熱伝達特性のこのような変化は、図5に示す温度分布から理解される。図5に示されているように、はく離-再付着流の影響で、温度の分布には局所的なひずみが生じている。すなわち、再付着点付近では、流れの再付着に伴う下向きの流れにより温度境界層が「圧縮」され、その結果、壁面の近傍に温度こう配の大きい層が形成されている。また、ステップの直後では温度の変化がせん断層に集中し、これに伴い壁面

図5 レイノルズ数による温度分布の変化

近傍の温度こう配が小さくなっている。そしてこのような傾向は、 Re が高いほど顕著となるため、熱伝達特性の Re に対する振る舞いが、先に述べたようなものとなるわけである。

5・3 チャンネルの拡大率の影響 局所ヌッセルト数 Nu の分布に対するチャンネルの拡大率 ER (または圧力上昇率) の影響を図 6 に示した。ただしレイノルズ数 Re は 100, 流体は空気 ($Pr=0.7$) である。 ER の増加とともに (ステップの高さを固定して考えると上流のチャンネル幅が小さいほど), Nu のピーク位置は上流に移動し、ピーク値は増加している [図 6 (a)]。ピーク位置のこの移動は流れの再付着点の移動に伴うものである (流れの再付着点は ER の増加とともに上

流に移動する)。横軸を流れの再付着距離で無次元化した図 6 (b) から, Nu のピークは再付着点のやや下流にあり, ER が増加するとともに再付着点に近付く傾向のあることがわかる。

熱伝達特性の ER による変化を図 7 に示した。 ER の増加とともに, Nu のピーク値と同様、再循環域の平均値も増加するが、再循環域上流部の Nu は減少している。 Nu のピーク値が ER とともに増加するのは、再付着流による温度境界層の「圧縮」が、 ER が大きいほど強い (図 8) ことに起因している。

5・4 プラントル数の影響 局所ヌッセルト数

図 6 局所ヌッセルト数の分布に対するチャンネルの拡大率の影響

図 7 チャンネルの拡大率による熱伝達特性の変化

図 8 チャンネルの拡大率による温度分布の変化

図 9 局所ヌッセルト数の分布に対するプラントル数の影響

Nu の分布に対するプラントル数 Pr の影響を図 9 に示した。ただしレイノルズ数 Re は 100, チャンネルの拡大率 ER は 1.5 である。 Nu の分布は、空気と水に相当する $Pr=0.7$ と $Pr=7$ の場合にはステップの下流でいったん増加したのち減少しており、そのピークは流れの再付着点のやや下流にある。しかし、低プラントル数の $Pr=0.07$ の場合には、再付着点の近傍で Nu は若干増加する気配はあるものの、ほぼ単調に減少しており、再付着点近傍に Nu のピークはみられない。

熱伝達特性の Pr による変化を図 10 に示した。 Pr の増加とともに、 Nu の最大値は増加し、再循環域の平均値も増加するが、再循環域上流部の Nu は減少している。 Nu のピーク位置は、 $Pr=0.7$ と $Pr=7$ ではあまり差がなく、再付着点のやや下流にある。しかし $Pr=0.07$ では、 Nu は加熱開始点 ($x=0$) で最大である。

プラントル数による温度分布の変化を図 11 に示した。流体が空気 ($Pr=0.7$) の場合 [図 11(b)] には、ステップ下流の長い区間にわたって温度境界層が形成されており、再付着流に伴う下向きの流れにより、流れの再付着点付近に温度境界層の「圧縮」がみられる一方、ステップ直後では温度の変化がせん断層に集中し

ている。流体が水 ($Pr=7$) の場合 [図 11(c)] には、この傾向がさらに顕著となっている。しかし、低プラントル数 ($Pr=0.07$) の場合 [図 11(a)] には、温度境界層はほとんど形成されておらず、はく離-再付着流による温度分布のひずみもほとんどみられない。低プラントル数における前述の特異な現象はこのような温度場を反映したものである。

ただし、 Pr の影響に関する以上の結果は Re が 100 についてのものであり、 Re が異なれば様相が変化することも考えられる。そこで、まず $Pr=0.07$ につき、各種の Re に対する Nu の分布を図 12 に示した。 Pr が低くても Re が比較的高ければ Nu のピークが再付着点の近くにみられる。しかし Re が低くなるとともにこのピークは弱まり、やがて消滅するのがわかる。同様に、 $Pr=7$ につき、各種の Re に対する Nu の分布を図 13 に示した。この場合、 Nu の分布の Re に伴う変化は、5・2 節の $Pr=0.7$ の場合とよく似ている。ただし、 Nu の値は全般により高めである。 Nu のピーク位置と再付着点との相対的な位置関係が Re とともに変化するしかたも、 $Pr=0.7$ の場合とほぼ同様であ

($Re=100, ER=1.5$)

図 10 プラントル数による熱伝達特性の変化

(a) $Nu-x/h$

(c) $Pr=7$

($Re=100, ER=1.5$)

図 11 プラントル数による温度分布の変化

(b) $Nu-x/X_R$

図 12 $Pr=0.07$ における局所ヌセルト数の分布に対するレイノルズ数の影響 ($ER=1.5$)

(a) $Nu-x/h$ (b) $Nu-x/X_s$ 図 13 $Pr=7$ における局所ヌッセルト数の分布に対するレイノルズ数の影響 ($ER=1.5$)

る。ただし、レイノルズ数の低い領域において Nu が最大となる位置は、 $Pr=7$ のほうがよりいっそう再付着点から下流に遠く離れており、 $Re=10$ では両者の隔たりは再付着距離の 80 % 近くにもなっている。

6. 結 言

後向きステップ流の層流熱伝達に関する系統的な数値実験を行い、熱伝達に影響する主要なパラメータのいろいろな組合せのもとでのヌッセルト数の分布を求め、また熱伝達の特徴値がこれらのパラメータとともにどのように変わるかを明らかにした。本研究で得られた主要な知見を以下にまとめる。

(1) プラントル数が 1 程度の場合 ($Pr=0.7$)、熱伝達率が最大となる位置 (最大熱伝達位置) は流れの再付着点の近傍にある。ただし両者の位置関係はレイノルズ数によって変わり、低レイノルズ数では最大熱伝達位置は再付着点の下流にあるが、レイノルズ数が高くなると再付着点の上流に位置を変える。

(2) プラントル数が低い場合 ($Pr=0.07$)、再付着点近傍でのヌッセルト数のピークはレイノルズ数が低くなるとともに弱まり、やがて消滅する。この場合ヌ

ッセルト数は加熱開始点で最大である。

(3) プラントル数が比較的高い場合 ($Pr=7$)、低レイノルズ数において、最大熱伝達位置は再付着点よりずっと下流にある。

(4) チャンネルの拡大率、レイノルズ数、プラントル数のいずれについても、それらが増加するとともに、ヌッセルト数のピーク値、再循環域の平均ヌッセルト数はともに増大する。

文 献

- (1) Kawamura, T. and Kuwahara, K., *AIAA Paper*, 84-0340 (1984).
- (2) Aung, W., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **105** (1983), 823.
- (3) Hall, E. J. and Pletcher, R. H., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **107** (1985), 557.
- (4) Chiu, I.-T. and Pletcher, R. H., *Proc. 5th Int. Heat Transf. Conf.*, (1986), 415.
- (5) Kim, J., ほか 2 名, *Stanford University Report MD-37* (1978).
- (6) Eaton, J. K. and Johnston, J. P., *Stanford University Report MD-39* (1980).
- (7) Vogel, J. C. and Eaton, J. K., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **107** (1985), 922.

討 論

〔質問〕 太田 照和〔東北大学工学部〕

再付着点と熱伝達率最大となる位置との相違がレイノルズ数によって変化する原因を流れ場との関連でご教示いただきたい。

〔回答〕 低いレイノルズ数において局所熱伝達率が流れの再付着点のやや下流で最大となるのは、流れの再付着にともなう下向きの流れによる温度境界層の圧縮が、そこで最も大きくなるためである。レイノルズ数が 500 では、局所熱伝達率が流れの再付着点のや

論

や上流で最大となっているが、この場合は、石黒氏への回答(1)に記したように、流れ場は非定常であった。再付着点の近傍には非定常の渦がみられ、この渦が再付着点の上流での熱伝達を促進しているのではないかと考えている。なお、乱流を含む、比較的高いレイノルズ数における、はく離-再付着流中の熱伝達の機構については、現在別に研究を進めていることを付言したい。

〔質問〕 石黒 博〔筑波大学構造工学系〕

付図 1 局所熱伝達率分布の比較

(1) 数値計算の範囲内で非定常層流解が得られることはなかったか。

(2) 速度、温度場を三次の風上差分で計算する際の差分式に対する各境界での境界条件の与え方および、計算の初期条件を示していただきたい。

(3) 計算法の妥当性検証の観点から実験値との比較が重要と考えられるが、Aung の実験結果の再付着点位置や局所熱伝達率分布などとの一致はどの程度か。また、計算値と実験値の違い、例えば図 1 (b) の不一致の原因は何か。

(4) チャンネル拡大率の変化は (i) ステップ下流の圧力上昇率と (ii) ステップ入口での流入条件に影響を及ぼすが、チャンネル拡大率を (i) とだけ対応させる理由は何か。

(5) 論文中で重視されている再付着点と最大局所熱伝達率点との関連で結言 (1) のような特性となるの

は、どのような熱伝達機構に基づくとお考えか。

〔回答〕 (1) $Re=200$ までは、そういうことはなかった。 $Re=500$ では若干の非定常性がみられた。この場合、結果には時間平均場を示した。

(2) 境界条件は 5 章の冒頭に記した。断熱条件など、ノイマン形の境界条件の離散化には、片側 3 点差分を用いた。境界の隣の格子点における、境界に垂直な方向の対流項の離散化には、境界と反対側の 2 点と境界点を参照する 3 次精度の 4 点差分を用いた。初期条件は、速度場はポテンシャル流、温度場は入口温度に等しい一様温度とした。

(3) 計算の妥当性を検証するために、4 章で、はく離-再付着域における温度分布を実験と比較し、一部を除いてよく一致することを示した。再付着点位置 X_R/h は、図 1 (a) に温度分布を示した $h=6.4$ mm ($Re=178$) の場合、Aung⁽²⁾ の実測値 6.10 に対し、本計算の結果は 8.64 であった。ちなみに、同じ問題を扱った Hall-Pletcher⁽³⁾ の計算では 8.57、Chiu-Pletcher⁽⁴⁾ の計算では 8.95 であり、いずれも本計算の結果に近い。局所熱伝達率分布の比較を付図 1 に示す。やはり 3 者の計算結果は比較的よく一致している。若干の差は、計算手法の差による（他の 2 者の計算では基礎方程式に近似がなされている）ものと思われる。これら、あるいは図 1 (b) における計算と実験との差については、実験の不確かさが不明であるので、必ずしも計算の問題とはいえない。

(4) ステップによるチャンネルの拡大は逆圧こう配を生み、チャンネルの拡大率とともに圧力上昇率が高くなるという意味で、両者を対応づけた。チャンネルの拡大の、上流入口での流入条件への影響については、入口を十分上流（ステップ高さの 10 倍）にとっているため、ほとんど影響はない。

(5) 太田氏への回答を参照されたい。