亜音速せん断流中の定常翼形特性*

平野 公孝^{*1}, 菊地 正憲^{*1}, 佐藤 秀雄^{*2}

Steady Characteristics of an Aerofoil Section in a Subsonic Shear Flow

Kimitaka HIRANO, Masanori KIKUCHI, and Hideo SATO

Steady characteristics of an aerofoil in a two-dimensional subsonic shear flow are analyzed by the singularity method. First, on the assumption of small disturbances, fundamental solutions which represent a vortex and a source are introduced from an equation for perturbed pressures. The solutions have two kinds of singularity; one is the same singularity as in a uniform flow and the other is logarithmic. Then, the thin aerofoil theory is applied to an aerofoil with a thickness. A source distribution is determined by only a thickness of an aerofoil. However, a vortex distribution is determined by solving the integral equation, which includes the interferential term between the thickness and the vorticity of a shear flow. In a shear layer and a jet flow, lift forces acting on a flat plate and a Joukowski symmetrical aerofoil are calculated. A flat plate in a faster part of the shear flow has less lift than that in a uniform flow. Lift on a Joukowski aerofoil is strongly influenced by the vorticity of the shear flow.

Key Words: Subsonic Flow, Aerofoil, Lift, Shear Flow, Singularity Method

1. はじめに

翼に働く流体力は、従来、主流が一樣流である場合について広範囲に研究されてきた。しかし、流体機械内部の羽根や地表面近くの航空機の翼などに流入する流れは、渦度をもつせん断流となっている。このため、せん断流中の二次元翼形に働く流体力の解明は基本的課題となっている。

この翼形の厚み方向に速度分布をもつせん断流中の翼形特性については、特に、非圧縮性流れを対象とする場合において理論的にも^{(1)~(4)}、実験的にも⁽⁵⁾解析がなされてきた。しかし、圧縮性せん断流を対象とした研究はたいへん少ない⁽⁶⁾。Barsony-Hanin は、亜音速流れ⁽⁷⁾および超音速流れ⁽⁸⁾のせん断流中の三次元翼の定常特性を揚力面理論に基づいて解析した。この解析では、翼の厚みの影響は無視されている。この物体の厚みと主流渦度との干渉により揚力が発生することは、非圧縮性せん断流中の翼形⁽³⁾をはじめ円柱⁽⁹⁾などさまざまな物体について解析されている。そして、こ

のことは、圧縮性せん断流に対しても非常に重要な問題である。

本研究では、任意のマッハ数分布をもつ亜音速せん断流中で、厚みをもつ翼形の定常特性を明らかにすることを目的として、

(1) 特異点法による解析には、流れ場の基本解の誘導が必要である。このため、微小じょう乱の仮定のもとに、せん断流中の単独の y 方向集中力と吹き出しによるじょう乱圧力場の基本解を導き、それぞれのじょう乱源の特異性を明らかにする。

(2) 次に、 y 方向集中力および吹き出しの基本解を重ね合わせる線形薄翼理論の手法を用いて、翼形特性を解析する。厚みをもつ翼形の揚力に及ぼすせん断層や噴流・後流などの代表的せん断流の影響が数値的に明らかにされる。

2. 単独じょう乱源による流れ場

2.1 圧力場の基礎方程式 非粘性二次元亜音速せん断流が x 軸に平行に流れている。この流れの x 方向速度と密度は y のみにより変化し、 $U_\infty(y)$ と $\rho_\infty(y)$ で表され、一方、圧力 p_∞ は一定とする。ただし、 $y = \pm\infty$ では U_∞ と ρ_∞ は一定になる。マッハ数 M は

* 昭和63年8月25日 第952回講演会において講演、原稿受付 昭和63年2月8日。

^{*1} 正員、宮崎大学工学部 (〒889-21 宮崎市学園木花台西1丁目1)。

^{*2} (株)東芝 (〒198 青梅市末広町2-9-1)。

$M(y) = U_\infty(y)\sqrt{\rho_\infty(y)}/\sqrt{\chi p_\infty}$ である。ここで、 χ は比熱比とする。

このせん断流中の座標原点に単独じょう乱源として、 y 方向に働く集中力 f と吹き出し q を考える。すなわち、

$$f = -\rho_0 U_0 \gamma \delta(x) \delta(y), \quad q = m \delta(x) \delta(y) \dots (1)$$

ここで、 γ は集中力の強さであり、一様流中の場合には、渦の循環の強さに相当する。 m は吹き出しの流量であり、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数、 $U_0 = U_\infty(0)$ 、 $\rho_0 = \rho_\infty(0)$ である。これら特異点により乱された流れの速度 (u, v)、圧力 p 、密度 ρ は、主流の諸量に比べて十分小さいとする。すると、線形化されたじょう乱圧力に関する方程式は、外力 f が働いているオイラーの運動方程式および連続の式より次式となる⁽¹⁰⁾。

$$(1-M^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - 2 \frac{M'}{M} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} - 2 \frac{M'}{M} f - \rho_0 U_0 \frac{\partial q}{\partial x} \dots (2)$$

p をフーリエ積分表示し、式(2)に代入する。

$$p(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} P(y, \alpha) e^{i\alpha x} d\alpha \dots (3)$$

式(2)の右辺の $\delta(x)$ も同様に積分表示すると、 $y \neq 0$ に対して式(2)は次式となる。

$$L[P] = P'' - 2 \frac{M'}{M} P' - \alpha^2 (1-M^2) P = 0 \dots (4)$$

ここで、 $'$ は y に関する微分を示す。 P が $y = \pm 0$ で満たすべき関係式は、式(2)の両辺を $y = -\varepsilon$ から $+\varepsilon$ まで1回および2回積分し、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限をとることにより、

$$\left. \begin{aligned} P'(+0, \alpha) - P'(-0, \alpha) &= -\rho_0 U_0 m i \alpha / 2\pi \\ P(+0, \alpha) - P(-0, \alpha) &= -\rho_0 U_0 \gamma / 2\pi \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

であり、また、 $y = \pm \infty$ で p が発散しないことにより、

$$P(\pm \infty, \alpha) = 0 \dots (6)$$

である。

式(4)をフビニの方法⁽¹¹⁾により、次の ϕ_1, ϕ_2 に関する積分方程式に変形する。ただし、二つの独立な関数として、 $f_1 = e^{-|\alpha|y}$ 、 $f_2 = e^{|\alpha|y}$ を用いることにする。 η は式(4)のマッハ数の変化の影響を含むものとして次式で示される。

$$\eta = \int_0^y \beta(y) dy; \quad \beta(y) = \sqrt{1-M^2(y)} \dots (7)$$

$$\phi_1(y) + \int_y^\infty \phi_1(t) \phi_0(t) H(s-\eta) dt = \phi_1(y); \quad y > 0 \dots (8)$$

$$\phi_2(y) - \int_{-\infty}^y \phi_2(t) \phi_0(t) H(s-\eta) dt$$

$$= -\phi_2(y); \quad y < 0 \dots (9)$$

ここで、 $s = \int_0^t \beta(t) dt$ 、 $\phi_0(y) = M'(2-M^2)/(2M\beta^2)$ 、 $\phi_1 = \phi_0 f_1$ 、 $\phi_2 = \phi_0 f_2$ 、 $G(s) = e^{|\alpha|s} - e^{-|\alpha|s}$ 、 $H(s) = e^{|\alpha|s} + e^{-|\alpha|s}$ である。式(8)、(9)が、じょう乱圧力場を決定する基礎式である。 ϕ_1, ϕ_2 と P, P' との関係は、 $y > 0$ に対して、

$$P = g_1(\alpha) K_1(y, \alpha), \quad P' = -g_1(\alpha) |\alpha| \beta N_1(y, \alpha) \dots (10)$$

$y < 0$ に対して、

$$P = g_2(\alpha) K_2(y, \alpha), \quad P' = g_2(\alpha) |\alpha| \beta N_2(y, \alpha) \dots (11)$$

ただし、

$$K_1 = e^{-|\alpha|\eta} - \int_y^\infty \phi_1(t) G(s-\eta) dt$$

$$K_2 = e^{|\alpha|\eta} + \int_{-\infty}^y \phi_2(t) G(s-\eta) dt$$

$$N_1 = e^{-|\alpha|\eta} - \int_y^\infty \phi_1(t) H(s-\eta) dt$$

$$N_2 = e^{|\alpha|\eta} - \int_{-\infty}^y \phi_2(t) H(s-\eta) dt$$

である。じょう乱源の種類を決定する係数 g_1, g_2 は、式(5)より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} g_1(\alpha) &= -\rho_0 U_0 \frac{\gamma}{2\pi} \frac{N_2(0, \alpha)}{\beta L} \\ &\quad + \rho_0 U_0 \frac{m}{2\pi} i \frac{\alpha}{|\alpha|} \frac{K_2(0, \alpha)}{\beta L} \\ g_2(\alpha) &= +\rho_0 U_0 \frac{\gamma}{2\pi} \frac{N_1(0, \alpha)}{L} \\ &\quad + \rho_0 U_0 \frac{m}{2\pi} i \frac{\alpha}{|\alpha|} \frac{K_1(0, \alpha)}{\beta L} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

ただし、 $L = K_1(0, \alpha) N_2(0, \alpha) + K_2(0, \alpha) N_1(0, \alpha)$ 。

$\phi_1 \phi_2$ に関する積分方程式(8)、(9)が数値的に解かれ、 P が決定されると、 p は式(3)より求められ、また、じょう乱速度 (u, v) は、線形化された運動方程式より、

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1}{\rho_\infty U_\infty} \int_{-\infty}^\infty \left[P + \frac{U'_\infty}{U_\infty} \frac{P'}{\alpha^2} \right] e^{i\alpha x} d\alpha \\ v &= \frac{i}{\rho_\infty U_\infty} \int_{-\infty}^\infty \left[\frac{1}{\alpha} P' \right] e^{i\alpha x} d\alpha \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

となり、渦度 ζ は、

$$\zeta = \frac{1}{\rho_\infty U_\infty} \int_{-\infty}^\infty \left[\frac{U''_\infty}{U_\infty} \frac{P'}{\alpha^2} - \left(\frac{\rho'_\infty}{2\rho_\infty} + \frac{U'_\infty}{U_\infty} M^2 \right) P \right] e^{i\alpha x} d\alpha \dots (14)$$

となる。圧縮性流れでは、直線形せん断流 ($U'_\infty = 0$) であっても、速度こう配または密度こう配の存在によりじょう乱渦度が生じてくる。

2.2 基本解の特異性 特異点法による翼形特性

の解析においては、単独じょう乱源近傍の流れの特異性を解明することはたいへん重要である。この特異性は、 $|\alpha| \gg 1$ での P の挙動より明らかにされる。このため、 P に関し次の変換を行い、式(4)を变形する。

$$\frac{d^2 \chi}{d\eta^2} - \alpha^2 \chi = B\chi; \chi(\eta, \alpha) = \frac{\beta^{\frac{1}{2}}}{M} P(y, \alpha) \quad \dots\dots (15)$$

ここで、

$$B = \frac{\beta''}{4\beta^2} - \frac{5}{16} \frac{(\beta')^2}{\beta^3} - \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{M''}{M} - 2 \left(\frac{M'}{M} \right)^2 \right\}$$

式(15)を、式(8)(9)と同様に積分方程式に変形し、 $1/\alpha$ の項までの逐次近似解 $\tilde{\chi}$ を求める。 $y > 0$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\chi}_1 &= \tilde{g}_1 \left[e^{-|\alpha|\eta} - \frac{1}{|\alpha|} \int_{\eta}^{\infty} \frac{B(t)}{2} dt \right] \\ &\quad \times \{ e^{|\alpha|(\eta-2t)} - e^{-|\alpha|\eta} \} \\ y < 0 \text{ に対して,} \\ \tilde{\chi}_2 &= \tilde{g}_2 \left[e^{|\alpha|\eta} + \frac{1}{|\alpha|} \int_{-\infty}^{\eta} \frac{B(t)}{2} dt \right] \\ &\quad \times \{ e^{|\alpha|\eta} - e^{-|\alpha|(\eta-2t)} \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (16)$$

係数 $\tilde{g}_1, \tilde{g}_2$ は、式(5)から決定される。以上のように、 $0(1/\alpha)$ までを考慮した P を $\tilde{P}$ とすると、じょう乱圧力 p は次式で表示される。

$$p(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(y, \alpha) e^{i\alpha x} d\alpha + \int_{-\infty}^{\infty} \{ P(y, \alpha) - \tilde{P}(y, \alpha) \} e^{i\alpha x} d\alpha \quad \dots\dots (17)$$

式(17)右辺の第1項は解析的に積分され、第2項は数値的に積分される。すると、じょう乱圧力の基本解は、

$$\begin{aligned} p(x, y) &= -\rho_0 U_0 \frac{\gamma}{2\pi} \left[\frac{M}{M_0} \left(\frac{\beta_0}{\beta} \right)^{1/2} \right. \\ &\quad \times \left[\frac{\eta}{x^2 + \eta^2} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{2\phi_0(0)}{\beta_0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \pm \int_0^{\eta} B(t) dt \right\} \log(x^2 + \eta^2) \right] + H\gamma(x, y) \left. \right] \\ &\quad - \rho_0 U_0 \frac{m}{2\pi} \left[\frac{M}{M_0(\beta\beta_0)^{1/2}} \frac{x}{x^2 + \eta^2} + H_m(x, y) \right] \quad \dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで、 H, H_m は特異性を含まない関数であり、 $M_0 = M(0), \beta_0 = \beta(0)$ である。複号は、 $y \geq 0$ に対応する。 y 方向集中力 γ による p の特異性は、一樣流中と同じ特異性に加えて、対数特異性を含んでいる。一方、吹き出し m による p の特異性は、一樣流の場合と同じである。さらに、翼形理論で重要な y 軸方向速度 v は、

$$\begin{aligned} v(x, y) &= -\frac{\rho_0 U_0}{\rho_{\infty} U_{\infty}} \frac{\gamma}{2\pi} \left[\frac{M}{M_0} (\beta\beta_0)^{1/2} \frac{x}{x^2 + \eta^2} \right. \\ &\quad \left. + J_{\gamma}(x, y) \right] + \frac{\rho_0 U_0}{\rho_{\infty} U_{\infty}} \frac{m}{2\pi} \\ &\quad \times \left[\frac{M}{M_0} \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^{1/2} \frac{\eta}{x^2 + \eta^2} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{2\phi_0'(0)}{\beta_0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \pm \int_0^{\eta} B(t) dt \right\} \log(x^2 + \eta^2) + J_m(x, y) \right] \quad \dots (19) \end{aligned}$$

となる。 J_{γ}, J_m は特異性を含まない関数である。 p の場合と反対に、吹き出しによる v の特異性は、一樣流中と同じ特異性に加えて対数特異性を含み、 v が x 軸上($y=0$)で0とならない。一方、 γ による v の特異性は一樣流中と同様である。式(18), (19)は、一樣流($M'=0$)に対してはいずれも既存結果と一致し、 y 方向集中力による流れはポテンシャル渦による流れとなる。

2.3 基本解によるじょう乱圧力場 基本解の流れ場の一例として、次式のマッハ数の分布をもつせん断層内の原点に置かれた単独じょう乱源による等圧力線図を図1に示す。図中の数値は $p/\rho_0 U_0$ を示す。

$$M(y) = 0.6 + 0.2 \tanh y \quad \dots\dots (20)$$

ここでは、式(8), (9)の積分方程式を数値的に解くため、 $M'=0$ とはみなしえない $y = \pm 2.65$ の間を400等分し、その y ごとに ϕ_1 または ϕ_2 を求めた。さらに、式(17)の右辺第2項の積分は、 $|\alpha| \geq 6$ で $P = \tilde{P}$ とみなしうるので、 $\alpha = \pm 6$ の範囲で数値積分された。

図1(a)は、 y 方向集中力($\gamma=1$)の場合である。一樣流中での等圧力線は、線形近似では x 軸および y 軸に対称で、原点に接するだ円となる。しかし、せん断流中では、 y 方向のマッハ数の変化に伴い、 x 軸に関し非対称の等圧力線となっている。特に、一樣流($M_0=0.6$)中の分布と比較すると、高マッハ数領域($d > 0$)での圧力低下は、低マッハ数領域($y < 0$)での圧力上昇よりも著しくなっている。図1(b)は、吹き出し($m=1$)の場合である。同じく等圧力線は x 軸に関し対称でなく、曲線群もだ円と異なる。 p は $y > 0$ の領域では一樣流中の p よりも低下し、 $y < 0$ の領域では上昇する。

(a) y 方向集中力 (b) 吹き出し

図1 等圧線図

3. 翼形の特性解析

3・1 特異点法による解析 2章で導びかれた基本解を用いて、特異点法による翼形特性の解析を行う。翼形の迎え角 α 、反り曲線 f_c 、厚み分布 f_t は小さいとして、翼形形状 y_a は、

$$y_a(x) = -\alpha x + f_c(x) \pm f_t(x) \quad (21)$$

で与えられる。弦長 c を1として、翼弦上 ($0 \leq x \leq 1$) に連続的に分布された y 方向集中力 $\gamma(x)$ および吹き出し $m(x)$ によるじょう乱速度 v に対して、翼形上の線形化された境界条件を適用すると、

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^1 \gamma(\xi) K(x-\xi) d\xi = U_0(-\alpha + f'_c) - v_m(x) \quad (22)$$

$$m(x) = 2U_0 f'_t(x) \quad (23)$$

ただし、

$$K(x) = \beta_0/x + J_7(x, 0)$$

$$v_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 m(\xi) \left[\frac{\phi_0(0)}{\beta_0} \log|x-\xi| + J_m(x-\xi, 0) \right] d\xi$$

となる。式(23)より、 $m(x)$ の分布は、一様流の場合と同様に翼形の厚みの微係数によってのみ決定される。一方、式(22)は、 γ 分布を決定する積分方程式であり、非圧縮性せん断流中の翼形の場合⁽³⁾と同じく、翼厚と主流渦度の干渉項が右辺の v_m として含まれている。式(22)を解くことにより、翼形上下面の圧力差に関する圧力係数 ΔC_p と揚力係数 C_l は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta C_p(x) &= \rho_0 U_0 \gamma(x) / \left(\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 \right) \\ &= 2\gamma(x)/U_0 \\ C_l &= L / \left(\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 c \right) = (2/U_0) \int_0^1 \gamma(x) dx \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

3・2 積分方程式の離散化 γ に関する積分方程式の解法として、従来、 γ を級数に展開する手法が用いられてきた。しかし、核関数 $K(x)$ 中の第2項の存在により、級数の収束性が必ずしも良いとは言えない。このため、積分方程式を離散化するにあたり、翼形前縁での γ の特異性は一様流中の場合と同じであると仮定する。また、後縁におけるクッタの条件を満足させ、前縁での γ の特異性と核関数 K の特異性とを考慮して、未知関数 γ を次式とおく。

$$\gamma(x)/U_0 = a_0 \sqrt{(1-x)/x} + b(x) \quad (25)$$

ただし、 $b(0)=b(1)=0$ 、ここで、翼弦長を n 分割し、各節点を $x_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ とし、 $x_0=0$ 、 $x_n=1$ とする。 $b(x)$ は、この i 区間 ($x_{i-1} \leq x \leq x_i$) について、次の

線形補間式で表示される。ただし、 $b_i = b(x_i)$ とする。

$$b(x) = \frac{x_i - x}{x_i - x_{i-1}} b_{i-1} + \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} b_i \quad (26)$$

式(25)、(26)を式(22)に代入すると次式をうる。

$$a_0 F_0(x) + \sum_{i=1}^{n-1} b_i F_i(x) = G(x) \quad (27)$$

ただし、

$$F_0 = \pi \beta_0 + 2\pi \int_0^1 \sqrt{1-t^2} J_7(x-t^2, 0) dt$$

$$F_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left(\frac{\xi - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right) K(x-\xi) d\xi + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left(\frac{x_{i+1} - \xi}{x_{i+1} - x_i} \right) K(x-\xi) d\xi$$

$$G = 2\pi U_0 (\alpha - f'_c) + 2\pi v_m$$

式(27)を $x = x_i (i=1, 2, \dots, n-1)$ で満足させることにより、 a_0 、 b_i に関する n 個の連立一次方程式を得る。

以下の数値計算では、密度分布は存在せず、 $\rho_\infty(y) = \rho_0$ (一定) とし、速度の分布 $U_\infty(y)$ のみを考慮した。さらに、翼弦長は等分割され、分割数 n は20とされ

(a) 平板翼

(b) 対称翼

図2 揚力係数に及ぼす圧縮性の影響

図3 対称翼の位置による揚力係数の変化

図4 翼形的位置による揚力係数の変化

た。

3.3 翼形特性 具体的な数値計算は、平板翼およびジュコフスキー対称翼(以下、対称翼)についてなされた。対称翼の厚み比を τ として、

$$f_i(x) = \tau(8/3\sqrt{3})x^{1/2}(1-x)^{3/2} \dots\dots\dots (28)$$

である。せん断流として、せん断層と噴流・後流の2種類の流れが用いられた。

3.3.1 せん断層 主流の $M(y)$ の分布は、

$$M(y) = \frac{M_1 + M_2}{2} + \frac{M_1 - M_2}{2} \tanh\left(\frac{y+d}{s}\right) \dots\dots\dots (29)$$

である。 $M_1 = M(+\infty)$, $M_2 = M(-\infty)$, d は翼形的位置、 s はせん断層の広がりを示す。

図2に、揚力係数に及ぼす圧縮性の影響を示す。翼形はせん断層中央($d=0$)に置かれている。図2(a)は平板翼、ただし、 C_{l0} は流速 U_0 の亜音速一様流中の揚力係数である。また、図2(b)は対称翼の場合である。いずれも、高速側マッハ数 M_1 と低速側のマッハ数 M_2 の比 b を一定に保ち、 M_2 を増大させた場合に、圧縮性効果の強まりとともに揚力係数は増加し、特に、 M_1 が1に近づくにつれて C_l は急増する。さらに、 b の増加、すなわち、主流渦度の増加により C_l は増大し、特に、対称翼の C_l は顕著に増加する。図3は、せん断層内の対称翼の位置による C_l の変化を示す。 $d=0$ で主流渦度は最大であり C_l も最大となる。また、 M_2

図5 対称翼の揚力係数に及ぼす噴流の広がりsの影響

を一定に保ち、 M_1 を増加させると、圧縮性の効果と主流渦度の増加により、 C_l は増大する。

3.3.2 噴流・後流 主流の $M(y)$ は、

$$M(y) = M_e + (M_c - M_e) \exp[-(y+d)^2/s] \dots\dots\dots (30)$$

である。ここで、 M_c は噴流・後流の中央のマッハ数、 M_e はその外側のマッハ数を示す。 $M_c - M_e > 0$ は噴流を、 $M_c - M_e < 0$ は後流を表すが、以下では噴流についての結果を示す。

図4(a), (b)は、噴流中の平板翼および対称翼の位置によるそれぞれの揚力係数の変化を示す。図4(a)より、噴流中心部における平板翼の C_l は、一様流中のそれよりも減少し、逆に、マッハ数分布の変曲点より低速側に平板翼が置かれる場合には、 C_l は一様流中のそれよりも増大する。すなわち、噴流中心部の速い流れの中の翼形に対して、周辺部の遅い流れは自由境界と同様の作用を及ぼし、翼形の C_l を減少させる。一方、噴流中心部の流れは、周辺部の流れの中の翼形に対して固定境界と同様の影響を及ぼし、翼形の C_l を増加させる。このことは、3.3.1項の図4のせん断層内の平板翼に対しても成り立ち、 C_l は、 $d \geq 1$ では C_{l0} より減少し、 $d \leq 1$ では増加する。また、図4(b)より対称翼に働く C_l は、主流渦度が負の範囲($d > 0$)では負であり、主流渦度が最大となる位置に置かれたときに、 $|C_l|$ は最大となる。さらに、 M_c の増加、すなわち、主流渦度と圧縮性の効果が大きくなることにより、 $|C_l|$ も増加する。

図5は、対称翼の C_l に及ぼす噴流の広がり s の影響を示す。 $M_c = 0.8$, $M_e = 0.4$ の流れであり、 s を小さくすると、噴流幅は狭まり主流渦度が増加する。この結果、 s の減少とともに $|C_l|$ の最大値は増加するが、 C_l の発生する d の範囲は急速に狭くなる。

4. ま と め

亜音速せん断流中の翼形の定常特性が、特異点法の立場より解析された。得られた結果は以下である。

(1) 特異点法の基礎として、じょう乱圧力場の支配方程式の基本解が誘導された。単独じょう乱源の y 方向集中力および吹き出しによる流れ場は、一様流中での特異性に加えて対数特異性をもつことが明らかにされた。

(2) これらの基本解の重ね合わせにより翼形特性が解析された。 y 方向集中力の分布を未知数とした積分方程式は、従来の級数展開法の手法ではなく、未知関数自体を離散化する方法で解かれた。

(3) 具体的な数値計算例として、せん断層および噴流中に置かれた平板翼およびジュコフスキー対称翼の揚力係数の特性が明らかにされた。すなわち、

① 平板翼の揚力は、平板翼の置かれている位置がせん断流の高速部である場合は減少し、低速部の場合に

は増加する。② 一方、対称翼の揚力は、翼形の置かれている位置での主流渦度により大きく依存する。③ 対称翼、平板翼ともに、圧縮性の効果および主流渦度の増大により、揚力が増加する。また、揚力の増加の程度は、対称翼の場合のほうが大きい。

文 献

- (1) Lighthill, M. J., *J. Fluid Mech.*, **3** (1957), 113.
- (2) Weissinger J., *Ing.-Arch.*, **37** (1968), 10.
- (3) Nishiyama T. and Hirano K., *Ing.-Arch.*, **39** (1970), 137.
- (4) Chow F., ほか 3 名, *J. Aircraft*, **7** (1970), 531.
- (5) Vidal R. J., *J. Aerospace Sci.*, **29** (1962), 889.
- (6) Williams M., ほか 3 名, *AIAA J.*, **15** (1977), 1159.
- (7) Barsony-Nagy A. and Hanin M., *AIAA J.*, **20** (1982), 451.
- (8) Barsony-Nagy A. and Hanin M., *AIAA J.*, **22** (1984), 453.
- (9) Snyder M. H., *J. Aircraft*, **8** (1971), 593.
- (10) Goldstein M. E., *Aeroacoustics*, (1976), 9, McGraw-Hill.
- (11) 近藤, 積分方程式とその応用, (昭 38), 38, コロナ社.