任意形状の振動翼列に働く非定常空気力に関する研究*
(第1報, 二次元非圧縮翼列)小林 孝 雄^{*1}, 高 田 浩 之^{*2}A Study on Unsteady Aerodynamic Characteristics of Oscillating Cascades
with Arbitrary Blade Profiles
(1st Report, Two-Dimensional Cascades in Incompressible Flow)

Takao KOBAYASHI and Hiroyuki TAKATA

Unsteady flow calculations for two-dimensional cascades in incompressible flow are performed as a first step toward solving the three-dimensional oscillating cascade problem. A potential flow is assumed and unsteady formulation is based on the small perturbation approach. The governing equations are discretized by FEM. C-type grids are used which are generated numerically. The calculations are performed for isolated blades and cascaded blades as well. The behavior of steady pressure distribution around the leading edge, the treatment of second derivatives of steady velocity potential on blade surface and those effects on unsteady pressure distribution are examined. A parametric study is conducted to find the effects of reduced frequency, interblade phase angle, blade camber angle and blade thickness on unsteady aerodynamic characteristics of translationally oscillating cascades.

Key Words: Unsteady Flow, Numerical Analysis, Oscillating Cascades, Unsteady Aerodynamic Forces, Cascade Flutter

1. ま え が き

本研究は任意の翼断面形状をもち, 任意の翼列配置を有する二次元および三次元の翼列が一樣流中で微小振動する場合に, それに働く非定常空気力を数値的に求めようとするものである。

まず, 翼列のまわりの定常流の場の解を求め, 次のでそれに重畳された翼振動に基づく非定常微小変動の流れ場を, 定常流れにおける有限な翼負荷や翼厚の効果, 急激な変化を伴う翼前縁付近の流れの効果などを考慮に入れて計算する。ただし, 流れは非粘性としポテンシャル解法を用いている。

同様な解析は二次元の場合については, Verdon⁽¹⁾, Atassi⁽²⁾, Whitehead⁽³⁾らによって行われている。本研究は三次元翼列の場合にまで拡張することを目的とするが, 本報ではその前段階として, 解法の基本的な方針と計算格子・境界条件などの問題点の処理方法を明確にするために, 二次元非圧縮翼列について行った諸検討の結果と得られた成果とについて報告する。

2. 計 算 方 法

非圧縮ポテンシャル流れの支配方程式は速度ポテンシャルを ϕ とするとき, $\nabla^2 \phi = 0$ である。翼が微小な振幅の調和振動(角振動数 ω)を行う場合を考え, ϕ を定常成分 $\bar{\phi}$ と微小な非定常成分 $\phi' e^{i\omega t}$ の和と考えると, $\bar{\phi}$, ϕ' の支配方程式もそれぞれ, $\nabla^2 \bar{\phi} = 0$, $\nabla^2 \phi' = 0$ となる。

支配方程式の離散化には有限要素法を用いる。計算格子は翼前縁付近の形状に適合するよう C 形格子を採用し, その生成には数値写像⁽⁴⁾を用い, 同時に境界近傍では格子幅, 格子角度の制御⁽⁵⁾を行った(図1)。計算領域を図2に示す。下流境界は流出角が大きい場合にも適するよう食違い状とし, 翼後縁より約5翼弦長下流に設定した。また, 後流面は定常解析において繰返し計算によって得られ, 計算領域の一つの境界となっている。

2・1 定常計算 ここでは, 速度ポテンシャル ϕ の定常成分 $\bar{\phi}$ を求め, 翼面上の速度と速度の一階微分を得ること, および後流面を決定することを目的としており, その結果はそのまま非定常解析において用いられる。

境界条件としては, まず上流境界 AB および下流境

* 昭和62年11月5日 第947回講演会において講演, 原稿受付 昭和63年5月18日。

^{*1} 正員, (株)東芝 (〒210 川崎市幸区堀川町580-1)。

^{*2} 正員, 東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

界 DEFG では流れが一様であるとする。次に, AG, BD 上の周期条件は, その上下対応点の $\bar{\phi}$ をそれぞれ $\bar{\phi}_u, \bar{\phi}_l$ とし, 上流境界上の点 A, B の $\bar{\phi}$ をそれぞれ $\bar{\phi}_A, \bar{\phi}_B$ とするとき,

$$\bar{\phi}_u - \bar{\phi}_l = \bar{\phi}_A - \bar{\phi}_B \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}_u}{\partial n} + \frac{\partial \bar{\phi}_l}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここで n は外向き法線方向である。また, 後流面 CEF はポテンシャル不連続面であり, その上下面の $\bar{\phi}$ をそれぞれ $\bar{\phi}_+, \bar{\phi}_-$ とすると,

$$\bar{\phi}_+ - \bar{\phi}_- = \Delta \bar{\phi}_{TE} \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}_+}{\partial n} + \frac{\partial \bar{\phi}_-}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで $\Delta \bar{\phi}_{TE}$ は翼後縁でのポテンシャルジャンプであり, クッタの条件から得られる。翼面上では不侵透の条件から, $\partial \bar{\phi} / \partial n = 0$ となる。

なお, 速度およびその一階微分は, 写像面における差分より求めている。

2.2 非定常計算 翼が振動している場合にも周囲の流れは翼面を過ぎることではない。この条件を振動翼翼面上の ϕ' に対する境界条件として翼振動の中央位置において次のように与える。

$$n_i \frac{\partial \phi'}{\partial x_i} = n_i \frac{\partial \zeta_i}{\partial t} - n_i \zeta_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - n_k \varepsilon_{ijk} \bar{u}_i \alpha_j \dots\dots\dots (6)$$

ここで, n_i は外向き法線方向余弦, ζ_i は翼面変位, α_j は翼面角変位, $\bar{u}_i$ は定常速度, ε_{ijk} は置換記号である。なお上式では総和規約を用いている。

後流面 CF 上ではそれに沿って翼後縁でのポテンシャルジャンプ $\Delta \phi'_{TE}$ が後流面上定常速度 $\bar{u}_w$ により運ばれる。

$$\phi'_+ - \phi'_- = \Delta \phi'_{TE} \exp\left(-i\omega \int \frac{1}{\bar{u}_w} ds\right) \dots\dots\dots (7)$$

ここで積分は後流面に沿って行く。翼後縁でのポテンシャルジャンプは, 非定常的にも後縁上下に圧力差がないという非定常のクッタの条件を用いて決定する。

翼列中の各翼の振動の翼間位相差を β とするとき, 境界 AG, BD は位相差 β を有する周期境界である。

$$\phi'_u = \phi'_l e^{i\beta} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \phi'_u}{\partial n} + \frac{\partial \phi'_l}{\partial n} e^{i\beta} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

上流境界 AB 付近の ϕ' は y 方向には翼列 1 ピッチ間で位相が β だけ進むような周期関数であり, x 方向には上流に向かって指数関数的に減衰する。

$$\phi' = \sum_m C_m \exp(|\beta_m| x + i \beta_m y) \dots\dots\dots (10)$$

ここで, $\beta_m = (\beta + 2\pi m)/s$ で, m は整数, s は翼列のピッチであり, また C_m は未知定数である。この式を用いて ϕ' と $\partial \phi' / \partial n$ との間の関係式として上流境界における境界条件を与える。同様に下流境界 DEFG 付近の ϕ' は, (1) 翼列 1 ピッチ間で y 方向に位相差 β をもつとともに, x 方向には指数関数的に減衰する成分 (ϕ'_p とする) と (2) 後流面上の非定常渦 (ポテンシャルジャンプ) により誘起される成分 (ϕ'_w とする) との和より成る。

$$\phi'_p = \sum_m C_m \exp(-|\beta_m| x + i \beta_m y) \dots\dots\dots (11)$$

下流境界付近での後流面の傾きを θ とし, 局所座標, $O-\xi, \eta$ を用い, $0 < \eta \leq (s/2) \cos \theta$ での ϕ'_w を ϕ'_{w+} , $-(s/2) \cos \theta \leq \eta < 0$ でのそれを ϕ'_{w-} とすると,

$$\phi'_{w\pm} = \pm \frac{\Delta \phi'_0}{2} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} s} \left[\cosh \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} (s \cos \theta \mp \eta) \right\} - e^{\pm i \left(\frac{2\pi}{\lambda} s \sin \theta + \beta \right)} \cosh \left(\frac{2\pi}{\lambda} \eta \right) \right] /$$

$$\left[\cosh \left(\frac{2\pi}{\lambda} s \cos \theta \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} s \sin \theta + \beta \right) \right]$$

(複号同順) $\dots\dots\dots (12)$

ここで, $\lambda = 2\pi \bar{u}_w / \omega$ (ただしここで $\bar{u}_w$ は O 点における値とする) であり, $\Delta \phi'_0$ は O 点におけるポテンシャルジャンプである。実際には下流境界を翼から 5 翼弦長程度遠くに設定した場合, そこの ϕ'_p は無視しうるくらい小さく, ϕ'_w のみに基づいて下流境界条件を設定しても翼近傍の ϕ' に対する影響はみられなかった。

[NACA 65-(CA 30)10, $\xi = 30^\circ$, $\sigma = 1.0$]

図 1 計算格子

図 2 計算領域

$\alpha = 0^\circ$ $\alpha = 2^\circ$ (NACA 65-010, 破線: $\alpha=0^\circ$ の理論値)

図3 単独翼翼面上定常圧力分布

(a)

(b)

図4 翼上下面の定常圧力差 (単独翼)

(a) 標準

(b) 2倍

(c) 4倍

[翼列, NACA 65-(CA 30)10,
 $\xi=30^\circ$, $\sigma=1.0$, $i=0^\circ$]

図5 格子点密度と翼面上圧力分布との関係

[NACA 65-(CA 30)10, $\xi=30^\circ$,
格子点線密度2倍]

図6 翼前縁近傍領域計算格子

翼面上の非定常圧力 p_s は次式により得られる。

$$\frac{p_s}{\rho} = -\frac{\partial \phi'}{\partial t} - \bar{u}_i \frac{\partial \phi'}{\partial x_i} - \zeta_{ij} \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} \dots (13)$$

ここで ρ は流体の密度である。

翼面境界条件式(6)の右辺第2項は ϕ の二階微分を含み、計算精度上困難の原因となる。式(13)右辺第3項についても同様である。この困難は、もし翼が並進振動と回転振動のみを行うときには、式(6)右辺第2, 3項は $-n_i \partial(\zeta_{ij} \bar{u}_j) / \partial x_i$ と書き換えることができるので、 ϕ' の代わりに $\phi'' = \phi' + \zeta_{ij} \bar{u}_i$ なる関数を導入することにより解消することができる。ただし、このと

きには ξ_i は計算領域全体に拡張して考える。また翼面非定常圧力は ϕ'' を用いて次のように求められる。

$$\frac{p_s}{\rho} = -\frac{\partial \phi''}{\partial t} - \bar{u}_i \frac{\partial \phi''}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \dots\dots\dots (14)$$

ϕ'' に対する支配方程式および境界条件は ϕ' に対するものから容易に導くことができる。

検討の結果によれば、直接式(6)を用いて ϕ' を求めるという解法による場合には、無次元振動数 k ($=\omega c/2U$, ω : 角振動数, c : 翼弦長, U : 上流一様流流速) の小さい並進振動の場合に、翼面非定常圧力分布の実部に対して ϕ の二階微分の影響が顕著に現れ、特に翼前縁付近における非定常圧力分布形状に対する誤差が大きくなる。しかし、虚部への影響は小さい。また、圧力分布を積分することによって求めた非定常空気力に対する影響は実部・虚部ともに小さい。なお、回転振動の場合には、式(6)右辺第3項の効果が大きいいため無次元振動数 k の小さい場合でも ϕ の二階微分の影響は顕著ではない。

以下、本報の計算は ϕ'' による方法で行った。

3. 計算結果

数値計算は翼列に対するもののほか単独翼に対しても行った。単独翼に対する計算は、本計算法における翼形や翼厚、翼前縁形状などの表現の精度を確かめ、また非定常翼理論の結果と比較するために行ったものである。翼形としては Joukowski 翼, NACA 65-010 などを用いた。翼列に対する計算例は、主として NACA 65-010 翼厚分布をもった円弧キャンバ翼を用いて、反り角を種々に変え、主に食違い角 $\xi=30^\circ$, 弦節比 $\sigma=1.0$, 入射角 $i=0^\circ$ の翼列について行った。

3.1 定常計算

3.1.1 単独翼 迎え角 α が $0, 2^\circ$ の場合の NACA 65-010 単独翼の翼面上圧力分布 $\bar{C}_p$ を図3に示す。 $\alpha=0^\circ$ の場合の計算結果は破線で示した理論解と完全に一致している。薄翼理論⁽⁶⁾によれば、翼面上圧力分布は翼厚分布、反り角、迎え角の各効果の和として表現することが可能である。今の場合、翼厚分布の効果は $\alpha=0^\circ$ の結果により表現される。 $\alpha=2^\circ$ および 5° の結果から迎え角の効果を分離すると図4 ($\Delta \bar{C}_p$ は翼上下面の $\bar{C}_p$ の差) が得られ、これは平板翼に対する理論解と全般的によく一致している。また、翼形状が前縁で有限な曲率をもつため、平板翼と異なり特異にならない様子が表現されている[図4(b)]。図3の $\alpha=2^\circ$ で前縁近傍に負圧のピークが現れているが、これは迎え角の効果が卓越した結果であり、 $\alpha=5^\circ$ の場合にはそのピークはさらに高くなる。

3.1.2 翼列 反り角 $\varphi=30^\circ$, 食違い角 $\xi=30^\circ$, 弦節比 $\sigma=1.0$, 入射角 $i=0^\circ$ の場合の翼面上定常圧力分布を図5(a)に示す。翼面上格子点数は87である。図5(b), (c)は前縁近傍の領域をとり出し(図6), 格子点線密度を2倍, 4倍とした場合の結果である。前縁近傍の圧力分布の様子はほとんど変化がなく、図5(a)程度の格子分割で十分であることがわかる。なお、前縁近傍でわずかな負圧のピークが生じているのは、翼列効果のため有効入射角がわずかに正になっているためである。

3.2 非定常計算

3.2.1 単独翼 図7は迎え角 $\alpha=0^\circ$ で並進振動を行う単独翼の非定常空気力の無次元振動数 k に対する変化を示したものである。Karman-Sears⁽⁷⁾の単独平板翼に対する理論との比較において、翼形の相違にもかかわらずその非定常空気力の対比は良好である。回転振動に対してもその対比は良好であって、本法による非定常空気力の計算が基本的に信頼できるものであることを示している。

なお、並進振動の場合の非定常空気力係数 C_N , C_T , 非定常モーメント係数 C_M , 非定常圧力係数 C_p は次のように定義した。

$$\begin{aligned} C_N &= F_N / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 h \right), \quad C_T = F_T / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 h \right) \\ C_M &= M / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 h c \right), \quad C_p = p_s / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \frac{h}{c} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 F_N は翼弦に垂直方向の力, F_T は翼弦方向の力, M は翼弦中心まわりのモーメント(頭下げを正)である。ただし、翼は翼弦に垂直方向に $h e^{i\omega t}$ の振動を行っているものとする。

3.2.2 翼列 ここでは紙数の関係で並進振動の

(単独翼, $\alpha=0^\circ$, 並進振動)

図7 非定常空気力の k に対する変化

場合の結果のみを示す。ただし、すべて食違い角 $\xi=30^\circ$ 、弦節比 $\sigma=1.0$ の場合の計算例である。図8は反り角 φ を $0, 15, 30^\circ$ と変化させた場合の非定常空気力の翼間位相差 β に対する変化の様子を示したものである。反り角 $\varphi=0^\circ$ の場合、無次元振動数 k 、翼間位相差 β に対する非定常空気力の変化の様子は White-

(翼列, $\xi=30^\circ$, $\sigma=1.0$, $i=0^\circ$, 並進振動)
図8 非定常空気力の β に対する変化

[翼列, NACA 65-(CA30)10, $\xi=30^\circ$, $\sigma=1.0$, $i=0^\circ$, 並進振動, $k=0.02$]
図9 非定常空気力の β に対する変化

(a) $k=0.01$

(b) $k=0.02$

(c) $k=0.05$

(d) $k=0.2$

[翼列, NACA 65-(CA30)10, $\xi=30^\circ$, $\sigma=1.0$, $i=0^\circ$, 並進振動, $\beta=60^\circ$]

図10 翼面非定常圧力分布の k に対する変化

(翼列, $\xi=30^\circ$, $\sigma=1.0$, $i=0^\circ$, 並進振動, $\beta=60^\circ$)

図 11 非定常空気力の k に対する変化

head⁽⁸⁾の結果とほぼ一致している。ただし、本解法による計算には、翼厚の効果のほかにわずかながら定常負荷の存在による効果が含まれていることに注意する必要がある。

反り角 $\varphi=30^\circ$ 、無次元振動数 $k=0.02$ の場合の非定常空気力の β に対する変化を図 9 に示す。 $\beta=60^\circ$ 付近で虚部は正領域に入り、フラッタの発生することが示されている。また、翼間位相差 β を 60° に固定した場合の翼面非定常圧力分布の k に対する変化の例を図 10 に示す。圧力分布の虚部に着目すると、 k が小さくなるに従って上下面分布曲線はお互いに近づき、そして交差する。さらに k が小さくなるとお互いに反対側へ遠ざかり、非定常空気力が正になっていく過程がよく表されている。

図 11 に $\beta=60^\circ$ で反り角 φ が $0, 15, 30^\circ$ の場合の非定常空気力の k に対する変化を示す。上述したように、 $\varphi=30^\circ$ の場合、 $k=0.02$ 付近で虚部は正領域に入っている。反り角が小さくなるに従いフラッタの発生する限界無次元振動数は小さくなり、 $\varphi=0^\circ$ では $k=0.01$ でも虚部は負のままである。これらの結果は平板

翼を用いたセミアクチュエータディスク理論⁽⁹⁾の定性的結果ともよく一致している。翼厚を 10% から 6% に変化させた計算例によれば、フラッタ限界に対する翼厚の効果は小さい。

4. む す び

本報では三次元翼列への拡張の前段階として、二次元非圧縮翼列について検討を行い、翼前縁近傍での定常圧力分布の挙動およびその格子密度との関係、翼列後流および下流境界条件の取扱い法、非定常翼面境界条件式および翼面上非定常圧力計算式に現れる速度ポテンシャル定常成分の二階微分の取扱い法とその非定常圧力分布への影響などを明らかにした。そして本方法が任意の二次元非圧縮振動翼列の非定常空気力の計算法として妥当なものであることを確かめるとともに、並進振動を例として、無次元振動数および翼間位相差による非定常空気力の変化、フラッタ限界に対する反り角、翼厚の効果などについて考察した。

翼列が回転振動、あるいは並進と回転の合成振動を行う場合の非定常空気力についても同様に論ずることができる。

なお、本研究の実施にあたっては文部省科学研究費補助金試験研究(2)の援助を得た。

文 献

- (1) Verdon, J. M. and Caspar, J. R., *AIAA J.*, 19-12(1981), 1531.
- (2) Atassi, H. and Akai, T. J., *Trans. ASME, Ser. A*, 102 (1980), 344, 352.
- (3) Whitehead, D. S., *CUED/A-Turbo/TR 118*(1982).
- (4) Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W., *NASA CR-2729*(1977).
- (5) Sorenson, R. L. and Steger, J. L., *NASA CP-2166*(1980), 449.
- (6) Abbott, I. H. and von Doenhoff, A. E., *Theory of Wing Sections*, (1959), 64, Dover.
- (7) Von Karman, T. and Sears, W. R., *J. Aero naut. Sci.*, 5-10(1938), 379.
- (8) Whitehead, D. S., *ARC R&M 3254*(1962).
- (9) 谷田, 岡崎, 機論, 29-198(昭 38), 332.