特性曲線法を用いた長方形管内層流過渡流れの
高速高精度計算法*松井良雄^{*1}, 胡 慧君^{*2}, 北川 能^{*3}
香川利春^{*3}, 真田一志^{*3}High Speed and Accurate Computing Method for the Simulation of Laminar
Transient Flow in Rectangular Duct by Characteristics MethodYoshio MATSUI, Huijun HU, Ato KITAGAWA,
Toshiharu KAGAWA, and Kazushi SANADA

The frequency-dependent friction in transient laminar pipe flow is given by the convolution of the weighting function with the past velocity changes. But in the case of a rectangular duct, it is difficult to obtain the weighting function because of a very slow convergence. In this paper, the fundamental formula of the instantaneous wall shear stress is developed into a series on the Laplace region, so that the weighting function is estimated very easily. And an accurate and efficient approximation to reduce the computation time is developed for simulating the frequency-dependent friction in the method of characteristics. This method consists of approximating the weighting function as a sum of the impulse responses of a first order lag system. By this new method, the water-hammer phenomena can be calculated precisely with little computation time. The validity of this method is certified by comparison with the experimental result.

Key Words: Unsteady Flow, Rectangular Duct, Characteristics Method, Frequency-Dependent Friction, Accurate and Efficient Approximation

1. 緒 言

管路内の過渡流れの解析法として非常に有効な手法に特性曲線法があり、特に複雑な流体回路の過渡現象解析に多く適用されている⁽¹⁾。この手法を適用する際の問題の一つに管路の管摩擦圧力損失の取扱いがある。たとえば、油圧管路においては流れが層流であり、圧力損失として非定常層流圧力損失を考慮しなければならないことが知られているが、Zielke⁽²⁾はこのような円形断面管に対して、ラプラス領域で表示された圧力損失を巧みに時間領域に逆変換することにより、非定常層流圧力損失を過去の流速変化と重み関数との畳み込み積分で表示し、特性曲線法による計算への応用を可能とした。また、著者らの一部は⁽³⁾以前の報告において、Zielke が示した重み関数を時定数の異なる一次遅れ要素のインパルス応答の和の形で精度良く近似することにより、非定常層流圧力損失の高速高精度計算法を確立した。その結果、特性曲線法を用いた計算に要する時間は飛躍的に短縮している。

一方、空気圧制御回路の配管系や空調ダクトなどで使用が認められる長方形断面管に対しては、特性曲線法による過渡流れの計算例は見られないが、近江らは管内非定常流れの研究を進め、その中で長方形管の層流過渡流れにおける速度分布⁽⁴⁾⁽⁵⁾と壁面せん断応力の解析⁽⁶⁾を行っている。そして、長方形管の非定常層流圧力損失を求めるための重み関数は非常に収束性の悪い無限級数であって、直接的な計算は実用上非常に不便であることを指摘し、重み関数の具体的計算は計算時間の短縮を図るために、高速数値逆ラプラス変換(FILT)法を用いて行っている。さらに、任意の縦横比の長方形管に対する重み関数の精度良い近似式⁽⁶⁾を提示している。しかし、この近似式は特性曲線法への応用には便利な形をしていない。

本研究では、近江らの示した長方形管の層流過渡流れの基礎式をラプラス領域で近似表示し、重み関数の具体的計算を可能とする。そして、以前の報告に示した重み関数の近似パラメータ決定法を長方形管に適用し、特性曲線法を用いた過渡流れの高速高精度計算が可能となるような近似重み関数を求める。さらに、長方形管の非定常層流圧力損失の高速高精度計算式を提示し、数種のモデルに対して過渡流れの計算を行う。そして、実験結果との比較によって本手法の有効性を

* 昭和63年10月29日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月26日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20)。

^{*2} 北京工業学院 (中国北京市海淀区白石橋)。

^{*3} 正員、東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山)。

明らかにする。

記 号

- $2a$: 長方形の幅
 $2b$: 長方形の高さ
 c : 音速
 g : 重力の加速度
 H : 圧力水頭
 h_f : 圧力損失水頭
 L : 管路長さ
 m_i, n_i : 高速高精度近似係数
 N : 管路分割数
 $N_n = (2n-1)\pi/2, n=1, 2, 3, \dots$
 R_h : 水力半径 $= 2ab/(a+b)$
 s : ラプラス演算子 ($s' = b^2 s/\nu$)
 t : 時間
 t' : 無次元時間 $= \nu t/b^2$
 u : 管路の軸方向速度
 u_m : 管路の軸方向平均速度
 $w(t')$: 解析式(6), (7)による重み関数
 $w_{app}(t')$: ラプラス領域での $\bar{X}(s')$ の近似式をもとに求めた重み関数
 $w_k(\tau)$: 近似重み関数
 y_i : 式(16)に示す関数
 y : 長方形の幅方向座標 ($y' = y/a$)
 z : 長方形の高さ方向座標 ($z' = z/b$)
 γ : 縦横比 $= a/b$
 μ : 粘度
 ν : 動粘度
 ξ : ダミーの積分変数
 τ : 無次元時間 $= \nu t/R_h^2$
 Δt : 時間増分 $= L/(Nc)$
 $\Delta \tau = \nu \Delta t/R_h^2$
 $\sim$: ラプラス変換量を表す

2. 長方形管路内の層流過渡流れの基礎式

2.1 非定常層流圧力損失の解析的表示式 図1に示す長方形管路において、管横断面平均速度 u_m の変動に伴って管内流体が層流状態で流動する場合の管軸方向速度 u の解は、近江ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾によって以下のように示されている。

$$\bar{u} = \bar{u}_m \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin N_n \cos N_n z'}{N_n (N_n^2 + s')} \right] \times \left(1 - \frac{\cosh \gamma \sqrt{N_n^2 + s'} y'}{\cosh \gamma \sqrt{N_n^2 + s'}} \right)$$

$$\div \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{N_n^2 (N_n^2 + s')} \left(1 - \frac{\tanh \gamma \sqrt{N_n^2 + s'}}{\gamma \sqrt{N_n^2 + s'}} \right) \right] \dots \dots \dots (1)$$

式(1)より、管路内壁に作用する平均せん断応力 τ_w は

$$\bar{\tau}_w = s' \bar{u}_m \frac{\mu \gamma}{a+b} \bar{X}(s') \dots \dots \dots (2)$$

で表される。ただし、

$$\bar{X}(s') = \left[1 - \frac{\tanh \sqrt{s'}}{\sqrt{s'}} - 2s' \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh \gamma \sqrt{N_n^2 + s'}}{N_n^2 \gamma (N_n^2 + s')^{3/2}} \right]^{-1} - 1 \dots \dots \dots (3)$$

である。式(2)をラプラス逆変換し、管の単位長さ当たりの圧力損失の形で表せば、次に示す時間領域での長方形管内非定常層流圧力損失の解析的表示式が得られる。式中の ξ は、ダミーの積分変数である。

$$h_f = \frac{8\nu}{gR_h^2} u_m(t') + \frac{4\nu}{gR_h^2} \int_0^{t'} \frac{\partial u_m(\xi)}{\partial \xi} w(t' - \xi) d\xi \dots \dots \dots (4)$$

$$\psi = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)^2 \left(1 - \frac{6}{\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh \gamma N_n}{N_n^3} \right) \dots \dots \dots (5)$$

$w(t')$ は重み関数であり、無次元時間 $t' = \nu t/b^2$ を用いて次式のように与えられる。

$$w(t') = \frac{1}{(1+1/\gamma)^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\exp(-\alpha_j^2 t')}{\alpha_j^2} \div \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{N_n^2 (N_n^2 - \alpha_j^2)^2} \times \left(2 + \operatorname{sech}^2 \gamma \sqrt{N_n^2 - \alpha_j^2} - \frac{3 \tanh \gamma \sqrt{N_n^2 - \alpha_j^2}}{\gamma \sqrt{N_n^2 - \alpha_j^2}} \right) \right] \dots \dots \dots (6)$$

式(6)の α_j は、次の方程式の第 j 番めの正根である。

$$1 - \frac{\tanh \alpha_j}{\alpha_j} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{N_n^2} - \frac{1}{N_n^2 - \alpha_j^2} \right) \times \frac{\tanh \gamma \sqrt{N_n^2 - \alpha_j^2}}{\gamma \sqrt{N_n^2 - \alpha_j^2}} \right] = 0 \dots \dots \dots (7)$$

2.2 重み関数の具体的計算方法 式(6)に示す重み関数 $w(t')$ により h_f を得ることができるが、式(7)に示す α_j の値は j の増加に伴ってあまり大きくならないために式(6)の収束が遅く、直接 $w(t')$ を計算するには非常に困難が伴う。特に、 γ の大きな長方形管の場合、 t' が小さい領域で $w(t')$ を求めるには膨

図1 座標系

大な個数の α_j が収束のために必要となる。そのため近江らは解析式(6), (7)より $w(t')$ を求めることを避け、数値逆ラプラス変換を用いて計算を行っている。

本研究では、 t' の小さい領域では式(3)に示す関数 $\hat{X}(s')$ をラプラス領域において以下のように近似し、重み関数の計算を可能とした。

まず式(2)~(4)を参照すれば、 $w(t')$ は次式のように表すことができる。

$$w(t') = \frac{X(t')}{(1+1/\gamma)^2} - \frac{2}{\psi} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、時間領域の $t' \rightarrow 0$ はラプラス領域では $s' \rightarrow \infty$ を意味するから、式(3)の $\hat{X}(s')$ は次のように近似される。

$$\hat{X}(s') \approx \left[1 - \frac{1}{\sqrt{s'}} - \frac{2s'}{\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n^2(N_n^2 + s')^{3/2}} \right]^{-1} - 1 \dots \dots \dots (9)$$

さらに、右辺第1項の括弧内の第3項目は、次のように変形できる。

$$\frac{2\sqrt{s'}}{\gamma} \sum_{k=0}^{\infty} \left[A_k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N_n^{2(k-1)}}{(N_n^2 + s')^{k+1}} \right]$$

ただし、係数 A_k は次式で表される。

$$A_0 = 1, \quad A_k = -\frac{(2k-3)!!}{2^k k!} \quad (k \geq 1) \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 s' が大きいことを考慮し、上に示す A_k のうち $k=0, 1$ の二つの項のみを採用すると、 $\hat{X}(s')$ の近似表示式は次式になる。

$$\hat{X}(s') \approx \left[1 - \frac{1+1/\gamma}{\sqrt{s'}} + \frac{5/(4\gamma)}{s'} \right]^{-1} - 1 \dots \dots \dots (11)$$

この式を漸近展開すれば、次式を得る。

$$\hat{X}(s') \approx \sum_{m=1}^6 K_m s'^{-m/2} \dots \dots \dots (12)$$

ここで K_m は、 $B_1 = 1+1/\gamma$, $B_2 = -5/(4\gamma)$ とすれば次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= B_1 \\ K_2 &= B_1^2 + B_2 \\ K_3 &= B_1^3 + 2B_1 B_2 \\ K_4 &= B_1^4 + 3B_1^2 B_2 + B_2^2 \\ K_5 &= B_1^5 + 4B_1^3 B_2 + 3B_1 B_2^2 \\ K_6 &= B_1^6 + 5B_1^4 B_2 + 6B_1^2 B_2^2 + B_2^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

式(12)をラプラス逆変換すれば、次に示す時間領域での $X(t')$ の表示式を得る。式中の $\Gamma(m)$ はガンマ関数である。

$$X(t') \approx \sum_{m=1}^6 \frac{K_m}{\Gamma(m)} t'^{m/2-1} \dots \dots \dots (14)$$

以上により、式(8), (14)によって任意の γ についての重み関数 $w_{app}(t')$ の計算が可能となった。ここに述べた計算手法では、 t' が小さいほど計算誤差は小さいが、誤差の小さい t' の領域は γ が小さいほど狭く

なることに注意する必要がある。

一方、 t' が大きい領域では、解析式(6), (7)より直接 $w(t')$ の計算を行った。長方形管の形状としては、実用的には $\gamma=10$ までを対象とすれば十分と考えられるので、ここでは $1 \leq \gamma \leq 10$ の範囲の13種類の γ について計算を行った。式(7)に示される α_j の項数としては、パーソナルコンピュータによる迅速な計算を可能とするため、2000項程度とした。

以上に述べた $w(t')$ と $w_{app}(t')$ を、適当な無次元時間 t' で切換え、13種類の γ について重み関数の具体的な計算を可能とした。切換える t' は γ により異なるが、 $w(t')$ の計算が十分収束し、 $w(t')$ と $w_{app}(t')$ の差が0.1%以下となる値とした。したがって、この t' における重み関数の計算誤差が最大となるが、実用的には十分な精度を有すると考えられる。得られた重み関数を数種類の γ について、 $10^{-4} \leq t' \leq 10^{-1}$ の範囲で図2に示す。図中の黒点が $w(t')$ と $w_{app}(t')$ の切換点であるが、両者のつながりは良く、 $w_{app}(t')$ の近似精度が良好であることが確認できる。そこで以後は、 $w(t')$ と $w_{app}(t')$ をここに述べた方法で切換えて得られたものを正確な重み関数と考え、改めて $w(t')$ と表すことにする。

3. 非定常層流圧力損失の高速高精度計算法

式(4)に示すように、 $w(t')$ と過去の流速変動を畳み込み積分すれば h_f の計算は可能であるが、これを特性曲線法に応用した場合、管路の各分割点における過去の平均流速 u_m をすべて記憶する必要があり、計算機の記憶量および演算回数は時間の経過とともに膨大な量となる。以前に報告した重み関数の近似パラメ

図2 重み関数 $w(t')$ と $w_{app}(t')$

一タ決定法⁽³⁾は、特性曲線法における h_f の高速高精度計算を可能とするものであり、本研究はこの手法を長方形管に適用する。これにより重み関数は、次式に示すような時定数の異なる一次遅れ要素のインパルス応答すなわち指数関数の和で近似される。なお、ここからは長方形管の水力半径 R_h を基にした無次元時間 $\tau = \nu t / R_h^2$ を用いて表示する。

$$w(\tau) \approx w_k(\tau) = \sum_{i=1}^k m_i \exp(-n_i \tau) \dots\dots\dots (15)$$

さらに、式(15)中の一つの指数関数に対する畳み込み積分 $y_i(t)$ を次のように定義する。

$$y_i(t) = \int_0^t \frac{\partial u_m}{\partial \xi}(\xi) m_i \times \exp[-n_i(\nu/R_h^2)(t-\xi)] d\xi \dots\dots\dots (16)$$

そうすると、 $h_f(t)$ は次式で表される。

$$h_f(t) = \frac{8\nu}{gR_h^2\phi} u_m(t) + \frac{4\nu}{gR_h^2} \sum_{i=1}^k y_i(t) \dots\dots\dots (17)$$

したがって、 Δt 後の $h_f(t+\Delta t)$ は次式で表される。

$$h_f(t+\Delta t) = \frac{8\nu}{gR_h^2\phi} u_m(t+\Delta t) + \frac{4\nu}{gR_h^2} \sum_{i=1}^k y_i(t+\Delta t) \dots\dots\dots (18)$$

ただし、 $y_i(t+\Delta t)$ は次式で計算される。

$$y_i(t+\Delta t) \approx \exp(-n_i \Delta \tau) y_i(t) + m_i \exp(-n_i \Delta \tau / 2) [u_m(t+\Delta t) - u_m(t)] \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、 $h_f(t+\Delta t)$ は現時刻および Δt 時間前の値のみによって計算でき、特性曲線法に応用した場合の畳み込み積分の計算時間が大幅に短縮される。

式(15)に示す近似パラメータ m_i, n_i の決定に際しては、以前の報告⁽³⁾に示したように、一次遅れ要素のインパルス応答すなわち指数関数が片対数グラフ上で直線となることを利用し、大きい時定数をもつ応答から順に $w(\tau)$ の中から抽出していく方法を取った。まず初めに、 γ の 13 種類の値に対する $w(\tau)$ の具体的計算値をもとに、おのおの場合について m_i, n_i の値を求めた。近似項数は 10 項までを考えて $i=10$ まで求め、 $5.34 \times 10^{-7} \leq \tau \leq 0.2$ の範囲の $w_k(\tau)$ の計算を可能とした。なお $0.2 < \tau$ については、 $w(\tau)$ の値自体が非常に小さく、 $w(\tau)=0$ としてもさしつかえない⁽⁶⁾。

次に、任意の γ に対する $w_k(\tau)$ を求めるために、 γ の 13 種類の値に対する係数値 m_i, n_i ($i=1 \sim 10$) を対象として最小二乗法を適用し、 m_i と n_i の近似表示式として、 $1/\gamma$ を変数とする多項式を得た。得られた結果を表 1 に示す。 i は項番号を表しており、 τ_{mk} は τ の値がそれより小さくなると急激に誤差が大きくなる値を示している。図 3 は、 $w(\tau)$ と $w_k(\tau)$ を比較したもので

あり、両者が離れる点が τ_{mk} に対応している。近似項数 k を増せば精度が保障される τ の領域が、より零近傍まで広がることがわかる。したがって式(19)の右辺第 2 項を考慮すると、特性曲線法による計算に際しては、 $\tau_{mk} < \Delta \tau / 2$ を満たす最小の近似項数 k を選ぶことにより、計算の高速化と高精度化を同時に図ることが可能と言える。

なお、本研究の計算式による $w_k(\tau)$ と $w(\tau)$ の相対誤差は、 τ が小さく $w(\tau)$ が 10 より大きな領域では $\pm 0.5\%$ 以内であるが、 τ が 0.2 に近い領域では $1 \sim 5\%$ 程度になる。しかし、この付近の誤差は $w_k(\tau)$ 自身の

表 1, 係数 m_i, n_i および τ_{mk}

i	m_i	n_i	k	τ_{mk}
1	-0.0105116 +0.8075846 $\cdot(1/\gamma)$ -1.7266533 $\cdot(1/\gamma)^2$ +5.1549309 $\cdot(1/\gamma)^3$ -3.2859892 $\cdot(1/\gamma)^4$	18.1577 -30.2133 $\cdot(1/\gamma)$ +78.9550 $\cdot(1/\gamma)^2$ -53.1714 $\cdot(1/\gamma)^3$ +7.28137 $\cdot(1/\gamma)^4$	1	1.61×10^{-1}
2	1.9189362 -0.6192565 $\cdot(1/\gamma)$ +0.9117110 $\cdot(1/\gamma)^2$ -2.4534682 $\cdot(1/\gamma)^3$ +1.7427662 $\cdot(1/\gamma)^4$	75.3749 -102.690 $\cdot(1/\gamma)$ +59.9725 $\cdot(1/\gamma)^2$ +147.207 $\cdot(1/\gamma)^3$ -110.981 $\cdot(1/\gamma)^4$	2	3.45×10^{-2}
3	3.1852583 +1.3604334 $\cdot(1/\gamma)$ -1.9640493 $\cdot(1/\gamma)^2$ +0.7565121 $\cdot(1/\gamma)^3$	272.076 -217.156 $\cdot(1/\gamma)$ +296.407 $\cdot(1/\gamma)^2$ -107.308 $\cdot(1/\gamma)^3$	3	7.96×10^{-3}
4	6.7499155 +1.0257346 $\cdot(1/\gamma)$ -1.4345987 $\cdot(1/\gamma)^2$ +0.5647641 $\cdot(1/\gamma)^3$	999.052 -201.671 $\cdot(1/\gamma)$ +258.056 $\cdot(1/\gamma)^2$ -82.5757 $\cdot(1/\gamma)^3$	4	1.99×10^{-3}
5	13.466602 +0.0960354 $\cdot(1/\gamma)$ -0.1159577 $\cdot(1/\gamma)^2$	3885.69 -172.937 $\cdot(1/\gamma)$ +143.974 $\cdot(1/\gamma)^2$	5	5.21×10^{-4}
6	26.645581	15054.6	6	1.33×10^{-4}
7	53.068147	59179.6	7	3.34×10^{-5}
8	105.76681	233786	8	8.42×10^{-6}
9	210.86324	926234	9	2.13×10^{-6}
10	420.41496	3675718	10	5.34×10^{-7}

図 3 $w(\tau)$ と $w_k(\tau)$ の比較 ($\gamma=1$)

表 2 計算および実験条件

	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
γ	1	2	10	10	1	1
$2a$ (m)	0.008	0.012	0.044	0.00696	0.16	0.0081
$2b$ (m)	0.008	0.006	0.0044	0.000696	0.16	0.0081
R_h	0.004	0.004	0.004	0.000633	0.08	0.00405
ΔH (m)	5.0	5.0	5.0	200.0	0.0125	2.21
$\Delta \tau$	0.00218	0.00218	0.00218	0.0871	0.00000545	0.00218
k	5	5	5	2	9	5

図 4 水撃モデル

値が小さいのであまり問題とはならない。

4. 特性曲線法による計算と過渡流れの実験

本研究で提案した手法の有効性を確認するために、図 4 に示す水撃モデルを取り上げ、下流端の弁を急閉鎖した場合の弁における圧力変動を計算した。また、 $\gamma=1$ の長方形管を作成して実験を行い、計算結果との対応を調べた。計算および実験条件を表 2 に示す。なお、case 1~5 では、音速 $c=860$ m/s、動粘度 $\nu=30 \times 10^{-6}$ m²/s とした。実験は case 6 だけに行ったが、詳しくは後で述べる。計算はすべてパーソナルコンピュータにより行い、管路の分割数 $N=10$ として弁閉鎖から 0.2 s 間の過渡流れを計算した。

図 5 は case 1~3 の計算結果である。 h_f を求めるにあたっては、式 (4) をそのまま数値畳み込み積分する方法と、 $w_k(\tau)$ を用いた高速高精度計算の両方を行ったが、両者はきわめて良く一致した。計算時間については、前者では 4 min 程度必要とするのに比べ、後者では約 16 s であり、大幅な短縮が見られた。図 5 によれば、両タンクの圧力差が等しい場合は、式 (5) に示した ϕ の値が影響し、 γ が大きいほど定常状態での流速 u_{m0} (初期流速) が遅くなり、水撃圧が小さくなることがわかる。

図 6 は、case 4 の計算結果である。このモデルでは case 3 に比べて R_h を小さくし、 $\Delta \tau$ を 40 倍にしているが、case 3 と同じ u_{m0} となるよう、 R_h に応じて ΔH を大きくしてある。この場合の近似重み関数の項数は 2 であるので誤差が $\pm 5\%$ 程度あり、近似精度が悪いほうの例であるが、摩擦損失としては定常摩擦損

図 5 計算結果 (case 1~3)

図 6 計算結果 (case 4)

失が支配的であり、重み関数自身の値は小さい。したがって、 $w_k(\tau)$ の誤差による影響は少なく、本研究で提案する高速高精度計算は式 (16) の直接的な数値畳み込み積分とほとんど一致した。

図 7 は case 5 の計算結果である。case 5 は、case 1 に比べて R_h を 20 倍にし、 $\Delta \tau$ を 1/400 倍にした例であり、近似重み関数の項数は 9 になる。この例のように非定常性が強い場合は、 $w_k(\tau)$ の近似精度が直接計算結果に影響を及ぼすが、直接的な数値畳み込み積分と高速高精度計算の結果はきわめて良く一致した。これらから、表 1 と式 (15) に示す近似重み関数 $w_k(\tau)$ が $w(\tau)$ を効率良く高精度で近似していることがわかる。

図 7 計算結果 (case 5)

図 8 は, case 6 の条件の下での実験結果と計算結果である。供試管路はアクリルで作成し, 両端に密閉式のタンクを接続した。使用流体としては比較的粘度の低いスピンドル油を用いた。実験を行った際の動粘度は $\nu = 25.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ である。両方のタンクは空気によって加圧し, 加圧量の差によって初期定常状態を設定した。下流端には閉鎖時間の短い手動の締切弁を製作して設置した。圧力変動は締切弁近くに設置した小形半導体圧力計により検出し, 電磁オシログラフで記録した。音速は管路途中の 2 点で測定した圧力伝ばの時間差から求めた。供試管での音速は $c = 860 \text{ m/s}$ であった。

計算値と実験値は良く一致しており, 弁閉鎖直後のサージ圧力や, それに続く圧力上昇などが良好に表現されている。これより, 本研究で示した手法の有効性が確認できる。なお, 時間経過に伴う圧力変動を見ると, 実験結果は計算値に比べわずかに減衰が大きいようであるが, これは, 弁の締切時間が完全には零でないことや, 管路とタンクの接続部や管路途中の継手部に生ずるマイナーロスなどに起因するものと思われる。

図 8 実験結果と計算値の比較 (case 6)

5. 結 言

長方形管の層流過渡流れにおける圧力損失項をラプラス領域で近似し, 非定常層流圧力損失を時間領域で求める際の畳み込み積分における重み関数の具体的計算を可能とした。

次に, 高速高精度計算法の近似パラメータ決定法を用いて重み関数の近似を行い, 縦横比 $\gamma = 1 \sim 10$ における任意の長方形管に対する精度良い近似重み関数を得た。これにより, 非定常層流圧力損失を考慮した特性曲線法による数値解析において, 計算時間の飛躍的な短縮が可能となった。

さらに, いくつかの計算例ならびに実験結果との比較により, 本研究に示した計算法が有効であることを確認した。

文 献

- (1) Wylie, E. B. and Streeter, V. L., *Fluid Transient*, (1978), McGraw-Hill.
- (2) Zielke, W., *Trans. ASME*, Ser. D, 90-1 (1968), 109.
- (3) 香川・ほか 3 名, 機論, 49-447, B (昭 58), 2638.
- (4) 近江・ほか 2 名, 機論, 49-447, B (昭 58), 2343.
- (5) 近江・ほか 2 名, 機論, 51-472, B (昭 60), 3867.
- (6) 赤尾・ほか 2 名, 日本油空圧学会, 油空圧機器の動特性研究委員会, 第一分科会活動報告書, (昭 62-6).