平板の回転振動による流れ*

加 櫓 武^{*1}, 仲谷仁志^{*2}, 畠山英二^{*3}

The Flow by the Rotational Oscillation of the Flat Plate

Takeshi KARO, Hitoshi NAKATANI, and Eiji HATAYAMA

It is interesting to examine the flow around a body that is impulsively started to oscillate from rest. We analyze the flow around a flat plate acting in a rotational oscillation about one end of the plate in a stationary fluid, using the discrete vortex model with the conformal mapping method. The numerical conditions are determined by comparing the flow with the results of flow visualization already reported. Then, numerical calculations are performed for several angles of amplitude under the above conditions. Vortex patterns, velocity profiles and unsteady forces are obtained. As a result, a pair of vortex clusters are generated above and below the plate for each angle of amplitude. The fluid flows in the rear of the plate by this oscillation. The mean drag coefficient is constant, having nothing to do with the angle of amplitude.

Key Words: Fluid Mechanics, Unsteady Flow, Flat Plate in Rotational Oscillation, Thrust, Discrete Vortex Model

1. 緒 言

物体が静止流体中で停止状態から平行移動, 回転振動などの運動を始めると, その運動によって物体から出発渦が放出され, その後, 次々と渦が放出される。この渦の形成が, 物体に働く流体力に重要な役割を果たしている。またこの形成された渦領域が物体の非定常運動によって, 流れ場の中でどのように変化していくかを知ることは非常に興味深いことである。

近年流れのはく離現象に対する興味から, 円柱, 傾斜平板などの加速, 減速, 回転振動などの基本的非定常運動に対し, 流れの可視化による研究⁽¹⁾が多く行われている。このような場合に平板に働く推力は前縁をまわる流れによるサクシオンフォースと平板まわりの圧力差から生じる力の和で表される⁽²⁾。しかし, 静止流体中でサクシオンフォースが働かないような平板の回転振動の場合, どのような物理現象が推力発生に寄与し, またどのようなメカニズムで推力が発生してい

るかを調べることは重要である。一方工学的見地から, 平板の回転振動に関連して魚の尾ひれによる推進力発生⁽³⁾の研究が行われており, この力を船舶の推進力に利用しようとする実験⁽⁴⁾がある。しかしこれまでこのような現象に対して, 非定常流体力の詳細な報告は行われていないようである。それゆえ, このような見地から著者らは, まず一様流中で回転振動する平板の流れ⁽⁵⁾について解析を行ったが, 静止流体中における解析はまだ他に行われていないようである。

そこで本報では, 静止流体中で一端を軸として回転振動を行う二次元平板まわりの流れについての研究を行う。解析方法としては, 計算時間が少なくすみ, 比較的良好な近似精度が得られるという利点から, 近年盛んに用いられている離散渦モデルを用いる。まず数値計算において必要となる適正な時間間隔などの条件は, 種子田⁽⁵⁾によって与えられた流れ模様と比較し, また一様流中での著者らが行った解析結果⁽⁶⁾を参考にして決定した。そして種々の振れ角に対して数値計算を行い, 平板まわりの流れ模様, 平板からの渦放出および平板に作用する非定常流体力について調べた。

2. 主 要 記 号

C_D : 抗力係数

* 昭和63年10月29日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 昭和63年3月24日。

^{*1} 学生員, 大阪府立大学大学院 (〒591 堺市百舌梅町4-804)。

^{*2} 正員, 大阪府立大学工学部。

^{*3} 正員, 日産自動車株式会社テクニカルセンター (〒243-01 厚木市岡津古久560-2)。

- C_L : 揚力係数
 D : 抗力
 f : 振動数
 i : 虚数単位
 l : 平板の長さ
 L : 揚力
 m : 後流中の渦点の数
 t : 時間
 Δt : 渦点導入時間間隔
 T : 周期
 W : 複素速度ポテンシャル
 z : 物理面上での座標 ($=x+iy$)
 α : 平板の傾斜角
 Γ : 渦の強さ
 ε : 渦点導入位置と平板端との距離
 ζ : 写像面での座標 ($=\xi+i\eta$)
 ρ : 流体の密度

添字

wk : w 番めの渦導入点から放出された k 番めの渦点を表す

3. モデルの定式化

図1のように写像平面上において原点を中心とする半径1の円の外部を、物理平面上の一端を原点とする長さ l の平板外部に写像する関数は、

$$z = -\frac{l}{4} \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} + 2 \right) e^{i\alpha} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここで α は x 軸と平板のなす角であり、時間 t の関数 $\alpha(t)$ である。なお、写像の特異点は $\zeta = -1, 1$ すなわち平板の前端および後端である。

流れ場は非粘性・非圧縮のポテンシャル流れとし、平板が回転することによって生じる複素速度ポテンシャル W_R は、流体が平板を貫かないという境界条件⁽⁷⁾により

$$W_R = -\frac{l^2}{16} i \dot{\alpha}(t) \left(\frac{1}{\zeta^2} + \frac{4}{\zeta} \right) \dots\dots\dots (2)$$

となる。ただし、 $\dot{}$ は時間 t による微分を示す。

さらに、流れ場に導入された総数 m の渦点による複素速度ポテンシャル W_V は、鏡像の理により、

$$W_V = \sum_{k=1}^m \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \left\{ \log(\zeta - \zeta_{wk}) - \log\left(\zeta - \frac{1}{\bar{\zeta}_{wk}}\right) \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで Γ_{wk} , ζ_{wk} は k 番めの渦点の強さと写像平面における位置を表す。また、 Γ の符号は、反時計回りを正とする。 $\bar{}$ は共役複素数を示す。

したがって静止流体中で前端を中心として回転振動を行う平板まわりの流れの複素速度ポテンシャル W は、写像平面 ζ では式(2), (3)の合計として、

$$W = W_R + W_V \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。共役複素速度は式(4)より

$$\frac{dW}{d\zeta} = \frac{l^2}{8} i \dot{\alpha}(t) \left(\frac{1}{\zeta^3} + \frac{2}{\zeta^2} \right) + \sum_{k=1}^m \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \left[\frac{1}{\zeta - \zeta_{wk}} - \frac{1}{\zeta - 1/\bar{\zeta}_{wk}} \right] \dots\dots\dots (5)$$

となる。

離散渦モデルでは適当な時間間隔 Δt ごとに流れ場に渦点を導入する。この渦の循環および位置を決定するのには、いくつかの方法が考えられるが、本報では渦点導入位置を設定し、クッタの条件から循環を求める方法を用いる。平板の両端 z_A, z_B 付近に渦点を導入する。クッタの条件は、

$$dW/d\zeta = 0, (\zeta = \pm 1) \dots\dots\dots (6)$$

で与えられ、平板の前端および後端から放出される渦点の循環 Γ_A, Γ_B が決定される。

写像平面上 ζ において、渦点 Γ_{wk} の存在する点 ζ_{wk} に誘起される共役複素速度 $d\bar{\zeta}_{wk}/dt$ は、複素速度ポテンシャル W によりその点の渦 Γ_{wk} による影響を除いたものとして表される。

$$\frac{d\bar{\zeta}_{wk}}{dt} = \frac{d}{d\zeta} \left[W - \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \log(\zeta - \zeta_{wk}) \right], \zeta = \zeta_{wk} \dots\dots (7)$$

(a) 物理面 ($z=x+iy$)

(b) 写像面 ($\zeta=\xi+i\eta$)

図1 座標系

よって、物理平面 z における渦点 Γ_{wk} の位置 $z=z_{wk}$ に誘起される共役複素速度は、一般に、

$$\frac{d\bar{z}_{wk}}{dt} = \left[\frac{d\bar{\zeta}_{wk}}{dt} - \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \frac{d^2 z}{d\zeta^2} \frac{d\bar{\zeta}}{dz} \right] \frac{d\bar{\zeta}}{d\zeta}, \quad \zeta = \zeta_{wk} \quad \cdots (8)$$

のように表される。

よって、物理平面における各渦点の速度は、

$$\frac{d\bar{z}_{wk}}{dt} = \left[\frac{d\bar{\zeta}_{wk}}{dt} - \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi i} \frac{2}{\zeta} \frac{1}{\zeta^2 - 1} \right] \frac{d\bar{\zeta}}{d\zeta}, \quad \zeta = \zeta_{wk} \quad \cdots (9)$$

与えられる。

また、流れ場にある渦点は時間間隔 Δt で速度の一次差分式によって移動を行うものとする。

$$z_{wk}(t + \Delta t) = z_{wk}(t) + \{dz_{wk}(t)/dt\} \Delta t \quad \cdots (10)$$

回転する平板に作用する抗力 D (x 軸方向の力) および揚力 L (y 軸方向の力) (図 1) は、非定常に拡張されたブラジウスの公式

$$D - iL = i \frac{\rho}{2} \oint_B \left[\frac{dW}{dz} \right]^2 dz + i \rho \frac{d}{dt} \oint_B W d\bar{z} \quad \cdots (11)$$

により計算できる。ここで ρ は流体の密度、 B は物体に沿った閉曲線を表している。複素速度ポテンシャル、式(4)より、

$$\begin{aligned} D + iL = & \rho \left\{ i \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \frac{dz_{wk}}{dt} + \frac{\pi l^2}{8} e^{ia} (l\dot{a}^2 - l\ddot{a}) \right. \\ & + \frac{l}{4} e^{ia} \dot{a} \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \left[\frac{1}{\zeta_{wk}} + \frac{1}{\bar{\zeta}_{wk}} + 2 \right] \\ & \left. + \frac{l}{4} i e^{ia} \sum_{k=1}^m \Gamma_{wk} \left[\frac{\dot{\zeta}_{wk}}{\zeta_{wk}^2} + \frac{\dot{\bar{\zeta}}_{wk}}{\bar{\zeta}_{wk}^2} \right] \right\} \quad \cdots (12) \end{aligned}$$

ここで右辺第 2 項は、平板の非定常運動に関する力であり、この場合の付加質量は $\pi \rho l^2/8$ となる。またこの項の第 1 項は半径方向の加速度(向心加速度)、第 2 項は接線方向の加速度による慣性力である。また平板の長さ l と、平板後端の最大周速度 $2\pi f a_m l$ によって無次元化された抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L は、

$$C_{D,L} = \frac{D,L}{(1/2)\rho U^2 l}, \quad U = 2\pi f a_m l \quad \cdots (13)$$

により定義する。

平板は振動数 f 、最大振れ角 a_m で回転振動を行う。すなわち、

$$\alpha(t) = a_m \sin(2\pi f t) \quad \cdots (14)$$

4. 計算方法

本報では流れは平板両端からなめらかにはがれるとし、渦点導入位置は平板両端からその延長線上に沿って距離 ε だけ離れた位置とする。パラメータの数を減らし問題を単純化するために、 ε は平板の前端および後端において同一かつ一定とし、 $\varepsilon = 0.025(l/2)$ とする。渦点導入時間間隔 Δt は、数種の予備計算を行い可視化実験結果⁽⁵⁾および一様流中での解析結果⁽⁶⁾を参考にし、 $f \cdot \Delta t = 0.02$ とする。また渦点の相互接近、平板

への接近などの対策さらには渦の強さの減衰については、Kiya-Arie⁽⁸⁾と同様の手法を用いる。

5. 計算結果

本報では、まず可視化実験結果⁽⁵⁾と比較し、解析結果の信頼性を確かめた後、最大振れ角 a_m を変化させて、その影響を調べた。 a_m は、 15° から 45° まで 5° きざみで数値計算を行い、それらを比較検討する。

5.1 計算と可視化実験⁽⁵⁾による流線の比較

図 2 左に、 $a_m = 30^\circ$ のときの数値計算による流線の時間経過を、図 2 右にこれらに相当する可視化実験結果⁽⁵⁾を示す。可視化実験はアルミニウム粉法で、平板まわりの流線が観察されている。

回転開始直後(図 2(a))には、平板の前端および後端に、回転領域が形成され、平板前端側は時計方向、

図 2 可視化実験⁽⁵⁾との比較

平板後端側は反時計方向に回転している。流体の回転方向の分岐がほぼ平板の前端から $2/3$ 付近である点が可視化実験と比較して一致している。また平板後端か

らは渦として流れ場の中に放出されつつある様子が見られる。回転開始後しばらく経過し〔図2(b)〕, 平板の回転が進むと, 後端から放出された渦は徐々に平板から離れていく様子が見られ, この渦の中心位置は平板後端ほぼ右斜め下にあり, 可視化実験とよく一致している。回転方向が逆転すると〔図2(c)〕, 平板後端から放出される渦の回転方向も逆転する。この形成された渦対の位置は, 平板よりも後方に移動する。またこの渦対によって平板の後端付近に噴流が形成されている様子(流線が後端付近で密になっている)が見られる。この渦対の位置および流線の形なども可視化実験とよく一致している。以上のように, 本計算結果と可視化実験との間には, かなりの一致が認められ, 解析結果の信用性は十分である。

(a) $\alpha_m = 15^\circ$

(b) $\alpha_m = 30^\circ$

(c) $\alpha_m = 45^\circ$

図3 C_D, C_L の時間変化

図4 慣性力の時間変化($\alpha_m = 30^\circ$)

5.2 非定常流体力 抗力係数 C_D , 揚力係数 C_L の3周期にわたる変化を図3に示す。ここで C_D の負の値は推力を表している。図3より C_D は, 平板の振動周期の $1/2$ の周期で変化している。つまり平板の傾斜角の絶対値 $|\alpha|$ が増加するときは推力が増加し, $|\alpha|$ が減少するときは推力が減少する。このことから平板後端の周速度つまり, 平板後端から放出される渦点の強さが推力の発生に寄与していると考えられる。また極大値はどの場合もほぼ零である。 C_L は平板と同じ周期で変化している。 C_D, C_L ともに α_m の大きい順に変動の振幅が大きく, そのなめらかさもなくなっている。これは α_m が大きいほど流れ場を乱す度合も大きく, 流れ場そのものが複雑になっているためである。次に式(12)の抗力項について詳しく検討する。この抗力項は平板の回転によって生じる慣性力(付加質量に比例する力)と, 流れ場の中にある渦点によって生じる力に分けることができる。さらに慣性力は前述のように半径方向の慣性力と接線方向の慣性力からなる。図4に無次元化した慣性力の1周期にわたる変

図5 平均抗力係数

化を示す。ここで点線は半径方向の、破線は接線方向の慣性力であり、実線は2力の和である。これより半径方向の慣性力は常に抗力として作用し、接線方向の慣性力は常に推力として作用している。また半径方向

の慣性力の極大値と接線方向の慣性力の極小値の絶対値は等しい。よってこの2力を合成すると、1周期あたりの平均力は零になる。これは流れの可逆性のため

図 6 渦点の挙動 ($\alpha_m = 30^\circ$)

図 7 渦点の挙動 ($\alpha_m = 15^\circ$)

図 8 流線 ($\alpha_m = 30^\circ$)

 図9 速度分布ベクトル($\alpha_m=30^\circ$)

に、流れ場の中に渦点が存在しないと1周期あたり抗力も推力も働かない。平均抗力係数 $\overline{C_D}$ について図5に示す。なお $\overline{C_D}$ はそれぞれ3周期の平均をとった。いずれの場合においても $\overline{C_D}$ は負の値をとっており推力が発生している。またどの α_m に対しても $\overline{C_D}$ は、-0.3程度であり、推力が平板後端の最大周速度による動圧にほぼ比例していることを示している。

以上まとめると、平板に抗力あるいは推力が作用するためには、渦の放出が必要であり、一端を軸とした平板の回転振動では常に推力が発生するように渦が放出されていることが推察される。

5.3 流れ模様 最大振れ角 $\alpha_m=30^\circ$ のときの渦点の挙動の数値計算結果を図6に示す。○は時計方向の、△は反時計方向の渦点であり、それらの大きさは渦点の強さに対応する。回転開始後、直ちに平板後端から時計方向の渦が放出され、回転方向が逆転するとさらに反時計方向の渦が放出されているのがわかる。このようにして次々と渦塊が放出されていく。また渦点の強さは、平板の傾斜角が零のときに最も強く、傾斜角が最大になるときに極小となり、平板後端の周速度の変化に対応している。この形成された渦対は、カルマン渦列のような渦列とはならず不安定であり、時間が経過すると崩壊していく様子が図6(b)の渦模様に見られる。また前端から放出された渦点の強さは、後端から放出された渦点のそれと比べてかなり小さい。図7に $\alpha_m=15^\circ$ のときの渦点の挙動を示す。 $\alpha_m=30^\circ$ のときと比較すると、渦塊形成から崩壊への過程はほぼ同じであるが、形成される渦はかなり弱い。そ

こで平板の上下にこのような渦が形成されると、どのような流れが引き起こされるかを調べる。図8に $\alpha_m=30^\circ$ のときの流線を示す。平板後端の上下に形成された一对の渦対により、平板後方にジェット流が発生し、さらに時間が経過すると古い渦が崩壊していく様子がよくわかる。次にジェット流の強さを調べるために、図9に $\alpha_m=30^\circ$ のときの $x=2l$ の位置における速度ベクトル分布を示す。平板後方に発生したジェット流により、平板後方に流体が流され、 x 軸の近傍では x の正方向の速度成分をもつことがわかる。また時間の経過とともに速度ベクトルの大きさが大きくなり、ジェット流が強くなっている。

以上まとめると平板の回転振動によって平板後方にジェット流が発生する。ジェット流の発生には、カルマン渦列とは渦の回転方向が逆であるような渦対が放出される必要がある。

6. 結 言

静止流体中で一端を軸として回転振動を行う平板まわりの流れを離散渦モデルを用いて数値計算を行った。可視化実験と比較した結果、本解析の信頼性は十分である。そして平板の回転振動によって形成される渦塊、平板に作用する流体力について解析を行った。数値計算については、最大振れ角について7種類の例に対して実行した。主な結果を要約すれば以下のようである。

静止流体中で平板が一端を軸として回転振動を行うと、平板の他端の上下に渦対が放出され、その結果ジェット流が発生する。このジェット流によって流体は後方へ流され、その反力として平板は推力を得る。平均推力は最大振れ角 α_m にかかわらずほぼ一定である。またこの放出された渦対はカルマン渦列とは回転方向が逆であるので不安定であり、やがて崩壊する。

文 献

- (1) 例えば、種子田・石井、九州大学応用力学研究所報、42(昭52)、37。
- (2) Wu, T. Y. *J. Fluid. Mech.* 10(1960), 312。
- (3) 東、日本航空宇宙学会誌、33-382(昭60)、617。
- (4) ヘルテル、H. (土屋 訳)、バイオエンジニアリング(生物の変形と運動に学ぶ)、(昭60)、154、165、朝倉書店。
- (5) 種子田、日本航空宇宙学会誌、20-226(昭47)、600。
- (6) 仲谷・畠山・加槽、機論、54-497, B(昭63)、113。
- (7) 今井、流体力学(前編)、(昭48)、408、裳華房。
- (8) Kiya, M. and Arie, M., *Bull. JSME*, 23-183(1980)、145。