3成分混合気の鉛直平板上での層流体積力対流膜状凝縮*

藤井 哲^{*1}, 小山 繁^{*1}, 渡部 正治^{*2}

Laminar Film Condensation of Gravity-Controlled Convection for Ternary Vapor Mixtures on a Vertical Flat Plate

Testu FUJII, Shigeru KOYAMA, and Masaharu WATABE

Laminar film condensation of gravity-controlled convection for ternary vapor mixtures is theoretically treated. Similarity solutions for methanol-ethanol-water mixtures on an isothermal vertical flat plate are numerically obtained. The effects of mutual intervention of buoyant forces due to temperature and concentration differences on convective heat and mass transfer in the vapor boundary layer are revealed. The dimensionless expressions for heat and mass-transfer coefficients are derived from the numerical results. These expressions approach the characteristics of simultaneous heat and mass transfer in free convection of ternary vapor mixtures with the decrease in condensate mass flux. Heat and mass-transfer characteristics are calculated from the simultaneous algebraic equations which are composed of these expressions, phase equilibrium conditions and the continuity conditions of heat flux and mass transfer at a vapor-liquid interface.

Key Words: Phase Change, Condensation, Gravity-Controlled Convection, Ternary Vapor Mixtures, Vertical Plate, Predication Method, Two-Phase Boundary Layer Theory

1. 緒 言

3成分混合気の鉛直平板上での体積力対流膜状凝縮の理論的な取扱いは、各成分間の相互拡散と各成分の濃度差に基づく浮力が存在するため、複雑なものとなる。Taitel-Tamir⁽¹⁾は濃度差に基づく浮力のみを考慮し液膜については Nusselt の式を用いて、3成分中の1成分が不凝縮ガスである系に対し、相似解と積分解により求めた伝熱量の低下を図示するとともに、両方の解がよく一致することを示している。Sage-Estrin⁽²⁾は文献(1)と同様に浮力と液膜とを扱い、2成分が不凝縮ガスの3成分系に対し、直交変換した気相の濃度方程式を用いた相似解を数値的に求め、伝熱量の低下、気相境界層内での速度および濃度分布を示している。しかし、これらの解析は3成分混合気の体積力対流凝縮の特性を示した計算例であり、条件が異なる場合の伝熱量や物質伝達量を求めるためには新たに境界層方程式を解く必要がある。したがって、さまざまな条件において簡単に熱伝達および物質伝達を予測でき

る方法を提案することは実用上極めて重要である。このような見地から著者らは、2成分混合気の体積力対流凝縮⁽³⁾および強制対流凝縮⁽⁴⁾に関して、熱伝達および物質伝達を予測するための連立代数方程式を提案し、強制対流凝縮の場合に関しては3成分混合気への式の拡張⁽⁵⁾をも示している。しかし、3成分混合気の体積力対流凝縮においては気相境界層での温度差に基づく浮力と濃度差に基づく浮力の相互干渉による影響を考慮する必要がある、その浮力の取扱いが不明確である。ゆえに、強制対流凝縮の場合⁽⁵⁾と同様な手法による3成分混合気への拡張を行うには浮力に関する仮定を置く必要があった⁽⁶⁾。

本報は、メタノール・エタノール・水の3成分混合気の飽和状態および過熱状態について、2相境界層理論を用いて解析する。また、先に示した2成分混合気の体積力対流凝縮に関する結果⁽³⁾および3成分混合気の熱と物質の同時移動を伴う自由対流⁽⁷⁾の結果を参照し、浮力の取扱いを明確にし、3成分混合気の体積力対流膜状凝縮の熱伝達および物質伝達を簡単に予測できる連立代数方程式を提案する。また、連立代数方程式による解の精度を検討する。

* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和62年10月15日。

^{*1} 正員、九州大学機能物質科学研究所 (〒816 春日市春日公園6-1)。

^{*2} 准員、九州大学院総合理工学研究科。

記 号

- a_{kl} : 行列 A の要素 式(44)
 B : 行列 A の標準形 式(71)および(74)
 C_k : 二次元列ベクトル C の要素 式(60)
 c_p : 定圧比熱
 C_{pk3} : 比熱比 式(43)
 $C(Sc_k)$: Sc_k の関数 式(99)
 $C(Pr_u)$: $C(Sc_k)$ の Sc_k を Pr_u に置き換えた関数
 D : 行列 式(76)
 D_{kl} : 拡散に関する係数 式(9)
 D_k^* : 拡散に関する係数 式(94)
 D_{kl}^M : 多成分系における成分 k - l 間の相互拡散係数
 D_{kl}^* : 式(8)
 $F_L(\eta_L), F_V(\eta_V)$: 無次元流れ関数 式(31), (32)
 f_u, f_{kl} : 相平衡の式 式(25), (26)
 Gal_x : ガリレオ数 $=gx^3/\nu_L^2$
 Gr_x : グラスホフ数 $=g\Omega_i x^3/\nu^2$
 g : 重力加速度
 1 : 要素がすべて 1 の二次元列ベクトル
 j_{kx} : 成分 k の局所拡散質量流束 式(101)
 j_{kx}^* : 局所拡散質量流束 式(91)
 L : 混合気の凝縮潜熱
 M_k : 成分 k の分子量
 $\dot{M}_{kL}$: 成分 k の無次元凝縮質量流束 式(61)
 $\dot{M}_L, \dot{M}^*$: 無次元全凝縮質量流束 式(62), (111)
 $\dot{m}_x$: 局所全凝縮質量流束
 $\dot{m}_{kx}$: 成分 k の局所凝縮質量流束
 $Nu_{cx}, Nu_{ix}, Nu_{wx}$: 局所ヌセルト数 式(107), (117), (115)
 0 : 要素がすべて零の二次元列ベクトル
 P : 要素 p_{kl} の行列 式(72)
 P^{-1} : 要素 p_{kl}^{-1} の行列で, 行列 P の逆行列 式(73)
 p : 系の全圧
 Pr : プラントル数 $=\mu c_p/\lambda$
 q_{cx} : 気相の局所対流熱流束
 q_{ix} : 気液界面での局所熱流束
 q_{wx} : 伝熱面での局所熱流束
 R : $\rho\mu$ 比 $=(\rho_L\mu_L/\rho_V\mu_V)^{1/2}$
 Sc_k : 行列 A の固有値の逆数
 Sc_{kl} : 拡散に関する無次元数 $=\nu_V/D_{kl}^*$
 Sh_{kx} : 成分 k のシャーウッド数 式(103)
 Sh_{kx}^* : 物質伝達に関する無次元数 式(93)
 T : 温度
 $T_{sU\infty}$: 周囲混合気の飽和温度
 $\Delta T_{V\infty}$: 過熱度 $=T_{V\infty}-T_{sU\infty}$
 U, V : x および y 方向速度成分
 W_k : 成分 k の質量分率
 W_{kV}^* : 直交変換後の成分 k の質量分率 式(90)
 x : 平板先端から平板に沿って測った距離
 y : 平板からその法線方向に測った距離
 Y_k : 式(83)
 $\alpha_{cx}, \alpha_{ix}, \alpha_{wx}$: 局所熱伝達係数 式(106), (114), (113)
 β_{kx} : 成分 k に関する物質伝達係数 式(102)
 β_{kx}^* : 式(92)で定義される物質伝達係数
 δ : 液膜厚さ
 δ_{kl} : クロネッカのデルタ
 ζ_k : 拡散項に関するパラメータ 式(88)
 η_L, η_V : 相似変数 式(29), (30)
 $\Theta_L(\eta_L), \Theta_V(\eta_V)$: 無次元温度 式(33), (34)
 κ : 温度伝導率
 λ : 熱伝導率
 μ : 粘度
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 Φ : 要素 Φ_k の二次元列ベクトル 式(68)
 Φ^* : 要素 Φ_k^* の二次元列ベクトル 式(75)
 $\Phi_k(\eta_V)$: 成分 k の無次元濃度 式(35)
 Φ_k^* : 直交変換後の無次元濃度 式(89)
 χ_{ki}, χ_i^* : 浮力に関するパラメータ 式(98), (110)
 $\Psi_L(x, y), \Psi_V(x, y)$: 流れ関数 式(27), (28)
 $\Omega_i, \Omega_T, \Omega_{wk}$: 浮力に関するパラメータ 式(96), (41), (42)
 ω_0, ω_k : 浮力に関するパラメータ 式(86), (87)
添 字
cal.: 代数解による値
 i : 気液界面での値
 k, l, m : 成分あるいは行列の要素
 L : 液膜での値
sim.: 相似解による値
 V : 気層境界層での値
 w : 伝熱面での値
 x : 位置 x での値
 ∞ : 周囲流体での値
 $'$: η_L あるいは η_V に関する微分

2. 基礎式および相似変換

2.1 基礎式 図1に3成分混合気の鉛直平板上での体積力対流膜状凝縮に関する物理モデルおよび座標系を示す(以下, 文中および図中の記号は記号表参

照). 解析に用いた仮定は文献(3)と同様であるので省略する。

境界層近似により次の基礎式が得られる。

$$\frac{\partial U_L}{\partial x} + \frac{\partial V_L}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U_L \frac{\partial U_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial U_L}{\partial y} = \nu_L \frac{\partial^2 U_L}{\partial y^2} + g \quad (2)$$

$$U_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \kappa_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_V}{\partial x} + \frac{\partial V_V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$U_V \frac{\partial U_V}{\partial x} + V_V \frac{\partial U_V}{\partial y} = \nu_V \frac{\partial^2 U_V}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{\rho_{V\infty}}{\rho_V} \right) \quad (5)$$

$$U_V \frac{\partial T_V}{\partial x} + V_V \frac{\partial T_V}{\partial y} = \kappa_V \frac{\partial^2 T_V}{\partial y^2} + \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left(\frac{c_{plv} - c_{p3v}}{c_{pv}} D_{kl}^* \right) \frac{\partial W_{kv}}{\partial y} \frac{\partial T_V}{\partial y} \quad (6)$$

$$U_V \frac{\partial W_{kv}}{\partial x} + V_V \frac{\partial W_{kv}}{\partial y} = \sum_{l=1}^2 D_{kl}^* \frac{\partial^2 W_{lv}}{\partial y^2} \quad (k=1, 2) \quad (7)$$

ここに,

$$D_{kl}^* = D_{k3} - D_{kl} \quad (8)$$

$$D_{kl} = M_k D_{kl}^M \sum_{m=1}^3 \frac{W_{mv}}{M_m} - \frac{M_k}{M_l} \sum_{m=1}^3 D_{km}^M W_{mv} \quad (k=1, 2, l=1, 3) \quad (9)$$

各成分系における成分 $k-l$ 間の相互拡散係数 D_{kl}^M については文献(8)参照。

境界条件および気液界面の適合条件は次の諸式となる。

$y=0$ で

$$U_L = 0 \quad (10)$$

$$V_L = 0 \quad (11)$$

$$T_L = T_w \quad (12)$$

$y \rightarrow \infty$ で

$$U_V = 0 \quad (13)$$

図 1 物理モデルおよび座標系

$$T_V = T_{V\infty} \quad (14)$$

$$W_{kv} = W_{kv\infty} \quad (k=1, 2) \quad (15)$$

$y=\delta$ で

$$U_{Li} = U_{Vi} = U_i \quad (16)$$

$$\mu_L \left(\frac{\partial U_L}{\partial y} \right)_i = \mu_V \left(\frac{\partial U_V}{\partial y} \right)_i \quad (17)$$

$$\rho_L \left(U_L \frac{d\delta}{dx} - V_L \right)_i = \rho_V \left(U_V \frac{d\delta}{dx} - V_V \right)_i \quad (18)$$

$$= \sum_{k=1}^2 \dot{m}_{kx} = \dot{m}_x \quad (19)$$

$$T_{Li} = T_{Vi} = T_i \quad (20)$$

$$\lambda_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial y} \right)_i = \lambda_V \left(\frac{\partial T_V}{\partial y} \right)_i + L \dot{m}_x \quad (21)$$

$$W_{kv} = W_{kvi} \quad (22)$$

$$\rho_V \sum_{l=1}^2 D_{kl}^* \left(\frac{\partial W_{lv}}{\partial y} \right)_i = \dot{m}_{kx} - W_{kvi} \dot{m}_x \quad (k=1, 2) \quad (23)$$

凝縮質量流束と液膜質量分率との関係は次式となる。

$$W_{kL} = \dot{m}_{kx} / \dot{m}_x \quad (k=1, 2) \quad (24)$$

気液界面においては次の相平衡の関係が成り立つ。

$$W_{kvi} = \mathcal{F}_v(p, T_i, W_{1vi}) \quad (25)$$

$$W_{kLi} = \mathcal{F}_L(p, T_i, W_{1vi}) \quad (k=1, 2) \quad (26)$$

2.2 相似変換 流れ関数 $\Psi_L(x, y)$ および $\Psi_V(x, y)$

$$U_L = \partial \Psi_L / \partial y, \quad V_L = -\partial \Psi_L / \partial x \quad (27)$$

$$U_V = \partial \Psi_V / \partial y, \quad V_V = -\partial \Psi_V / \partial x \quad (28)$$

を導入し, 相似変数 η_L および η_V , 無次元流れ関数 $F_L(\eta_L)$ および $F_V(\eta_V)$, 無次元温度 $\Theta_L(\eta_L)$ および $\Theta_V(\eta_V)$, 成分 k の無次元濃度 $\Phi_k(\eta_V)$ を

$$\eta_L = y \{ g / (4 \nu_L^2 x) \}^{1/4} \quad (29)$$

$$\eta_V = (y - \delta) \{ g / (4 \nu_V^2 x) \}^{1/4} \quad (30)$$

$$F_L(\eta_L) = \Psi_L(x, y) / \{ 4 (g \nu_L^2 x^3 / 4)^{1/4} \} \quad (31)$$

$$F_V(\eta_V) = \Psi_V(x, y) / \{ 4 (g \nu_V^2 x^3 / 4)^{1/4} \} \quad (32)$$

$$\Theta_L(\eta_L) = (T_i - T_L) / (T_i - T_w) \quad (33)$$

$$\Theta_V(\eta_V) = (T_{V\infty} - T_V) / (T_{V\infty} - T_i) \quad (34)$$

$$\Phi_k(\eta_V) = (W_{kv} - W_{kv\infty}) / (W_{kvi} - W_{kv\infty}) \quad (k=1, 2) \quad (35)$$

と定義すれば, 式(2), (3), (5), (6), (7)より次の常微分方程式が得られる。

$$F_L''' + 3 F_L F_L'' - 2 F_L'^2 + 1 = 0 \quad (36)$$

$$\Theta_L'' + 3 Pr_L F_L \Theta_L' = 0 \quad (37)$$

$$F_V''' + 3 F_V F_V'' - 2 F_V'^2 + \Omega_T (T_{V\infty} - T_i) \Theta_V + [1 - \Omega_T (T_{V\infty} - T_i) \Theta_V] \times \sum_{k=1}^2 \Omega_{Wk} (W_{kvi} - W_{kv\infty}) \Phi_k = 0 \quad (38)$$

$$\Theta_V'' + 3 Pr_V F_V \Theta_V' + Pr_V$$

$$\times \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 (W_{kVi} - W_{kV\infty}) \frac{C_{p13}}{Sc_{ik}} \Phi'_k \Theta'_V = 0 \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^2 a_{ki} \Phi'_i + 3F_V \Phi'_k = 0 \quad (k=1, 2) \quad (40)$$

ここに,

$$\Omega_T = 1/T_{V\infty} \quad (41)$$

$$\Omega_{Wk} = \frac{M_k - M_3}{M_k - \sum_{i=1}^2 M_k (M_i - M_3) W_{i\infty} / M_i} \quad (k=1, 2) \quad (42)$$

$$C_{pk3} = (C_{pkV} - C_{p3V}) / C_{pV} \quad (k=1, 2) \quad (43)$$

$$a_{ki} = (W_{iVi} - W_{iV\infty}) / \{(W_{kVi} - W_{kV\infty}) Sc_{ki}\} \quad (k=1, 2, \quad l=1, 2) \quad (44)$$

式(38)の左辺第4, 5項は浮力項であり, 式(5)の右辺第2項において混合気を理想気体とみなすことにより得られる。

境界条件は次のようになる。

$$\eta_L = 0 \text{ で } F'_{Lw} = 0 \quad (45)$$

$$F_{Lw} = 0 \quad (46)$$

$$\Theta_{Lw} = 1 \quad (47)$$

$$\eta_V \rightarrow \infty \text{ で } F'_{V\infty} = 0 \quad (48)$$

$$\Theta_{V\infty} = 0 \quad (49)$$

$$\Phi_{k\infty} = 0 \quad (k=1, 2) \quad (50)$$

気液界面での適合条件は, $\eta_{Li} = \eta_{Vi}$ および $\eta_V = 0$ で

$$F'_{Li} = F'_{Vi} \quad (51)$$

$$RF'_{Li} = F'_{Vi} \quad (52)$$

$$RF_{Li} = F_{Vi} \quad (53)$$

$$= R \sum_{k=1}^3 \dot{M}_{kL} / 3 = R \dot{M}_L / 3 \quad (54)$$

$$\Theta_{Li} = 0 \quad (55)$$

$$\Theta_{Vi} = 0 \quad (56)$$

$$-\Theta'_{Li} = \frac{\dot{M}_L \mu_L L}{\lambda_L (T_{Li} - T_w)} + \frac{\lambda_V}{\lambda_L} \left(\frac{\nu_L}{\nu_V} \right)^{1/2} \frac{T_{V\infty} - T_{Vi}}{T_{Vi} - T_w} (-\Theta'_{Vi}) \quad (57)$$

$$\Phi_{ki} = 1 \quad (k=1, 2) \quad (58)$$

$$\sum_{i=1}^2 a_{ki} \Phi'_{ii} = C_k \quad (k=1, 2) \quad (59)$$

ここに,

$$C_k = (M_{kL} - W_{kVi} \dot{M}_L) R / (W_{kVi} - W_{kV\infty}) \quad (60)$$

$$\dot{M}_{kL} = \dot{m}_{kL} X / \{\mu_L (Ga_{LX} / 4)^{1/4}\} \quad (61)$$

$$\dot{M}_L = \sum_{k=1}^3 \dot{M}_{kL} \quad (62)$$

式(24)は次のように書き換えられる。

$$W_{kL} = \dot{M}_{kL} / \dot{M}_L \quad (k=1, 2) \quad (63)$$

3. 濃度方程式の直交変換

濃度方程式(40)および濃度に関する条件(50), (58), (59)を直交変換により独立した方程式として取扱う。この方法はToor⁽⁹⁾やStewart-Prober⁽¹⁰⁾により提案され, 文献(7)に本報と同様な変換過程が示されているので, ここではその概要を示す。

濃度方程式(40)および濃度に関する境界条件(50), (58)を行列表示すると次のようになる。

$$A \Phi'' + 3F_V \Phi' = 0 \quad (64)$$

$$\eta_V = 0 \text{ で}$$

$$\Phi_i = 1 \quad (65)$$

$$A \Phi_i = C \quad (66)$$

$$\eta_V \rightarrow \infty \text{ で}$$

$$\Phi_{\infty} = 0 \quad (67)$$

ここに,

$$\Phi = (\Phi_k) \quad (68)$$

$$A = (a_{ki}) \quad (69)$$

$$C = (C_k) \quad (70)$$

また, 0 および 1 はそれぞれ, すべての要素が零および 1 の二次元列ベクトルである。

行列 A は正則行列であるので, 正則行列 P により行列 A の固有値 $1/Sc_k (k=1, 2)$ を対角要素を持つ行列 B へ変換される。

$$B = P^{-1} A P \quad (71)$$

ここに,

$$P = (p_{ki}) \quad (72)$$

$$P^{-1} = (p_{ki}^{-1}) \quad (73)$$

$$B = (\delta_{ki} / Sc_k) \quad (74)$$

ただし, δ_{ki} はクロネッカのデルタ記号を示す。

次に, 新たな無次元濃度 Φ^* を次式で定義する。

$$\Phi^* = (\Phi_k^*) = D P^{-1} \Phi \quad (75)$$

ここに, D は式(58)を規格化するために導入したものであり, 次式で与えられる。

$$D = (\delta_{ki} / \sum_{m=1}^2 p_{km}^{-1}) \quad (76)$$

式(71)および式(75)を用いて式(64)~(67)を変換すると次式を得る。

$$\Phi_k^{*''} + 3Sc_k F_V \Phi_k^{*'} = 0 \quad (k=1, 2) \quad (77)$$

$$\eta_V = 0 \text{ で}$$

$$\Phi_{ki}^* = 1 \quad (k=1, 2) \quad (78)$$

$$\Phi_{ki}^{*'} = \sum_{i=1}^2 p_{ki}^{-1} C_i Sc_k / \sum_{m=1}^2 p_{km}^{-1} \quad (k=1, 2) \quad (79)$$

$$\eta_V \rightarrow \infty \text{ で}$$

$$\Phi_{k\infty}^* = 0 \quad (k=1, 2) \quad (80)$$

式(75)より、 Φ_k^* と Φ_k との関係は次式で表される。

$$\Phi_k = \sum_{i=1}^2 \sum_{m=1}^2 p_{ki} p_{im}^{-1} \Phi_i^* \quad (k=1, 2) \quad (81)$$

また式(60), (63), (79)より次式を得る。

$$\frac{RM_L Sc_k}{-\Phi_{ki}^*} = Y_k \quad (k=1, 2) \quad (82)$$

ここに

$$Y_k = \frac{\sum_{m=1}^2 p_{km}^{-1} \frac{W_{IVi} - W_{UL}}{W_{IVi} - W_{IV\infty}}}{\sum_{i=1}^2 p_{ki}^{-1} \frac{W_{IVi} - W_{UL}}{W_{IVi} - W_{IV\infty}}} \quad (k=1, 2) \quad (83)$$

式(81)の関係を気相の運動量方程式(38)およびエネルギー式(39)に代入すると次式を得る。

$$F_v'' + 3F_v F_v'' - 2F_v'^2 + \omega_0 \Theta_v + (1 - \omega_0) \sum_{k=1}^2 \omega_k \Phi_{kv}^* = 0 \quad (84)$$

$$\Theta_v'' + 3Pr_v F_v \Theta_v' + Pr_v \Theta_v' \sum_{k=1}^2 \zeta_k \Phi_k^* = 0 \quad (85)$$

ここに、

$$\omega_0 = \Omega_T (T_{v\infty} - T_i) \quad (86)$$

$$\omega_k = \sum_{i=1}^2 \sum_{m=1}^2 \Omega_{wi} (W_{IVi} - W_{IV\infty}) p_{ik} p_{km}^{-1} \quad (k=1, 2) \quad (87)$$

$$\zeta_k = \sum_{i=1}^2 \sum_{m=1}^2 \left(\frac{C_{p13}}{Sc_{1i}} + \frac{C_{p23}}{Sc_{2i}} \right)$$

$$\times (W_{IVi} - W_{IV\infty}) p_{ik}^{-1} p_{km} \quad (k=1, 2) \quad (88)$$

直交変換された濃度方程式(77)と Φ_k^* を用いて表された気相の運動量方程式(84)との関係は鉛直平板上での2成分混合気の体積力対流凝縮⁽³⁾の場合と類似である。したがって、その解法は文献(3)を参照のこと
数値解の計算はメタノール・エタノール・水混合気の飽和状態および過熱状態($\Delta T_{v\infty} = 50^\circ\text{C}$)について行った。表1に計算結果の例を示す。

4. 物質伝達および熱伝達の無次元表示式の導出

4.1 物質伝達 直交変換後の無次元濃度 Φ_k^* は次の無次元数で表すことができる。

$$\Phi_k^* = (W_{kv}^* - W_{kv\infty}^*) / (W_{kv}^* - W_{kv\infty}^*) \quad (k=1, 2) \quad (89)$$

ここに、 W_{kv}^* は W_{kv} を直交変換したものであり、 W_{kv}^* と W_{kv} との関係は次式で表せる。

$$W_{kv}^* = \sum_{i=1}^2 p_{ki}^{-1} W_{iv} / \sum_{m=1}^2 p_{km}^{-1} \quad (k=1, 2) \quad (90)$$

直交変換後の各濃度方程式に対する局所拡散質量流れを j_{kx}^* とし、局所物質伝達係数 β_{kx}^* およびその無次元数 Sh_{kx}^* を次のように定義する。

$$-j_{kx}^* = -\rho_v D_k^* (\partial W_{kv}^* / \partial y)_i \quad (91)$$

表1 計算結果の例 (1: Methanol, 2: Ethanol, 3: Water)

P, kPa	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$T_{v\infty}, ^\circ\text{C}$	76.0	76.0	76.0	76.0	85.0	85.0	95.0	95.0	75.0	90.0
$W_{1v\infty}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4
$W_{2v\infty}$	0.7096	0.7096	0.7096	0.7096	0.4763	0.4763	0.09824	0.4849	0.4849	0.09951
η_i	0.1	0.1	0.2	0.2	0.08	0.08	0.2	0.12	0.12	0.12
$\Delta T_{v\infty}, ^\circ\text{C}$	0.0	50.0	0.0	50.0	0.0	50.0	0.0	0.0	50.0	0.0
$T_i, ^\circ\text{C}$	75.45	75.66	74.68	74.74	81.88	82.22	83.86	73.40	73.69	83.09
$T_v, ^\circ\text{C}$	75.18	75.32	70.27	69.88	81.81	82.12	81.48	72.85	73.05	82.79
W_{1v}	0.2373	0.2222	0.2920	0.2876	0.2190	0.2167	0.4452	0.4755	0.4594	0.5492
W_{2v}	0.6833	0.6946	0.6410	0.6445	0.5269	0.5220	0.2371	0.4396	0.4509	0.1427
W_{1i}	0.1556	0.1449	0.1957	0.1924	0.1097	0.1060	0.1827	0.3395	0.3252	0.2316
W_{2i}	0.7360	0.7416	0.7122	0.7143	0.2714	0.2568	0.09005	0.5132	0.5190	0.05764
R	160.1	160.8	162.2	162.8	199.4	201.4	214.8	167.3	168.3	200.6
Pr_v	0.7982	0.7997	0.7930	0.7934	0.8052	0.8057	0.8180	0.7654	0.7661	0.7853
Pr_i	8.083	8.138	8.158	8.203	5.319	5.264	4.157	7.451	7.498	3.909
Sc_1	0.3427	0.3432	0.3414	0.3415	0.4422	0.4439	0.5375	0.3655	0.3660	5.021
Sc_2	0.5797	0.5778	0.5866	0.5860	0.6414	0.6421	0.7643	0.6550	0.6533	0.7790
$\zeta_1 \times 10^2$	-0.6450	-0.4140	-1.443	-1.382	-2.665	-2.375	-15.19	-1.993	-1.652	-9.179
$\zeta_2 \times 10^2$	-0.8020	-0.4736	-1.991	-1.896	-0.2132	-0.1955	-0.5090	-1.223	-0.9432	0.2346
p_{1i}	1.007	1.058	0.9289	0.9336	0.5761	0.5753	0.9423	0.9054	0.9323	0.9997
p_{1j}	-0.6678	-0.6700	-0.6545	-0.6555	1.187	1.214	0.3367	-0.5091	-0.4994	0.2145
p_{2i}	1.118	1.171	1.017	1.024	-0.5238	-0.5196	-0.3700	0.7351	0.7758	0.4183
p_{2j}	0.4586	0.4417	0.5066	0.5029	1.211	1.239	0.9297	0.7339	0.7189	0.9330
$-C_1$	0.3515	0.5676	1.358	1.420	0.5922	0.6947	1.850	0.5224	0.6646	0.7452
$-C_2$	0.3212	0.5108	1.346	1.401	0.5206	0.6088	1.830	0.4715	0.5893	0.6899
$\Omega_1 \times 10^2$	0.2193	12.72	0.06874	12.61	7.103	17.85	24.86	1.491	13.76	13.660
$\omega_k \times 10^2$	0.1582	12.61	0.3788	12.84	0.8717	12.93	3.027	0.4599	12.89	1.904
$\omega_1 \times 10^2$	1.483	0.9658	3.160	3.039	5.629	5.034	19.65	3.204	2.684	11.18
$\omega_2 \times 10^2$	-1.422	-0.8442	-3.472	-3.311	0.6573	0.6129	2.857	-2.169	-1.683	0.8066
F_v	0.1000	0.1008	0.1999	0.2004	0.08049	0.08092	0.2007	0.1202	0.1208	0.1207
$F_{v1} \times 10$	0.5342	0.5429	4.321	4.355	0.3434	0.3497	5.759	0.9663	0.9799	1.166
$F_{v2} \times 10^2$	0.5006	0.5085	1.998	2.009	0.3239	0.3273	2.014	0.7225	0.7306	0.7293
$F_{v3} \times 10^2$	1.080	13.81	-0.5278	8.362	9.810	18.54	16.11	3.556	14.92	15.74
$-\Phi_{1i}^*$	0.1408	0.2284	0.4728	0.4996	0.2405	0.2824	0.9914	0.2148	0.2750	0.3692
$-\Phi_{1j}^*$	0.1986	0.3189	0.7940	0.8284	0.2988	0.3510	1.388	0.3255	0.4104	0.5024
$-\Phi_{2i}^*$	0.1911	0.3066	0.7547	0.7881	0.2044	0.2378	0.9167	0.2945	0.3706	0.3548
$-\Phi_{2j}^*$	0.2167	0.3518	0.8729	0.9104	0.2580	0.3035	1.200	0.3565	0.4534	0.4362
$-\Phi_{3i}^*$	0.2467	0.3920	1.075	1.115	0.3426	0.4021	1.553	0.3677	0.4614	0.5199
$-\Phi_{3j}^*$	10.00	10.00	5.006	5.006	12.50	12.50	5.003	8.334	8.334	8.334
$-\Phi_{1v}^*$	9.997	9.997	4.982	4.981	12.49	12.49	4.990	8.329	8.329	8.331

$$= \beta_{kx}^* (W_{kv}^* - W_{kv\infty}^*) \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (92)$$

$$Sh_{kx}^* = \beta_{kx}^* x / (\rho D_k^*) \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (93)$$

ここに

$$D_k^* = \nu_v / Sc_k \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (94)$$

以上より, Sh_{kx}^* と無次元変数との関係は次式となる.

$$Sh_{kx}^* = -\phi_{ki}^* Gr_x^{1/4} / (\sqrt{2} \Omega_i^{1/4}) \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (95)$$

ここに,

$$\Omega_i = \omega_0 + (1 - \omega_0)(\omega_1 + \omega_2) \quad \dots\dots\dots (96)$$

気相の運動量方程式(84), 直交変換後の濃度方程式(77)および式(82)は式(84)の浮力の項を除き2成分混合気の場合と同一である. したがって, 式(93)で表される Sh_{kx}^* は2成分混合気に関する表示式⁽³⁾と同様な次式で表されると類推される.

$$Sh_{kx}^* = \sqrt{2} (2 - Y_k)^{-0.5} (1 - Y_k)^{-0.3} C(Sc_k) \times (x_{ki} / \Omega_i)^{1/4} (Sc_k Gr_x)^{1/4} \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (97)$$

ここに, x_{ki} は温度差および濃度差に基づく浮力の相互干渉が物質伝達に及ぼす影響を補正するパラメータであり, 鉛直平板上での3成分混合気の熱と物質の同時移動を伴う自由対流の物質伝達に関する近似式⁽⁷⁾より得られ, 次式となる.

$$x_{ki} = \Omega_i + \omega_0 [(Sc_k / Pr_v)^{1/2} - 1] + \omega_l [(Sc_k / Sc_l)^{1/2} - 1] \quad (k=1, 2, \quad l=1, 2, \quad k \neq l) \quad \dots\dots\dots (98)$$

ただし, 上式の導出については文献(3)を参照のこと. また, $C(Sc_k)$ は次式で表される.

$$C(Sc_k) = \frac{3}{4} \left\{ \frac{Sc_k}{2.4 + 4.9 \sqrt{Sc_k} + 5 Sc_k} \right\}^{1/4} \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (99)$$

式(95), (97)より ϕ_{ki}^* に関する次式を得る.

$$-\phi_{ki}^* = 2(2 - Y_k)^{-0.5} (1 - Y_k)^{-0.3} C(Sc_k) \times (x_{ki} Sc_k)^{1/4} \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (100)$$

図2は相似解による $(-\phi_{ki}^*)_{sim}$ と上式の右辺で計算される $(-\phi_{ki}^*)_{cal}$ との関係を示す. ○, □印はそれぞれ飽和および過熱蒸気の結果を示し, また●印は $\Omega_i < 0.02$ の結果を表す. ●印の $(-\phi_{ki}^*)_{sim}$ が大きい場合(浮力が小さく凝縮量が多い場合)を除き式(100)は約5%の誤差で相似解と一致する. このことは, 2成分混合気の凝縮の表示式から類推された式(97)で3成分混合気の物質伝達を十分な精度で予測できることを示している.

実際の成分 $k(k=1, 2)$ に関する局所拡散質量流速 j_{kx} は次式で表される.

$$-j_{kx} = -\rho_v \sum_{i=1}^2 D_{ki} (\partial W_{iv} / \partial y)_i \quad \dots\dots\dots (101)$$

次に, j_{kx} に対応した局所物質伝達係数 β_{kx} およびその無次元数 Sh_{kx} を次式で定義する.

$$-j_{kx} = \beta_{kx} (W_{kvi} - W_{kvi\infty}) \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (102)$$

$$Sh_{kx} = \beta_{kx} x / \mu_v \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (103)$$

Sh_{kx} と無次元変数 ϕ_{ki} との関係は次のようになる.

$$Sh_{kx} = -\sum_{i=1}^2 a_{ki} \phi_{ki} Gr_x^{1/4} / (\sqrt{2} \Omega_i^{1/4}) \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (104)$$

したがって, 式(81), (95), (104)より Sh_{kx} と Sh_{kx}^* との関係は次式で表される.

$$Sh_{kx} = \sum_{i=1}^2 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 a_{kmi} \phi_{im} \phi_{in}^{-1} Sh_{mx}^* \quad (k=1, 2) \quad \dots\dots\dots (105)$$

4.2 気相の対流熱伝達 気相の対流熱流束 q_{cx}

に対応した局所熱伝達係数 a_{cx} を

$$q_{cx} = \lambda_v (\partial T_v / \partial y)_i = a_{cx} (T_{v\infty} - T_i) \quad \dots\dots\dots (106)$$

と定義すれば, その無次元数 Nu_{cx} は次のようになる.

$$Nu_{cx} = a_{cx} x / \lambda_v \quad \dots\dots\dots (107)$$

$$= (-\phi_{vi}^*) Gr_x^{1/4} / (\sqrt{2} \Omega_i^{1/4}) \quad \dots\dots\dots (108)$$

気相のエネルギー式(39)の左辺第3項の拡散項の影響は全熱流束に比較して十分小さい⁽³⁾ので, この項を無視することにより, 2成分混合気における対流熱伝達に関する表示式⁽³⁾から, 3成分混合気の対流熱伝達に関する次式が類推される.

$$Nu_{cx} = \{1 + 1.25 Pr_v^{0.75} \dot{M}^{\dagger 1.15}\} C(Pr_v) \times (x_i^* / \Omega_i)^{1/4} (Pr_v Gr_x)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (109)$$

ここに, x_i^* は気相の対流熱伝達に及ぼす温度差と濃度差による浮力の相互干渉の影響を補正するためのパラメータであり, 3成分混合気の熱と物質の同時移動を伴う自由対流の対流熱伝達に関する近似式⁽⁷⁾より次式となる.

$$x_i^* = \Omega_i + \omega_1 [(Pr_v / Sc_1)^{1/2} - 1] + \omega_2 [(Pr_v / Sc_2)^{1/2} - 1] \quad \dots\dots\dots (110)$$

上式の導出に関しては, x_{ki} 同様, 文献(3)参照のこと. また, $C(Pr_v)$ は式(99)で定義される関数 $C(Sc_k)$ の Sc_k を Pr_v に置き換えた関数であり, 無次元凝縮質量流速 $\dot{M}^{\dagger}$ は次式で表される.

$$\dot{M}^{\dagger} = \dot{m}_x x / [\mu_v (x_i^* / \Omega_i)^{1/4} (Gr_x / 4)^{1/4}] \quad \dots\dots\dots (111)$$

式(108), (109)より ϕ_{vi}^* に関する次式を得る.

$$-\phi_{vi}^* = \sqrt{2} (1 + 1.25 Pr_v^{0.75} \dot{M}^{\dagger 1.15}) C(Pr_v) \times (x_i^* Pr_v)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (112)$$

図3は相似解による $(-\phi_{vi}^*)_{sim}$ と上式の右辺により計算される $(-\phi_{vi}^*)_{cal}$ との関係を示す. 図中の印は図2と同様である. 式(112)は約5%で相似解と一致する.

すなわち、3 成分混合気の気相の対流熱伝達は、2 成分混合気の表示式から類推された式(112)により十分な精度で予測できる。

4・3 液膜の熱伝達 伝熱面熱流束 q_{wx} および気液界面熱流束 q_{ix} に対応した局所熱伝達係数 α_{wx} および α_{ix} をそれぞれ次の諸式で定義する。

$$q_{wx} = \lambda_L (\partial T_L / \partial y)_w = \alpha_{wx} (T_i - T_w) \quad \text{.....(113)}$$

$$q_{ix} = \lambda_L (\partial T_L / \partial y)_i = \alpha_{ix} (T_i - T_w) \quad \text{.....(114)}$$

α_{wx} および α_{ix} に関する無次元数 Nu_{wx} および Nu_{ix} は次のようになる。

$$Nu_{wx} = \alpha_{wx} x / \lambda_L \quad \text{.....(115)}$$

$$= -\theta'_{Lw} Ga_{Lx}^{1/4} / \sqrt{2} \quad \text{.....(116)}$$

$$Nu_{ix} = \alpha_{ix} x / \lambda_L \quad \text{.....(117)}$$

$$= -\theta'_{Li} Ga_{Lx}^{1/4} / \sqrt{2} \quad \text{.....(118)}$$

液膜の熱伝達に関して、体積力対流凝縮の場合、気液界面でのせん断力は無視できるほど小さく、気相の運動の液膜に及ぼす影響は小さい。したがって、3 成分混合気の凝縮における液膜力の熱伝達特性は純蒸気あるいは 2 成分混合気の場合の液膜の熱伝達に関する表示式⁽³⁾と等しいと類推され、次式で表される。

$$-\theta'_{Lw} = -\theta'_{Li} = \dot{M}_L^{-1/3} \quad \text{.....(119)}$$

図 2 物質伝達に関する $(-\phi_{ki}')_{sim}$ と $(-\phi_{ki}')_{cal}$ との関係

図 3 対流熱伝達に関する $(-\theta'_{vi})_{sim}$ と $(-\theta'_{vi})_{cal}$ との関係

図 4 は図中の実線で示される式と相似解との関係を示したものである。図中の印は図 2 と同様である。式(119)は約 0.5 % で相似解の計算結果と一致する。

5. 無次元表示式による物質伝達および熱伝達の計算法

導出された無次元表示式(100), (112), (119)を気液界面での適合条件(57), (82)に代入して得られる次の諸式

$$\begin{aligned} \dot{M}_L^{-1/3} &= \frac{\dot{M}_L \mu_L L}{\lambda_L (T_i - T_w)} \\ &+ \frac{\lambda_v \left(\frac{\nu_L}{\nu_v} \right)^{1/2} T_{v\infty} - T_i}{\lambda_L (T_i - T_w)} \\ &\times \sqrt{2} (1 + 1.25 Pr_v^{0.75} \dot{M}_v^{*1.15}) \\ &\times C(Pr_v) (\chi_i^* Pr_v)^{1/4} \quad \text{.....(120)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\dot{M}_L R S c_k}{2(2 - Y_k)^{-0.5} (1 - Y_k)^{-0.3} C(Sc_k) (\chi_{ki} S c_k)^{1/4}} \\ &= Y_k \quad (k=1, 2) \quad \text{.....(121)} \end{aligned}$$

を相平衡の関係(25), (26)と連立させて解くことにより相似解による計算結果を予測することができる。以下にバルクの状態、すなわち、 $P, T_{sv\infty}, \Delta T_{v\infty}, W_{1v\infty}, W_{2v\infty}$ [飽和の場合には式(25)より計算]および伝熱面温

図 4 液膜の熱伝達に関する式(119)と相似解との関係

図 5 相似解と代数解による局所伝熱面熱流束の比較

度 T_w が既知である時の気液界面温度 T_i , 気液界面濃度 W_{1vi} , W_{2vi} , W_{1L} , W_{2L} , 無次元凝縮質量流束 $\dot{M}_L$, $\dot{M}_{1L}$, $\dot{M}_{2L}$ および凝縮質量流束, 物質伝達量, 熱伝達量を求めるための計算手順を示す。

(i) 既知条件 P , $T_{sv\infty}$, $\Delta T_{v\infty}$, $W_{1v\infty}$, $W_{2v\infty}$, T_w を指定。

(ii) T_i および W_{1vi} を仮定し, 相平衡の関係(25), (26)より W_{2vi} , W_{1L} , W_{2L} を計算。

(iii) 代表物性値を求め Pr_L , Pr_v , Sc_{hi} , Sc_k 等の無次元数, 行列 A , D , D^{-1} , P , P^{-1} の各行列要素を計算する。さらに, 式(120), (121)に現れる無次元パラメータ $C(Pr_v)$, χ_i^* , Y_k , $C(Sc_k)$, χ_{hi} をそれぞれの定義式より求める。

(iv) $k=1$ として式(121)から $\dot{M}_L$ を求める。

(v) 手順(iv)までに求めた諸値を式(120) および式(121)の $k=2$ の場合に代入し, 設定した誤差範囲内で式(120), (121)が成り立つまで T_i , W_{1vi} を修正し手順(ii)~(v)を繰返す。ただし, 式(120)中の $\dot{M}^*$ は式(61), (111)より次式で表される。

$$\dot{M}^* = R\dot{M}_L/\chi_i^{*1/4} \dots\dots\dots (122)$$

(vi) 手順(v)までに決定された諸値を用いて物質伝達および熱伝達に関する値を求める。すなわち, 局所凝縮質量流束 $\dot{m}_{kx}$, $\dot{m}_x$ は式(24), (61), (63)より, 成分 k の局所シャーウッド数 Sh_k および局所拡散質量流束 j_{kx} はそれぞれ式(97), (105)および式(102), (103)より, 局所ヌセルト数 Nu_{cx} , Nu_{wx} , Nu_{ix} および局所伝熱熱流束 q_{cx} , q_{wx} , q_{ix} はそれぞれ式(109), (116), (118), (119)および式(106), (107), (113), (114), (115), (117)より求められる。

図5に相似解により計算された P , $T_{sv\infty}$, $\Delta T_{v\infty}$, $W_{1v\infty}$, $W_{2v\infty}$, T_w を既知条件として式(25), (26), (120), (121)の連立代数方程式を解き, $x=0.05$ mにおける局所伝熱熱流束の相似解による値 $(q_{wx})_{sim}$ と代数解による値 $(q_{wx})_{cal}$ との比較を示す。図中の印は図2と同様である。代数解による結果は○印の場合1%程度, □, ●印の場合5%程度の誤差で一致する。 $x=0.05$ mでの Gr_x は○, □印の場合 $Gr_x=1.70 \times 10^5 \sim 2.69 \times 10^6$, ●印の場合 $Gr_x=1.27 \times 10^4 \sim 2.63 \times 10^5$ となり, ●印のような浮力の小さい場合には2相境界層理論に基づいた本解析の適用には注意が必要である。

6. 結 論

3 成分混合気の鉛直平板上での層流体積力対流膜状

凝縮に関してその濃度方程式を直交変換により二つの独立した方程式として取扱い, 相似解をメタノール・エタノール・水系について数値的に求め, 次の結果を得た。

3 成分混合気の体積力対流凝縮に関する直交変換後の拡散質量流束に対する物質伝達, 気相の対流熱伝達および凝縮液膜の熱伝達はそれぞれ式(97), (109)および式(119)で表される。これらの無次元整理において浮力は物質伝達の場合式(98), 対流熱伝達の場合式(110), で定義される浮力を用いなければならない。これは濃度差に基づく浮力と温度差に基づく浮力の相互干渉による影響を考慮したものである。また, 実際の各成分の拡散質量流束に関する物質伝達と直交変換後の物質伝達との関係は式(105)で表される。

直交変換後の物質伝達および熱伝達に関する表示式(100), (112), (119)と気液界面での適合条件(57), (81)から得られた式(120), (121)を相平衡の条件(25), (26)と連立させて解くことにより3成分混合気の体積力対流凝縮の物質伝達および熱伝達を1~5%の誤差で簡単に予測できる。この具体的な計算手順は5章に示した。また, 物質伝達および熱伝達に関する表示式(100), (112), (119)は2成分系に関する表示式と同形であり, 式(100), (112)における浮力のパラメータ χ_{hi} , χ_i^* は3成分混合気の自由対流より得られたものであることから, これらの表示式および代数方程式(120), (121)は他の3成分混合気に対しても適用できるものである。

文 献

- (1) Taitel, Y. and Tamir, A., *Int. J. Multi Phase Flow*, 1-5 (1974), 697.
- (2) Sage, F. E. and Estrin, J., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 19-3 (1976), 323.
- (3) 小山・ほか2名, 機論, 52-474, B (昭61), 827.
- (4) 藤井・ほか2名, 機論, 53-486, B (昭62), 541.
- (5) 小山・藤井, 機論, 51-465, B (昭60), 1497.
- (6) 藤井・ほか2名, 機論, 51-467, B (昭60), 2442.
- (7) 渡部・ほか2名, 機論, 54-499, B (昭63), 647.
- (8) Bird, R. B., ほか2名, *Transport Phenomena*, (1960), 570, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (9) Toor, H. L., *AIChE J.*, 10-4 (1964), 460.
- (10) Stewart, W. E. and Prober, R., *I & EC Fundamentals*, 3-3 (1964), 224.