壁面に衝突する液滴の変形過程 に関する数値解析 *

鶴谷 和司^{*1}, 八尾 正弘^{*2}

千田 二郎^{*3}, 藤本 元^{*4}

Numerical Analysis of the Deformation Process of a Droplet Impinging upon a Surface

Kazushi TURUTANI, Masahiro YAO, Jiro SENDA, and Hajime FUJIMOTO

This paper presents the numerical analysis of the deformation of a droplet impinging upon a cold flat surface. The calculation was based on the basic equation of the SMAC method in the cylindrical coordinate, under the consideration of the surface tension. When Re , Fr and We numbers are the same, the experimental results are in good agreement with the calculated ones at each non-dimensional time. The heat transfer model was constructed for the case of impingement upon a hot surface, and the basic equation were solved by the energy method, one-dimensional heat condition, and two-dimensional heat condition. The experimental results of the life time of a droplet agree well with the calculated ones, as shown by the latter two methods. It is quite possible to simulate the temperature profile in the droplet, although the convection in the droplet and the evaporation process are disregarded in the model.

Key Words: Numerical Analysis, Unsteady Flow, Thermal Conduction, Phase Change
Mass Transfer, Heat Transfer, Droplet, Impingement

1. 緒言

微小液滴が高温壁面に衝突後放射状に液膜流となつて拡がり、その後分裂する現象は、ディーゼル機関の燃焼室内では、ノズルから噴射された燃料が微小液滴に分裂後、燃焼室壁面に衝突するさいに見られる。またガソリン機関の吸気管内噴射や、圧延鋼板の噴霧冷却の場合にもこの現象が生じている。

液滴の壁面衝突後の変形挙動には、液滴の粘性、運動量、表面張力、壁面との摩擦、界面張力などが複雑に影響をおよぼす。また液滴と壁面間の熱伝達および液滴の蒸発の問題では、液膜の壁面上での接触面積、滞留時間などが重要であると考えられる。しかし、壁面衝突後の液滴の変形挙動は、非定常で自由表面を含む問題であるため、その理論解析は一般に困難である。

本研究では、自由表面の取り扱いが可能なSMAC (Simplified Marker and Cell)法を用いて、数値的に室温の平面壁に衝突した液滴の変形挙動を解析した。SMAC法は、非圧縮性粘性流体の挙動を、Navier-Stokesの方程式および連続の式を基礎方程式とし、それらを差分近似を用いて数値計算する手法である。既報⁽¹⁾では動粘性係数、液滴の衝突速度、セル幅の数値安定性にたいする影響を調べ、安定性の良い風上差分による計算を行ない、さらに表面張力も考慮した。本報では水滴を平面壁に衝突させた場合の変形挙動を直接拡大撮影法により観察した結果と、液滴の変形が軸対称と仮定し、円柱座標系により計算を行なった結果を比較した。さらに高温壁面に液滴が衝突するさいの熱移動のモデルを仮定し、蒸発寿命との比較を行なった。

* 昭和63年11月25日 関西支部第248回講演会において講演, 原稿受付 昭和62年6月11日。

^{*1} 学生員, 同志社大学大学院 (〒602 京都市上京区今出川通烏丸東入ル)。

^{*2} 正員, 松下電器産業(株)ビデオシステム事業部 (〒571 門真市松葉町2-15)。

^{*3} 正員, ヤンマーディーゼル(株)技術研究所 (〒618 京都市乙訓郡大山崎町円明寺小字鎌田16)。

^{*4} 正員, 同志社大学工学部。

2. 計算方法

2・1 円柱座標系 液滴が壁面に衝突した後、液膜は放射状に拡がるため、対称軸を含む平面における液滴の断面積は時間の経過に伴って減少する。したがって2次元でこの現象を記述することは困難である。そこでSMAC法の基礎方程式、すなわちNavier-Stokesの方程式と連続の式を軸対称の円柱座標系で表すと、次式になる。

$$\rho \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} + \frac{1}{r} \frac{\Delta r u}{\Delta r} + \frac{\Delta u v}{\Delta z} \right) = - \frac{\Delta P}{\Delta r} + \mu \frac{\Delta}{\Delta z} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} - \frac{\Delta v}{\Delta r} \right) + \rho g_r \quad \text{.....(1)}$$

$$\rho \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{1}{r} \frac{\Delta r u v}{\Delta r} + \frac{\Delta v^2}{\Delta z} \right) = - \frac{\Delta P}{\Delta z} + \mu \frac{\Delta}{\Delta r} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} - \frac{\Delta v}{\Delta r} \right) + \rho g_z \quad \text{.....(2)}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\Delta r u}{\Delta r} + \frac{\Delta v}{\Delta z} = 0 \quad \text{.....(3)}$$

ここで半径方向座標を r 、中心座標方向を z とした。 u 、 v はそれぞれ r 、 z 方向の速度成分。 ρ は密度、 P は圧力、 μ は流体の粘性係数、 g_r 、 g_z はそれぞれ r 、 z 方向に作用する外力、 t は時間である。これらの式を時間に関して前進差分、空間に関して対流項は風上差分、粘性項は中心差分で近似すると、差分方程式を得る。これらの三式をもとにして壁面に衝突する液滴の変形挙動を求めた。

2・2 高温壁面に衝突する液滴内温度分布 液滴が高温壁面に衝突する状態を考慮し、壁面から液滴への熱移動過程をエネルギー方程式より求める方法（エネルギー法）、壁面から液滴へは熱伝達、液滴内の熱移動は壁面に垂直な一方向の熱伝導と仮定した方法（一方向熱伝導法）、また壁面から液滴へは熱伝達、液滴内では液滴の中心軸を含む断面内で二次元の熱伝導と仮定した方法（二次元熱伝導法）の三つの方法により液滴内温度分布を求め、三者の比較検討を行ない、さらに蒸発寿命より熱移動モデルを評価した。

エネルギー法では、流体力学の一般的エネルギー式から導かれた熱移動の基礎方程式を、時間と空間に関して差分することによって得られたつぎの差分方程式⁽²⁾を用いて、高温壁面に衝突する液滴内温度分布を求める。

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \{ (ruT)_{i-1/2,j} - (ruT)_{i+1/2,j} \}$$

$$+ \frac{1}{\Delta z} \{ (vT)_{i,j-1/2} - (vT)_{i,j+1/2} \} + \frac{v}{Pr} \left[\frac{1}{\Delta r^2} \frac{1}{r_i} \{ r_{i+1/2} (T_{i+1,j} - T_{i,j}) - r_{i-1/2} (T_{i,j} - T_{i-1,j}) \} + \frac{1}{z^2} (T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j}) \right] \quad \text{.....(4)}$$

式(4)において、 $T_{i,j}$ は (i,j) 点におけるセル温度、 r_i は半径方向距離、 Pr はプラントル数で ν/a で与えられ、 ν は動粘性係数、 a は温度伝導率である。

一方向熱伝導法の場合には、壁面の温度を T_w 、伝わる熱量を $Q_{i,j}$ 、熱伝達率を α 、熱伝導率を λ 、比熱を c 、比重を γ とすると、壁面と接触するセルの温度上昇は壁面から熱伝達によって伝わる熱量より求められる。よって新しい時刻での各セルの温度は次式で与えられる。

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \frac{\alpha}{c\gamma} \frac{\Delta t}{\Delta z} (T_w - T_{i,j}) \quad \text{.....(5)}$$

また、壁面と接触していないセルについては、熱移動は一方向のみと考えてその下のセルからの熱伝導による熱量のみにより温度上昇を求めるが、新しい時刻でのセルの温度は次式で与える。

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \frac{\lambda}{c\gamma} \frac{\Delta t}{\Delta z} (T_{i,j-1} - T_{i,j}) \quad \text{.....(6)}$$

二次元熱伝導法では、壁面に接触しているセルにおいては、式(5)を用いて新しい時刻でのセルの温度を求めるが、その他のセルでは式(6)の代わりに次式を用いて、新しい時刻でのセルの温度を与える⁽³⁾。

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \frac{\lambda}{c\gamma} \frac{\Delta t}{\Delta r \Delta z} \left\{ \frac{\Delta z}{\Delta r} (T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}) + \frac{\Delta r}{\Delta z} (T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j}) \right\} \quad \text{.....(7)}$$

以上の三つの計算方法により高温壁面に衝突する液滴内温度分布の時間的変化を求めた。ただし、温度分布を求めるさいに、液滴の挙動変形にたいする温度の影響と表面張力は考慮せずに計算を行なった。

2・3 熱伝達率 高温壁面に衝突する液滴内温度分布を求める場合には、壁面と液滴間の熱伝達率は液滴や壁面条件および温度差の影響を大きく受ける。本来液滴の壁面接触期間中の熱伝達率の時間的変化を求める必要があるが、これは一般には困難である。そこで本研究では壁面接触期間中の平均熱伝達率 α_m を、筆者ら⁽⁴⁾ による各壁面温度 T_w と液滴の蒸発寿命

(life time) t_l の関係から次式によって決めた。

$$\alpha_m A (T_w - T_l) t_l = c \gamma V (100 - T_l) + L_t \gamma V \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 α_m は平均熱伝達率、 A は液滴の壁面接触面積、 T_l は液滴の初期温度、 V は液滴の体積、 L_t は水の 100°C における蒸発潜熱である。

式(8)による得られた平均熱伝達率 α_m を式(5)に代入すると、壁面に接触するセルの温度が求められる。

3. 実験装置および方法

本研究で用いた実験装置の概略を図1に示す。水滴は注射器に取りつけた静脈用注射針(呼び1/5)①より自重により落下させ、水平に設置した壁面(銅材、表面は平面でバフ仕上げ処理)②に衝突させる。液滴の壁面衝突時の変形挙動の写真撮影は、以下の方法で行なった。落下する液滴は発光ダイオード③とフォトトランジスタ④で検知される。この検知信号は遅延回路⑤を作動し、任意の設定時間後にストロボキーン⑥に信号が送られ、あらかじめ設定した発光間隔でナノライト⑦を発光させ、高速ドラムカメラ⑧で液滴が撮影される。ドラムカメラの回転数はカウンタ⑨で計測し、

表1 実験条件

Droplet diameter	d_0 m	2.08×10^{-3}
Droplet velocity	V_0 m/s	9.76×10^{-1}
Sample liquid		Water
Droplet temperature	$^\circ\text{C}$	11
Droplet density	ρ kg/m ³	1.00×10^3
Kinematic viscosity	ν m ² /s	1.27×10^{-6}
Surface tension coefficient	T N/m	6.80×10^{-2}
Gravity	g m/s ²	9.80
Reynolds number	Re	1.60×10^3
Froude number	Fr	6.84
Weber number	We	2.67×10

図1 実験装置

ナノライトの発光間隔と同期するように調節した。撮影速度は 6000コマ/s (発光間隔 1.67×10^{-4} s) で、撮影倍率は膜面上で 2.39 倍とした。表1に実験条件を挙げる。

4. 結果

4・1 壁面衝突液滴の変形過程 図2に壁面に衝突した液滴の時間的変化の撮影結果を示す。液滴は衝突後、頂部は球状を保持しながら衝突点側方より液膜流となって半径方向に拡がり、ついには円盤状の平坦な液膜となる。

つぎに、レイノルズ数、フルード数、ウェーバ数、液滴径と衝突速度による無次元化で得られた無次元時間 t を実験条件と同じとし、上述の円柱座標系の SMA C 法による数値計算で、表面張力を考慮した場合の結果を図3に、表面張力を考慮しない場合については、図4に示す。また、表面張力を考慮した場合の液膜内速度分布を図5に示す。

図3と図4を比較すると、表面張力の考慮により液膜の先端が丸くなっており、図2の実験結果と後期ではとくに良い一致を示している。また、図5によると、衝突後初期には液膜先端部の速度が大きい、その後表面張力や粘性の効果で速度が減衰する。

図6に図2、図3および図4から得た液滴径 d_a による無次元表示の液膜拡がり径 D_f と、液滴高さ H の時間的経過を無次元時間 t にたいして示す、図中の各プロットは実験結果を示し、実線は表面張力を考慮した場合、破線は考慮しない場合の計算値である。液膜拡がり径 D_f は衝突初期には時間の経過とともに増加するが、その後増加率は減少する。これは、衝突初期には液滴の持つ運動量が大きいために液膜が拡がるが、粘性、表面張力、液膜と壁面間の摩擦抵抗などでその後運動量が減少し、液膜の拡がり速度が減衰するためである。数値計算結果は実験結果の傾向を良く表現している。なお、表面張力を考慮しない場合には、液膜の拡がり速度が減少する傾向が時間の経過後もあまり現れないが、表面張力の考慮によって、液膜の拡がり速度が減少する効果がみられる。

液滴高さ H も衝突初期には急激に小さくなり、徐々にその減少率も小になり、計算値も実験値と比較的良好一致している。

4・2 液滴内温度分布のモデル計算 液滴径 $d_a = 2.0$ cm, 動粘性係数 $\nu = 1.004 \times 10^{-2}$ cm²/s, 初速度 $V_0 = 0.2$ cm/s, 壁面温度 $T_w = 140^\circ\text{C}$, 液滴初温度 $T_l = 20^\circ\text{C}$ の条件のモデル計算により、前述の3種類の計算方法による液滴内温度分

$\bar{t}=0.4$ $\bar{t}=0.6$ $\bar{t}=0.8$ $\bar{t}=1.2$ $\bar{t}=0.4$ $\bar{t}=0.6$ $\bar{t}=0.8$ $\bar{t}=1.2$ $\bar{t}=0.4$ $\bar{t}=0.6$ $\bar{t}=0.8$ $\bar{t}=1.2$ $\bar{t}=0.4$ $\bar{t}=0.6$ $\bar{t}=0.8$ $\bar{t}=1.2$

図2 壁面衝突後の変形挙動

図3 表面張力を考慮した場合の計算結果

図4 表面張力を考慮しない場合の計算結果

図5 液膜内速度分布

○: Experiment
 —: Surface tension
 ---: Non surface tension

図6 液膜拡がり径 D_f , および液滴高さ H の時間的变化

布の比較を以下に行う。

本研究の計算に用いた液滴径と熱伝達率を求める際に参照した液滴径 ($d_0 = 0.2 \text{ cm}$) は、当条件とは異なっている。しかし図7の計算結果のように、液滴径を変化させた変形挙動の時間的变化は相似とみなして良い。これを踏まえて、筆者らの⁽⁴⁾ 液滴径 d_0 のときの蒸発寿命を t_1 とし、径が $K d_0$ の液滴について考える。接触面積は K^2 倍になり、体積は K^3 倍、熱流束は接触面積に比例するため K^2 倍になり、蒸発寿命は同じ体積ならば t_1 / K^2 になる。しかし体積が K^3 倍なので、径が $K d_0$ の液滴の、蒸発寿命 t_1' は $t_1' = K^3 \cdot t_1 / K^2 = K t_1$ となり K 倍になる。

これを式(8)に代入すると、 α_m は液滴径に無関係になる。

エネルギー法によって求めた液滴内温度分布を図8に示す。プラントル数 Pr は 7.11 である。Z 軸は液滴の垂直方向、r 軸は液滴の半径方向を示し、この両軸の一単位はセルを表す。T 軸は各セルの温度を表し、 t は衝突時からの経過時間である。一方向熱伝導法で求めた結果を図9に、二次元熱伝導法の場合の結果を図10に示す。 α_m は初期直径から計算された接触面

(a) $d_0 = 2.0 \text{ (cm)}$ (b) $d_0 = 1.0 \text{ (cm)}$

図7 液滴径の違いによる液滴の変形挙動

積Aから求めた $1.24 \times 10^4 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ を用い、熱伝導率 λ は、 $0.518 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$ とした。

図8～図10によると、エネルギー法を用いた場合、壁面に接触しているセルでは衝突初期の温度が他の方法に比べて高く中心部より周辺部の方が温度が高い。これは、周辺部の速度変化は中心部に比べて大きく、式(4)によれば、エネルギー法では速度変化が大きいほど温度上昇は大きくなるためと考えられる。しかし時間が経過するとともに、温度上昇の割合は低下し、最終的に約 80°C の一定値に落ちつく。

一方向熱伝導法および二次元熱伝導法を用いた場合、図9、図10のように液滴内温度分布の時間的变化はほぼ同様である。壁面接触面における衝突初期の温度上昇は、エネルギー法を用いた場合に比べて小さい。また中心部の温度は周辺部に比べて高く、温度上昇の時間的变化は液滴と壁面との温度差に比例して低下する。

以上の結果より、最終的に液滴内温度分布が一定と

なるエネルギー法に比べ、一方向熱伝導法または二次元熱伝導法を用いるほうが、現象をより正確に表現できるものと思われる。

4・3 実験データとの比較 高温壁面に衝突する液滴温度分布を求める熱移動モデルの妥当性を検証するために、筆者ら⁽⁴⁾の高温壁面に衝突する液滴の蒸発寿命に関する実験と同じ液滴径 $d_0=0.2\text{cm}$ を用い、また他の条件はモデル実験の場合と同様とし、一方向熱伝導法で計算した結果を図11に示す。また、筆者ら⁽⁴⁾の液滴径 $d_0=0.2\text{cm}$ の液滴の蒸発寿命と各壁面温度の関係を図12に示す。同図によれば、壁面温度 $T_w=140^\circ\text{C}$ における液滴の蒸発寿命は約2秒である。ただし、計算モデルでは蒸発現象を考慮できなかったために、液滴の蒸発寿命を求めることはできない。そこで液滴内温度がすべて 100°C に達する時間をもとに、実験値、計算値の両者比較検討を行なった。

式(8)の右辺から、液滴が 100°C になるために必要

図8 エネルギー法による液滴内温度分布

図9 一方向熱伝導法による液滴内温度分布

図10 二次元熱伝導法による液滴内温度分布

図 1.1 実験条件の場合の液滴内温度分布

図 1.2 壁面温度と蒸発寿命との関係

とする熱量は、蒸発寿命内に供給される熱量の約1/8と非常に少なく、液滴が100℃に達するまでの時間も非常に短い。これに対し数値計算では100℃に達するまでの時間は0.6秒となるが、蒸発潜熱分を考慮した蒸発寿命は約4.8秒となり、実験値の約2倍程度である。実際の高温壁面に衝突する現象では、液滴内の対流や壁面接触部が蒸発離散し、液滴下層部が順次壁面に接触するため、液滴と壁面との温度差が、数値計算に比べ大きくなり、移動熱量が多くなるものと考えられる。SMAC法では、液滴内の対流、蒸発現象を考慮することは難しいが、これら現象を考慮できれば、実際の現象を表現できると考えられる。

5. 結言

水滴を室温壁面に衝突させて、その挙動変形を直接撮影し、円柱座標系を用い、表面張力を適用した場合としない場合の数値計算を比較し、次の結論が得られ

た。

(1) 室温壁面に衝突する液滴は、衝突後頂部は球状を保持しながら衝突点側方より液膜流となって半径方向に拡がり、ついには円盤状の平坦な液膜となる。

(2) 実験条件と同じ Re, Fr, We 数を有し、表面張力を考慮した数値計算の結果は、同一無次元時間の場合に拡がり径と液滴高さの無次元量は実験値のそれとほぼ同じになる。

また、本研究の計算モデルで求めた高温壁面に衝突する液滴内温度分布の結果より、つぎのことがわかる。

(3) 温度分布を求めるさいに、一般的なエネルギー法を用いるよりも、一方向熱伝導法、二次元熱伝導法によるほうが、実際の現象をより正確に表現できる。

(4) 本研究での計算方法では、液滴内の対流、蒸発現象を考慮できないこと、熱伝達率の真値が与えられないことなどにより計算値と実験値の良い一致を得ることは難しい。しかし、液滴内温度分布について予測を得ることができると考えられる。

終わりに臨み、本研究の一部は本学理工学研究所によったこと、実験に協力を頂いた松村了介、坂野浩朗、前川和則、中井英雄の諸君（いずれも当時本学学生）に謝意を表す。

文献

- (1). 八尾. ほか3名, 機謙論, No.848-3, (昭59-11), 66
- (2). Welch, F. H., et al., Los Alamos. Scientific. Lab. Rep., LA-3425 (1966), 36.
- (3). 藤本. ほか2名, 伝熱工学, 共立出版, (昭32), 16
- (4). 千田. ほか3名, 機謙論 (B), 53-485, (昭62-1), 176