非ニュートン流体の曲り管内流れ*
(第4報, 層流助走区間)高見敏弘^{*1}, 須藤浩三^{*1}, 富田幸雄^{*2}Flow of Non-Newtonian Fluids in Curved Pipes
(4th Report, Laminar Flow in Entrance Region)

Toshihiro TAKAMI, Kouzou SUDOU and Yukio TOMITA

A developing laminar flow of power-law fluids in the entrance region of curved pipes has been investigated by analyzing the three-dimensional elliptic equation numerically and measuring velocity profile with an optical fiber LDV. The flow mechanism from the curved pipe inlet to the fully-developed region has been made clear under the condition of the power index $n > 0.6$, two curvature ratios $Rc=10$ and 30 , and Dean number $De=100\sim500$. As the power index decreases, the primary flow becomes more highly distorted and the axial velocity profile with double peaks appears on the symmetry plane in the initial development. Also, the secondary flow grows drastically at the inlet adjacency and declines rapidly to form another vortex pair in a part of developing region.

Key Words: Fluid Mechanics, Non-Newtonian Fluid, Curved Pipe, Entrance Region, Numerical Analysis, Secondary Flow, Power-Law Fluid

1. 緒 言

曲り管路の入口領域, いわゆる助走区間における流れ現象は, 機械工学や化学工学だけでなく, 近年, 発展の著しい生体工学の分野においても解明されなければならない課題の一つである。このような理由に学術的興味も加わり, 曲り管路の助走区間における流動状態は実験あるいは数値解析の両面からかなり明らかにされてはきたが, 必ずしも十分な知見, 資料が得られているとはいえない。曲り管の助走区間流れに関する研究は, 曲り管に流入する速度分布の形状により, (i) 直管内の十分発達した流れが曲り管に流入する場合^{(1)~(4)}, (ii) 一様な速度分布の流れが流入する場合^{(5)~(9)}の二つに大別される。

十分発達した直円管内層流が流入する場合の流れについては, 最初 Austin ら⁽¹⁾が水平・垂直面内の管軸方向速度 (以後, 軸速度と記す) 分布を測定し, 軸速度の大きい流体は流入後徐々に外壁側へ偏ること, 管路の曲率半径比が小さくディーン数の大きい場合には入口

付近において管中央部に極小値を有する速度分布となることを明らかにした。その後, Patankar ら⁽²⁾は三次元放物形運動方程式を用いて数値計算を行い, 入口付近の一部を除いて Austin ら⁽¹⁾の測定結果とかなりよく一致する結果が得られることを示した。また, 秋山⁽⁴⁾は助走区間における二次流れを可視化により測定し, 数値解析による結果と比較している。一方, 一様な流れが流入する場合については, Agrawal ら⁽⁵⁾の LDV による測定結果がよく知られている。この場合, 速度分布は流入後ただちにポテンシャル渦によく似た速度分布となるが, その後二次元れの成長に伴い, 最大軸速度の位置が内壁側から外壁側へ移動すると同時に, ポテンシャル渦のコア領域が徐々に消滅し, 発達した流れへと移行する。このような流れの特徴は, 最近報告された Soh-Berger⁽⁶⁾, Humphrey ら⁽⁷⁾の数値解析でも確かめられている。

上述の曲り円管の助走区間流れに関する研究成果は, すべてニュートン流体を対象として得られたものであり, 化学プラントなどで扱われる高分子溶液のような非ニュートン流体の助走区間流れに関する研究は行われていない。そこで, 本研究では曲り円管の入口領域における水および二種の高分子水溶液 (べき乗則流体) の層流について, 曲率半径比およびディーン数

* 昭和 63 年 11 月 23 日 中国四国支部・九州支部岡山地方講演会において講演, 原稿受付 昭和 63 年 3 月 28 日。

^{*1} 正員, 広島大学工学部 (〒724 東広島市西条町大字下見)。

^{*2} 正員, 東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

(あるいはレイノルズ数)を変えて光ファイバ式LDVにより軸速度分布を測定するとともに、数値解析を行い、流れの特徴を明らかにした。解析では、上流に直管を接続した曲り円管における測定結果と比較するため、実験結果を参考にして入口の速度分布に十分発達した直円管内層流の速度分布を用いた。すなわち、本研究で取扱った流れは、上流部に直管を有する曲率半径比 $R_c=10$ と 30 の曲り円管入口領域(曲り開始点から下流 270° までの区間)をディーン数 $De=100\sim 500$ (レイノルズ数 $Re < 2\,200$) の範囲で流れるニュートン流体およびべき乗則流体(べき指数 $n > 0.6$)の層流である。

2. 主 な 記 号

- a : 管半径
 De : ディーン数 $= Re/\sqrt{R_c}$
 e_{ij} : 無次元変形速度 $= E_{ij}/(\rho a^2/K)^{1/(n-2)}$
 n, K : べき乗則流体の指数, 物質定数
 p : 無次元圧力 $= P/(\rho^n a^{2n}/K^2)^{1/(n-2)}$
 (r, θ, φ) : トーラス座標 $= (R/a, \theta, \varphi)$ (図1参照)
 R_c : 曲率半径比 $= r_c/a$
 Re : レイノルズ数 $= \rho W_a^2 a^n / K$
 T_{ij} : べき乗則流体の内部応力 $= K \Phi E_{ij}$
 (u, v, w) : (r, θ, φ) 方向の無次元速度
 $= (U, V, W)/(\rho a^n/K)^{1/(n-2)}$
 W_a : 断面平均速度
 τ_{ij} : 無次元内部応力 $= T_{ij}/(\rho^n a^{2n}/K^2)^{1/(n-2)}$
 $\phi = \Phi/(\rho a^2/K)^{(n-1)/(n-2)}$ [式(5)参照]
 ρ : 密度

3. 数 値 解 析

運動方程式を図1に示す座標系を用いて表示すれば、

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right) + \frac{w}{h} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - w \sin \theta \right) \\ = \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} \\ + \frac{1}{h} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) + \frac{\sin \theta}{h} (\tau_{rr} - \tau_{\varphi\varphi}) \\ + \frac{\cos \theta}{h} \tau_{r\theta} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right) + \frac{w}{h} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w \cos \theta \right) \\ = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} \\ + \left(\frac{2}{r} + \frac{\sin \theta}{h} \right) \tau_{r\theta} - \frac{\cos \theta}{h} \tau_{\varphi\varphi} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{w}{h} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + u \sin \theta + v \cos \theta \right) \\ = \left(-\frac{1}{h} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \tau_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} \\ + \left(\frac{1}{r} + \frac{2 \sin \theta}{h} \right) \tau_{r\varphi} + \frac{2 \cos \theta}{h} \tau_{\theta\varphi} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $h=R_c+r \sin \theta$ 。べき乗則流体の場合、式(1)～(3)の各応力 τ_{ij} は

$$\left. \begin{aligned} e_{rr} &= 2 \frac{\partial u}{\partial r}, \quad e_{\theta\theta} = 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} \right) \\ e_{\varphi\varphi} &= 2 \left(\frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{u}{h} \sin \theta + \frac{v}{h} \cos \theta \right) \\ e_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \\ e_{\theta\varphi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{w}{h} \cos \theta \\ e_{\varphi r} &= \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{h} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{w}{h} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

および

$$\phi = \left\{ \frac{1}{2} (e_{rr}^2 + e_{\theta\theta}^2 + e_{\varphi\varphi}^2) + (e_{r\theta}^2 + e_{\theta\varphi}^2 + e_{\varphi r}^2) \right\}^{(n-1)/2} \dots \dots \dots (5)$$

を用いて、 $\tau_{ij} = \phi e_{ij}$ で与えられる⁽¹⁰⁾。

数値計算は、流れの対称性を考慮して管半断面において、境界条件

$$\left. \begin{aligned} r=1 \text{ で } u=v=w=0, \quad \frac{\partial p}{\partial r}=0 \\ \theta=\pm 90^\circ \text{ で } \frac{\partial u}{\partial \theta}=v=\frac{\partial w}{\partial \theta}=\frac{\partial p}{\partial \theta}=0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

のもとで行った。また、計算区間は曲り管入口 $\varphi=0^\circ$ から $\varphi=270^\circ$ までとし、 $\varphi=0^\circ$ では十分発達した直円管内層流の速度分布

$$w = \frac{3n+1}{n+1} \left(\frac{Re}{2^n} \right)^{1/(2-n)} (1-r^{(n+1)/n}) \dots \dots \dots (7)$$

を与え、 $\varphi=270^\circ$ では実験結果を参考にして十分発達した曲り管内流れの条件

図1 トーラス座標系

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = \frac{\partial v}{\partial \varphi} = \frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

を課した。格子点は $r \times \theta \times \varphi$ 方向に $21 \times 19 \times 141$ 点を設け、解法には圧力補正法⁽¹¹⁾を用いた。

4. 実験装置および方法

数値解析により得られた結果の可否を検討するた

め、軸速度分布を測定した。実験装置の概略は第2報⁽¹²⁾と同じであるので、ここでは供試管路、計測装置および実験方法について説明する。

供試管路は管半径 $a=4.0$ mm, 曲率半径 $r_c=40.0$

表 1 供試流体の n, K

Sol.	Conc.(wt%)	n	$K(\text{mPa}\cdot\text{s}^n)$
CMC	0.5	0.82	41.3
PAA	0.1	0.64	80.5

図 2 流動状態の発達過程 ($n=0.64, Re=10, De=300$)

mm, 120.0 mm (曲率半径比 $R_c=10, 30$) の半円溝を切削した2枚の亚克力板を接着して製作した曲り角度 300° の曲り円管で, 曲り円管の出入口には内径 8.0 mm, 長さ 1000 mm の直円管が接続されている。実験はこの管路に PAA 水溶液, CMC 水溶液および水をディーン数 $De=100\sim500$ の範囲で流し, 光ファイバ式 LDV と周波数トラッカを用いて管軸方向の速度 W を測定した。なお, これらの計測器により, 本実験に先立ち行った直円管内層流の速度分布の測定結果は理論値に約 2% 程度の精度で一致することを確認した。測定位置は曲り管入口から測った角度 $\varphi=1^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ の計 10 箇所である。PAA 水溶液, CMC 水溶液はべき乗則流体として取扱ったが, そのべき指数 n と物質定数 K は第2報⁽¹²⁾に示した方法により求めた。これら供試流体の n, K の値を表1に示す。PAA 水溶液は一般に粘弾性を有することが知られているが, 実験にあたってはこの溶液をポンプにより数回管内を循環させ, 弾性の影響が現れないように留意した⁽¹²⁾。

5. 結果および考察

まず, 曲率半径比 $R_c=10$ の曲り管内を流れるべき指数 $n=0.64$, ディーン数 $De=300$ の流れを例にとり, 曲り管入口から発達した流れとなるまでの主流および二次流れの流動状態を図2に示す。図の上段は測定した軸速度をもとに描いた等速度線図, 中段および下段は数値計算により求めた等速度線図と二次流れのベク

トル図である。各図の左側は曲りの内側(管路の内壁), 右側は外側(外壁)である。図中の数値は W/W_a の値を表し, ベクトルの大きさは管半径の半分が断面平均速度 W_a の大きさに相当する。これらの図に基づき, 以下に助走区間における流れについて概説する。発達した直管内流れが曲り管に流入すると, 管中心部の高速流体には周囲の低速流体よりも大きい遠心力が作用するため, 管中心部に内壁から外壁へ向かう二次流れが誘起される。流入直後に発生したこの二次流れは, $\varphi=10^\circ$ [図2(a)] から 20° [図2(b)] にかけて急速に成長し, 断面内に一対の強い渦を形成する。そして, 外壁へ向かう二次流れの発達に伴い, 管中央の高速領域は徐々に曲り管の外壁側へ移動する。 $\varphi=30^\circ$ [図2(c)] になると, 管壁に沿って外壁から内壁に向かう強い二次流れにより, 外壁側へ移動してきた高速流体の一部が管壁に沿って内壁へ回り込み始め, $\varphi=40^\circ$ [図2(d)] では管中心付近に軸速度の小さい領域が現れるようになる。その結果, 管中央部では遠心力が低下し, 外壁向きの二次流れが減衰し始める。 $\varphi=60^\circ$ [図2(e)] になると, 管中央部の二次流れはかなり弱まり, 管中心から内壁部にかけて二次流れの淀み領域が現れる。また, 下半断面の垂直面内 ($\theta=180^\circ$) では下方向へ, 上半断面 ($\theta=0^\circ$) では上方向へ向かい, ついで外壁へ向かう湾曲した二次流れとなる。その後, 管壁付近の内側へ向かう二次流れも減少し, $\varphi=90^\circ$ [図2(f)] では内壁側へ入り込んでいた高速領域が小さくなる。そして, 管中央部には管中心付近から内壁へ

図2 続 流動状態の発達過程 ($n=0.64, R_c=10, De=300$)

図3 軸速度分布の発達状況 ($n=0.64$, $De=300$) 図4 軸速度分布の発達状況 ($n=0.64$, $De=100$) 図5 軸速度分布の発達状況 ($n=1$, $De=300$)

向かう弱い二次流れが生じ、内壁側の水平対称面近くに逆回転渦が出現する。しかし、この付加渦は発達初期段階から存在する二次流れ渦に比べると弱く、下流の $\varphi=135^\circ$ [図2(g)] では消滅している。 $\varphi=135^\circ$ より下流では主流および二次流れの変化は小さく、発達した曲り管内流れ [図2(h)] に漸近していく。

図3～図5は軸速度分布が変化していく様子を示したものである。各図の上段は水平対称面 ($\theta=\pm 90^\circ$) 内の速度分布 (図の上は内壁側, 下は外壁側を表す), 下段は垂直面 ($\theta=0^\circ, 180^\circ$) 内の速度分布で, 図中のプロット点は測定データ, 実線は計算結果である。軸速度分布は曲り管入口から $\varphi=90^\circ$ 付近までの区間において大きく変化する。すなわち, 曲り管へ流入すると最高速度の位置が急速に外壁側 ($\theta=90^\circ$) に偏り, 管中央部の速度が減少して, 水平面内では二つのピークをもつ特異な分布形となる。一方, 垂直面内でも管壁付近に極大値をもち管中央部が大きくくぼんだ分布形となる。下流に進むと, このくぼみ領域の速度が徐々に回復し水平面内では外壁近くに頂点を持つ三角形状, 垂直面内では中央部で平らな環状形の速度分布を示すようになる。上述した軸速度分布の発達状況は曲率半

径比の大小によらずよく似た経過をたどるが, 類似した特徴を示す速度分布が出現する角度 φ は, 曲率半径比が小さい $R_c=10$ のほうがやや大きい値となっている。例えば, 図3 ($De=300, n=0.64$) の場合は, $R_c=30$ の流れでは $\varphi=10^\circ$ に見られる外壁側へ偏った速度分布が $R_c=10$ では $\varphi=20^\circ$ に見られ, $\varphi=20^\circ \sim 30^\circ$ ($R_c=30$) の二つの速度ピークを持つ分布形は $\varphi=30^\circ \sim 40^\circ$ ($R_c=10$) 付近に, $\varphi=60^\circ$ ($R_c=30$) の分布形は $\varphi=90^\circ$ ($R_c=10$) に現れている。したがって, 曲率半径比が小さくなると発達した流れに至るまでの角度が大きくなる。このような曲率半径による差異は, 図4に示す低ディーン数 ($De=100$) の流れでも同じ傾向になって現れている。また, 低ディーン数では, $De=300$ において水平面内に生じた二つの速度ピークをもつ特異な速度分布は見られず, 高ディーン数の流れに比べて速度分布の変形が小さいため, 発達した流れになるまでの距離 (角度) が短くなっている。解析結果によれば, べき指数 $n=0.64$ のべき乗則流体では, ディーン数が250以上になると $R_c=10, 30$ のいずれの場合においても上述の特異な速度分布が水平対称面内に現れる。しかし, 図5に示すニュートン流体 ($n=1$) では, 曲率半径比が大きい $R_c=30$ の場合, ディーン数 $De=300$ でも水平面内の速度分布は二つのピークを示すことなく発達していく。図6は, 特異な速度分布が出現する位置 $\varphi=30^\circ$ ($R_c=30$) および $\varphi=40^\circ$ ($R_c=10$) において軸速度分布に及ぼすべき指数 n の影響を表したものである。水平面 ($\theta=\pm 90^\circ$) 内の速度分布についてみると, べき指数が小さくなると外壁側の最大速度が低下し, この最大値付近の分布形が平坦な形状となる。また管中心部のやや内壁側に生じる速度分布のくぼみ現象が顕著になる。一方, 垂直面 ($\theta=0^\circ, 180^\circ$) 内の速度分布は, べき指数が小さくなるに

図6 軸速度分布に及ぼすべき指数の影響 ($De=300$)

図7 二次流れ強さの発達状況 ($De=300$)

図 8 流動状態の発達過程 ($n=0.64$, $R_c=30$, $De=300$) 図 9 軸速度分布の変形状況 ($De=300$)

図 10 速度助走区間の長さ

つれて極大速度の値は小さくなるが、その位置は管壁へ移動しており、境界層が薄くなることを示している。このようなべき指数の影響はさらに大きいディーン数 $De=400$ ($R_c=30$), 500 ($R_c=10$) の流れでも同様の結果を示し、軸速度分布の発達状況も $De=300$ (図 3, 5) と類似した経過をたどる。

次に、発達過程における二次流れの特徴について検討する。本研究では二次流れの強さを定量的に評価するため

$$I_s = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^1 (r \sqrt{u^2 + v^2}) dr d\theta \dots \dots \dots (9)$$

なる量を求めた。流れ方向への変化の様子を図 7 に示す。図 2 ($R_c=10$) のベクトル図に示したように、二次流れは曲り管流入後強くなるが、ある位置 (角度) から減衰し始める。式 (9) により得られた二次流れの強さ I_s は、このような二次流れの発達状況をよく表している。二次流れの強さ I_s は曲り管入口からほぼ直線的に増加し、 $R_c=10$ の曲り管では $\varphi=25^\circ$ 付近で最大となった後、最大強さの半分程度まで急速に減少し、下流の発達した状態へ漸近的に移行する。入口付近で現れる二次流れの強さの急変は曲率半径が大きい曲り管でも見られ、 $R_c=30$ の場合 $\varphi=15^\circ$ 付近で最大強さとなる。 $R_c=30$ の曲り管における入口付近の流動状態を図 8 に示す。曲率半径比の大小によらず、主流の高速領域が外壁側へ偏在すると、管中央部の遠心力が低下するため、二次流れが減衰し始める。同じディーン数の流れでは、べき指数の小さいほど流量は少なくなるため流れに作用する遠心力は低下し、その結果二次流れは弱くなる。また、図 2 (f) ($\varphi=90^\circ$, $n=0.64$, $R_c=10$, $De=300$) に逆回転の付加渦が円壁側の水平対称面近くに発生することを示したが、べき指数の大きい流体では付加渦が発生するディーン数が大きくなる。解析結果によれば、 $n=0.82$ では $De=400$, $n=1$ のニュー

トン流体では $De=500$ において付加渦の発生が見られる。

最後に、助走区間の長さについて検討する。Austin ら⁽¹⁾は、水を流して測定した水平対称面内の軸速度分布をもとに、最大速度 $W_{\max}$ と管中心速度 W_c の速度比 $W_{\max}/W_c$ が一定値となるまでの長さ (角度) を助走区間長さとして定義した。この定義に従い、流れ方向に速度比 $W_{\max}/W_c$ を求めた例を図 9 に示す。図中のプロット点は測定データ、実線は解析結果である。主流の速度分布は $\varphi=0^\circ \sim 90^\circ$ の区間において著しい変化を示した後、下流 $\varphi=180^\circ \sim 270^\circ$ の発達した流れに漸近していく。本研究では、速度比が $\varphi=180^\circ \sim 270^\circ$ 間の一定値に対して 2% ずれる位置 (図中の矢印の位置) を求め、この位置より下流では発達した流れとみなした。べき指数 n が小さくなると、急変区間 $\varphi=0^\circ \sim 90^\circ$ に現れる速度比の最大値が徐々に大きくなり、速度分布の変形が大きくなる。その結果、発達した速度分布に遷移する距離が長くなり、発達位置は下流へ徐々に移動する。上述の方法で定められた位置 (角度) をディーン数に対して整理した結果を図 10 に示す。図中の実線は、本研究で得られた発達位置 (角度) を表す次式

$$\varphi = 50.5 \{1 + (1-n)^{1.1}\} \left(\frac{De}{R_c}\right)^{0.15(n+1)} \dots \dots \dots (10)$$

破線は、Austin-Seader⁽¹⁾がニュートン流体 ($n=1$) の曲り管内流れについて示した実験式

$$\varphi = 49 \left(\frac{De}{R_c}\right)^{1/3} \dots \dots \dots (11)$$

より求めた発達位置で、本研究で求めたニュートン流体の発達位置に比べるとやや大きい値を示している。軸速度分布の発達状況 (図 3～図 5 参照) について説明したように、発達した流れにいたるまでの角度は曲率半径の小さい管路の方が大きい管路よりも大きい、ともにディーン数が増加するにつれて大きくなる。

6. 結 言

べき乗則流体の曲り円管助走区間流れについて、べき指数 $n > 0.6$, 曲率半径比 $R_c=10$ と 30, ディーン数 $De=100 \sim 500$ の範囲で検討を行い、以下の知見を得た。

(1) 曲り管流入後生ずる軸速度分布の変形は、べき指数が小さいほど著しい。特に、ディーン数の大きい状態では、曲率半径の大きい管路でも、高速流体が管壁に沿って内壁へ深く回り込み、水平対称面内に二つの速度ピークをもつ特異な速度分布が現れるようになる。

(2) その結果、べき指数が小さくなると、滑らか

な速度分布に回復する位置は下流に移動し、助走区間は長くなる。

(3) 曲り管流入直後の区間にみられる二次流れの成長・減衰は、高速流体の偏在と強く関係している。

(4) べき指数が小さくなると二次流れは弱くなり、二次流れが減少した直後の一部区間において逆回転の付加渦が内壁側の水平対称面近くに発生するようになる。

(5) この付加渦の出現するディーン数は、べき指数が小さくなるにつれて減少する。

文 献

(1) Austin, L. R. and Seader, J. D., *AIChE J.*, **20** (1974),

820.

(2) Patankar, S. V. ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **62** (1974), 539.

(3) Humphrey, J. A. C., *Can. J. Chem. Eng.*, **56** (1978), 151.

(4) 秋山・ほか4名, 機論, **50-449**, B (昭59), 286, 990.

(5) Agrawal, Y., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **85** (1978), 497.

(6) Soh, W. Y. and Berger, S. A., *J. Fluid Mech.*, **148** (1984), 109.

(7) Humphrey, J. A. C., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **154** (1985), 357.

(8) Olson, D. E. and Snyder, B., *J. Fluid Mech.*, **150** (1985), 139.

(9) Kluwick, A. and Wohlfahrt, H., *J. Fluid Mech.*, **165** (1986), 335.

(10) 富田, 'レオロジー' (昭50), 252, コロナ社.

(11) Patankar, S. V. and Spalding, D. B., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **15** (1972), 1787.

(12) 高見・須藤・富田, 機論, **52-475**, B (昭61), 1235.

討 論

〔質問〕 島 章〔東北大学高速力学研究所〕

(1) 式(7)は Re や n の値がどのような範囲にある場合に成り立つのか。

(2) 図3の速度分布では二つの速度ピークを持つ特異な分布形が現われたと述べているが、その原因は主として何によるものか。

〔回答〕 (1) 曲がり管入口 ($\phi \div 1^\circ$) において測定した速度分布と式(7) (付図1中の実線) の比較を付図1に示す。測定を行った範囲 ($Re < 2\,200$, $n < 0.6$) で、式(7)は成立すると考えられる。

(2) 曲がり管流入後、遠心作用により外壁側へ移動した速い流体の一部が、壁近傍の内壁向きの強い二

次流れにより、管壁に沿って内壁側へ移動したことになるものと思われる。

〔質問〕 渡 辺 敬 三〔東京都立大学工学部〕

曲がり管入口において直管内層流の十分発達した速度分布を仮定しているが、実際の入口における速度分布は曲がり部の影響を受けてそれと多少異なることが予想される。この変化はニュートン流体およびべき乗

(a) $Re \div 1\,640$ (b) $Re \div 950$

付図 1

(a) 水 ($n=1$)

(b) CMC ($n=0.82$)

(c) PAA ($n=0.64$)

付図 2 $\phi \div 1^\circ$, $De=300$, $Re=30$

則流体ともに無視できる程度のものか。

$\phi=0^\circ$ におけるそれらの速度分布と実験値の比較があればお示し願いたい。

〔回答〕 曲がり管入口 ($\phi=1^\circ$) において測定した

等速度線図の一例を付図2に示す。水およびべき乗則流体の測定結果はほぼ同心円状の等速度線を示しており、曲がり部の影響は本実験の範囲では無視できるものと考えられる。

55 巻 510 号, B 編 (1989-2) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
西野耕一ほか	404	右	2	…結果との比較と…	…結果との比較と…
高原久定ほか	417	左	3	…結果を与えという…	…結果を与えている…
	〃	〃	10	…それぞれ $55, 60^\circ$ および…	…それぞれ $55, 60^\circ$ および…
石川勝也ほか	421	右	7	$(\bar{u}_{10})^2$	$(u_{10})^2$
	425	左	図 12	(b) $(r, C_p; \lambda_1)$	(b) $(m, C_p; \lambda_1)$