高解像度の LES による乱流モデルの考察*

三宅 裕^{*1}, 梶島 岳夫^{*1}Estimation of Turbulence Models by Large Eddy Simulation
with High Resolution Grids

Yutaka MIYAKE and Takeo KAJISHIMA

Turbulent channel flow is numerically simulated by the large eddy simulation (LES) technique. A finite difference scheme with about 3.83 million grid points is applied to the case of a Reynolds number of 5840. Turbulence statistics are compared with the experimental data and the results of the recent large scale computations. Agreements are quite reasonable. Numerical results are stored as a data base for the purpose of studying turbulence structure and the modeling in the near-wall region. As the first report of the series of the work, this paper presents the balance of each term in the transport equations of the turbulence kinetic energy, the dissipation rate and the Reynolds stress tensor.

Key Words: Turbulence, LES, Turbulence Model, k - ε Model, Stress Equation Model

1. 序

ナビエ・ストークス式を直接数値計算して乱流のシミュレーションを行う試みに際して、最小規模の乱れまでとらえるために確保すべき差分格子数は、レイノルズ数 R に対して $R^{9/4}$ と見積もられ、現実的でない。現状では格子以下の乱れの働きを補足するための何らかの操作が必要である。

LES (large eddy simulation) は乱流計算を実現する方法の一つで、格子以下のスケールすなわち SGS (subgrid scale) の乱流渦の作用をモデルで与えて計算を維持するものである。LES で多用されている Smagorinsky モデルは優れた結果を与えている⁽¹⁾⁽²⁾が、壁乱流の境界壁近傍では経験関数による補正が必要で、必ずしも普遍的とは言えない。モデルの改良は重要であるが、この作業には困難が多いうえに、モデルが複雑化することは数値シミュレーションの目的に一致しない面もある。一方 SGS の効果は格子幅 h に対して h^2 の程度であることを考えると、ある程度の格子解像度を確保すればモデルに支配されない結果が

得られるものと期待される。

さらに細かい格子を設け、spectral 法を用いて aliasing の除去に注意を払いながら高精度の計算を行うならば、DS (direct simulation) が可能となる⁽³⁾⁽⁴⁾が、これは単純な流れ場で低レイノルズ数に限られる。したがって当面最も現実的な方法は LES であると考えられる。

著者らは、LES による壁乱流の計算を実施してきた結果⁽⁵⁾、乱流構造の解明という物理的な興味からも、壁近傍の取扱いが全流れ場の予測精度に及ぼす影響を明らかにするという工学上の意義からも、壁近傍の乱流渦をモデルに支配されずに計算することが必要であるという認識に至った。そこで、低レイノルズ数のチャンネル乱流について、最も解像度の高い LES (格子数約 3 830 000) を実現した。その結果は後に示すように、測定値や最近の大規模な計算とよく一致し、SGS モデルの寄与は極めて小さい。したがって大部分の乱流渦が計算されており、ほとんど DS が実現されていると考えてよい。

このような大規模計算は近い将来においても基礎研究に限られ、乱流予測はレイノルズ方程式に対する乱流モデルに基づく方法が主流になると予想される。しかしモデルは経験的な定数や代数式への依存度が大き

* 昭和 63 年 10 月 19 日 第 66 期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 2 月 29 日。

*¹ 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘 2-1)。

く、流れ場ごとにこれらを調整しなければならず、普遍的なものが得られていない。これはモデルの各項が個別に検証されていなかったからである。特に壁乱流においてモデルの対象となる項の情報を与えるには、実験や統計理論によるアプローチには困難が多く、数値シミュレーション以外に方法はないと考えられ、そのための高解像度の計算が期待されてきた。

本論文では、大規模な数値シミュレーションの結果を測定値と比較して示した後、前述の乱流モデルの検証の目的に即して応力方程式および散逸方程式の各項を算定した結果を報告する。なおこの計算により得られた結果は、いくつかの時間ステップの全格子点上のデータが磁気テープに保管され、乱流モデルの検証に限らず、各種の統計的処理、条件付きサンプリング、単独の渦の追跡、およびこれらの測定値との比較などの多様な目的のために参照可能なようにデータベース化されている。

2. 基礎方程式

まず流れ場の各量にフィルタをかけて乱れを大小のスケールに分離する。フィルタ幅は差分格子幅の程度であるから、大スケール流れ ($\bar{u}_i, \bar{p}$ で表す) とは GS (grid scale) 以上の流れ、小スケールの流れとは SGS の流れと考えてよい。LES は、小スケール乱れ的作用をモデル化して、大スケールの流れの支配方程式を直接数値計算する方法である。大スケール流れ場の連続の式は

$$\bar{u}_{i,i} = 0 \quad (1)$$

であり、フィルタをかけたナビエ・ストークスの運動方程式は

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i,t} = & -\bar{u}_j \bar{u}_{i,j} - \tau_{ij,j} \\ & - \bar{p}_{,i} + (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i})/R \end{aligned} \quad (2)$$

で表される。添字 t は時間微分 $\partial/\partial t$ 、添字 i などは空間微分 $\partial/\partial x_i$ を意味する。長さ L と速度 U はそれぞれ代表値 L と U により、また圧力は ρU^2 、時間は L/U により無次元化されており、 R はレイノルズ数 $R = LU/\nu$ である。また τ_{ij} は小スケール乱れの寄与

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

で、ここでは一括して渦粘性近似

$$\tau_{ij} - \delta_{ij} \tau_{kk}/3 = -\nu_s (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}) \quad (4)$$

とし、SGS 渦粘性係数 ν_s を Smagorinsky モデル

$$\nu_s = (C_s \Delta)^2 [(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i})^2/2]^{1/2} \quad (5)$$

で与えることにする。ここで、 Δ はフィルタの代表長さで、 C_s は定数である。これにより運動方程式は

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i,t} = & -\bar{u}_j \bar{u}_{i,j} - \bar{p}_{,i} \\ & + [(1/R + \nu_s)(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i})]_{,j} \end{aligned} \quad (6)$$

(ただし $\bar{p} = \bar{p} + \tau_{kk}/3$) と書き換えることができる。後に示すように、本計算では十分に細かい格子を用いているので、大部分の乱流渦が直接計算されている。したがって SGS の効果は微小で、モデルへの依存度は非常に小さいことを強調しておく。そこで今後は GS を意味する $\bar{u}_i, \bar{p}$ を簡単に u_i, p と記して、SGS の影響が重要なときにはその都度言及する。

次に乱流モデルの考察のために、応力方程式および散逸率の方程式を整理しておく。流れ場の各量に対し、レイノルズ平均を (たとえば速度は) $\langle u_i \rangle$ 、それからの変動を $u_i'' (= u_i - \langle u_i \rangle)$ で表すことにする。

レイノルズ応力 $\langle u_i'' u_j'' \rangle$ の収支式の各項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \langle u_i'' u_j'' \rangle_{,i} + \langle u_k \rangle \langle u_i'' u_j'' \rangle_{,k} \\ = P_{ij} + T_{ij} + D_{ij} + J_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 P_{ij} は生成項、 T_{ij} は再分配項 (圧力・ひずみ相関項)、 D_{ij} は散逸項で、それぞれ

$$P_{ij} = -\langle u_j'' u_k'' \rangle \langle u_i \rangle_{,k} - \langle u_i'' u_k'' \rangle \langle u_j \rangle_{,k} \quad (8)$$

$$T_{ij} = \langle p'' (u_{i,j}'' + u_{j,i}'') \rangle \quad (9)$$

$$D_{ij} = -2 \langle u_i'' u_{j,k}'' \rangle / R \quad (10)$$

であり、 J_{ij} は拡散項で、乱流拡散 J_{Tij} 、圧力拡散 J_{Pij} 、粘性拡散 J_{Vij} の和

$$J_{ij} = J_{Tij} + J_{Pij} + J_{Vij} \quad (11)$$

$$J_{Tij} = -\langle u_i'' u_j'' u_k'' \rangle_{,k}$$

$$J_{Pij} = -(\delta_{ik} \langle p'' u_j'' \rangle + \delta_{jk} \langle p'' u_i'' \rangle)_{,k}$$

$$J_{Vij} = \langle u_i'' u_j'' \rangle_{,kk} / R$$

で表される。(散逸項には等方性散逸 D_{ij} を用いるために、粘性応力による仕事ではなく拡散形 J_{Vij} としていることに注意。) また、再分配項と圧力拡散項の和を速度・圧力こう配相関 (VPG) 項 G_{ij}

$$G_{ij} (= T_{ij} + J_{Pij}) = -\langle u_j'' p_{,i}'' + u_i'' p_{,j}'' \rangle \quad (12)$$

としてまとめて扱うことが多い。

また、乱れのエネルギー $k (= \langle q^2 \rangle / 2)$ 、ただし $q^2 = u_i'' u_i'' / 2$ の収支式は

$$k_{,t} + \langle u_k \rangle k_{,k} = P_K + D_K + J_K \quad (13)$$

であり、生成項 P_K 、散逸項 D_K 、拡散項 J_K はそれぞれ

$$P_K = -\langle u_i'' u_k'' \rangle \langle u_i \rangle_{,k} \quad (14)$$

$$D_K = -\langle u_i'' u_{i,k}'' \rangle / R \quad (15)$$

$$J_K = J_{TK} + J_{PK} + J_{VK} \quad (16)$$

$$J_{TK} = -\langle q^2 u_k'' \rangle_{,k}$$

$$J_{PK} = -\langle p'' u_k'' \rangle_{,k}$$

$$J_{VK} = k_{,kk} / R$$

で表され、 k の収支式では再分配項は零となるので VPG 項は圧力拡散項に等しい ($G_K = J_{PK}$)。

次に、エネルギー散逸率 $\epsilon (= -D_K)$ の収支式は

$$\epsilon_{,t} + \langle u_k \rangle \epsilon_{,k} = W + Q + H \quad (17)$$

で、発生項 W , 消滅項 Q , 拡散項 H はそれぞれ

$$W = W_0 + W_1 + W_2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$W_0 = -2\langle u_{j,i}'' u_{j,k}'' u_{i,k}'' \rangle / R$$

$$W_1 = -2\langle u_{i,k}'' u_{j,k}'' \rangle + \langle u_{k,i}'' u_{k,j}'' \rangle \langle u_j \rangle_i / R$$

$$W_2 = -2\langle u_i'' u_{j,k}'' \rangle \langle u_j \rangle_{i,k} / R$$

$$Q = -2\langle u_{i,jk}'' u_{i,jk}'' \rangle / R^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$H = H_T + H_P + H_V \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$H_T = -\langle u_{i,j}'' u_{i,j}'' u_{k,k}'' \rangle / R$$

$$H_P = -2\langle u_{k,i}'' p_{,i}'' \rangle_{,k} / R$$

$$H_V = \varepsilon_{,kk} / R$$

で表される。

3. 数値計算の概要

平行平板間の十分に発達した流れを考える。平均流れの方向を $x(1)$, 流路幅方向を $y(2)$, 横断方向を $z(3)$ とする。以下では長さの代表値 L には流路幅 H , 速度の代表値 U には壁面平均摩擦速度 u_τ を選び, u_τ に基づくレイノルズ数を $R_\tau = Hu_\tau/\nu$ で表す。 x, z 方向には有限の計算領域 $H_x (=6.83)$, $H_z (=2.56)$ を設け, 周期条件

$$u_i(x, y, z) = u_i(x + mH_x, y, z + nH_z)$$

(m, n は任意の整数) を与える。また壁面上ではすべりなし ($u_i = 0$) の境界条件とする。

式(5)において, Δ は各方向の格子幅 h_i により $\Delta = (2h_1 \cdot h_2 \cdot 2h_3)^{1/3}$ で与え, 定数 $C_s = 0.1$ には壁近傍で $f_s = 1 - \exp(-y^+/25)$ を乗じて減衰をかける。

本計算のプログラムは, 工業的な実用計算への適用も考慮して, 特殊な手法でなく通常の差分法を用いること, モデルが数値誤差に埋もれない程度の精度で差分近似すること, 計算途中での外部記憶の利用を避けること, という条件のもとに作成されている。

主流方向と横断方向には等間隔格子とし, 流路幅方向には格子を壁近傍で緩やかに集中させる。格子点は各方向に $N_x = 256$, $N_y = 117$, $N_z = 128$ であり, 計約 3 830 000 点となる。 $R_\tau = 300$ に設定し, このとき壁指標で表す格子の解像度は $h_x^+ = 8.0$, $h_y^+ = 0.7 \sim 4.5$, $h_z^+ = 6.0$ である。

基礎方程式〔連続の式(1)と運動方程式(6)〕の各項は五点中心差分(ただし連続の式と圧力項の中の y 方向微係数は三点差分)で近似される。時間進行差分には二次精度の Adams-Bashforth 法を用い, 連続の式と連立させて FFT で解き, 新たな時間ステップでの流れ場を求めてゆく。時間刻みは $\Delta t = 0.00015$ とする。

4. 計算結果

統計量は, 乱れが十分発達したのちに $x-z$ 面内平均を無次元時間で 0.48 (3 200 steps) の間に時間平均し, さらに中央断面の両側で平均して求めたものである。1 time-step 前進するのに大阪大学大型計算機センターの NEC SX-2 N で約 8.3 s を要し, 時間平均をとるための計算時間は約 7.4 時間であった。

図 1 に平均速度分布を示す。流路幅と中央断面の平

図 1 平均速度分布

(a) 全流路

(b) 壁近傍 (破線は Kim らの DS⁽³⁾)

図 2 レイノルズ応力の各成分および相関係数

均速度 $u_c (=19.5)$ によるレイノルズ数は $R_c = 5840$, 流路間の平均速度 $u_M (=16.5)$ によるレイノルズ数は $R_M = 4940$ である. 低レイノルズ数のため対数域は広くないが, $30 < y^+ < 100$ では $u^+ = \ln y^+ / 0.35 + 5.5$ に近い.

図2にはレイノルズ応力の各成分 $\langle u''_i u''_j \rangle$ (垂直成分については rms 値 $\langle u''_i{}^2 \rangle^{1/2}$) および相関係数 $C_{uv} [= \langle u'' v'' \rangle / (u_{rms} v_{rms})]$ の挙動を示す. 図2(a)は全流路にわたる分布で, u_{rms} の最大値は 2.82 で $y^+ \sim 15$ に, 乱れエネルギー k の最大値は 4.47 で $y^+ \sim 16$ にみられる. SGS 乱れのエネルギーを $k_{SGS} = [\nu_s / (0.05 \Delta)]^2$ で見積もると, その最大値は 0.023 ($y^+ = 40 \sim 60$), またせん断成分に対する SGS の寄与 ($|\tau_{12}|$) の最大値は 0.020 ($y^+ \sim 12$) で, いずれも GS 成分に比べて非常に小さい. 図2(b)は壁のごく近くでのふるまいで, Kim ら⁽³⁾の DS の結果とよく一致している.

図3および図4には高次統計量であるひずみ度(三次) S_i ととがり度(四次) F_i を DS⁽³⁾⁽⁴⁾ および測定値(いずれも文献⁽³⁾より転載)と比較して示す. S_w は本来

零で, 統計量を求めるためのサンプリング数の妥当性の目安として示した. 壁垂直方向 v のみ, 壁のごく近く ($y^+ < 10$) では測定値にばらつきが大きく, 計算結果と大きく異なる. 三つの高解像度の計算がほとんど同じ結果を与えること, また u と w については壁面まですべてのデータがよく一致することを考慮すると, v の測定精度に問題があるように思われる. 壁近傍での v の測定の困難は, 図2(b)に示されるように u_{rms} と w_{rms} は y^+ で立ち上がるのに対し, v_{rms} は y^{+2} に比例することによるものと思われる.

主流方向成分に注目すると, 底層域では $S_u > 0$, 対数域では $S_u < 0$ で, それぞれ sweep とよばれる壁向きの高速流 ($u'' > 0, v'' < 0$) と ejection とよばれる低速流の噴出 ($u'' < 0, v'' > 0$) による u'' が優勢であり, また F_u が大きいことから高・低速域が局在化していることがわかる. これに対してパフ層は, F_u が小さいことから, 穏やかに流れる部分が少なく, 高・低速流れにうめつくされた場によって特徴づけられる.

図5は速度変動の各成分の主流方向波数に対するス

図3 速度変動のひずみ度 (skewness)
[—本計算: ----Kim らの DS⁽³⁾: -.-Moser らの DS⁽⁴⁾ (曲管の凸側): ●は Kreplin ら, +は Barlow らの測定値]

図4 速度変動のとがり度 (flatness) (記号は図3と同様)

図 5 速度変動の主流方向一次元スペクトル (細線は $N_x=128$, $h_z^+=15$ の場合)

図 6 速度変動の横断方向一次元スペクトル

ベクトル $E_i(x_x)$ で、図 5 (a) は壁のごく近く、図 5 (b) は流路中央断面のものである。なお図 5 中には比較のために本計算に先だって実施された主流方向に粗い格子の計算結果⁽⁶⁾を加えた。壁の近くでは主流方向に長い構造が支配しているので、解像度による差異は目立たない。壁から離れると、渦は引きちぎられて主流方向の寸法が短くなるので、格子解像度の影響が現れる。しかし低波数域の大規模な構造には変化はなく、図 1~4 に示すような統計量の両者の差は小さかった。したがって従来の LES のように主流方向に長い格子を用いても支障はないと思われる。しかし後に示す散逸方程式の算定のような目的には細かい渦までとらえることが重要で、主流方向にも十分な解像度を確保することが必要である。

図 6 は同じく速度変動の横断方向波数に対するスペクトル $E_i(x_z)$ である。主流方向の場合よりも高波数側での落込みが小さいものの、渦構造は十分にとらえられている。図 6 (a) の曲線のピーク位置は図 7 に示す横断方向自己相関曲線の第 1 点めの負の極小値の位置

図 7 速度変動の横断方向自己相関係数 ($y^+=10$)

の 2 倍 (λ_z) に対応し、 u と w については $\lambda_z \sim 100$, v については $\lambda_z \sim 50$ となり、実験的に知られている寸法に一致する。

以上に示したように本計算では高次の統計量まで精度よく求められており、また高波数端でのスペクトル曲線の巻上がりはいずれも小さく、SGS モデルは主

要な構造に影響を与えることなく、数値的な不安定要素を除去するように作用していることがわかる。

5. 応力方程式の算定

現在乱流予測の大部分は k - ε (2 方程式) モデルあるいは応力方程式モデルによって行われている。モデルは通常高レイノルズ数乱流の理論に基づいているが、最近では壁乱流にも適用できるさまざまな修正モデルが提案されている。これらのすべてを系統的に調べることは膨大な仕事となるので、ここでは上記方程式の各項を本計算結果(ただし GS 成分のみ)を用いて算定し、いわゆる高レイノルズ数形の、単純なモデルと比較して壁乱流に適用するために必要な条件を考察する。

図 8 はエネルギー保存式の各項〔式(14)~(16)〕の分布を表したものである。細い一点鎖線はその余り、すなわち SGS の渦の寄与であり、散逸とみなしてよい。SGS 散逸は、粗い格子の場合には GS 散逸よりも大きくなり⁽⁷⁾、さらに実用計算ではエネルギー散逸の大部分を占めるであろう。しかし本計算では散逸に関与する渦の大部分が GS として直接計算されている。

図 9 は渦粘性係数で、本計算のレイノルズ応力分布と平均速度こう配から求めた値

$$\nu_T = -\langle u''v'' \rangle / \langle u \rangle_{,y} \quad \text{..... (21)}$$

とモデル

$$\nu_0 = (0.4 f_{sy})^2 \langle u \rangle_{,y} \quad \text{..... (22)}$$

$$\nu_2 = 0.09 k^2 / \varepsilon \quad \text{..... (23)}$$

を比較して示す。また図 8 には比較のために拡散項の基本的なモデル

図 8 乱れエネルギー k の収支
〔式(13)~(16), (24) 参照〕

$$J_M = [(1/R + \nu_T) k_{,k}]_{,k} \quad \text{..... (24)}$$

を加えた。

次にレイノルズ応力テンソルの各成分の収支式の各項〔式(8)~(12)〕を図 10 に示す。この中でモデル化の対象となるのは、散逸項 D_{ij} 、再分配項 T_{ij} および拡散項 J_{ij} である。散逸項には

$$D_{Mij} = -2\delta_{ij}\varepsilon/3 \quad \text{..... (25)}$$

のモデルがよく用いられる。図 10(d) の D_{12} をみると、壁のごく近くを除き、せん断成分を省略することは妥当である。しかし図 10(a)~(c) からわかるように、散逸項は非常に非等方的であり、式(25)のように ε を各方向に等配分する仮定は実状とは大きく異なる。図 10 では VPG 項 G_{ij} を示したので、図 11 に再分配項だけをまとめ、これを等方性からのずれに比例すると仮定した最も単純なモデル

$$T_{Mij} = -1.5 \langle u''_i u''_j \rangle - 2\delta_{ij}k/3 \varepsilon/k \quad \text{..... (26)}$$

と比較する。拡散項 J_{ij} のモデルには複雑な関係式が与えられているが、比較は省略する。

壁のごく近くでは、各成分とも散逸項はおおむね粘性拡散項と均衡し、せん断成分については再分配項と圧力拡散項は打ち消し合っている。複雑な分布を示すこれらの項を個々にモデル化するよりも、それぞれまとめるほうが合理的と思われる。またエネルギーの再分配項では、壁のごく近くで T_{22} が負の値になるのは、 $\langle u''v'' \rangle$ を支える sweep 流れの壁向き速度 ($-v''$) が横断方向速度 ($\pm w''$) に転向していわゆる縦渦を形成することに対応するものである。したがって式(26)のようなエネルギーの非等方性(通常はこれに生成項の非等方性も加える)に基づく項だけでは表現できないので、粘性の効果に加え、乱れ構造を反映する項の必要性がわかる。

図 12 には散逸方程式の各項〔式(18)~(20)〕を示す。GS 成分だけからの算出による不均衡(図 12 中の SGS)の割合は図 8、図 10 と比較して大きくなっている。また壁近傍での拡散項の算定には垂直方向の格子解像度はまだ不足している。これらは、波数空間では

図 9 渦粘性係数〔式(21)~(23) 参照〕

図 10 レイノルズ応力の収支 (式(7)~(12)参照)

散逸スペクトルはエネルギースペクトルよりも高波数側に寄るが、散逸の収支にはさらに高波数の渦がかかわっているためである。定量的な精度に欠けるが、基本的なモデル

$$W_M = 1.45 \varepsilon P_K / k \dots\dots\dots (27)$$

$$Q_M = 1.92 \varepsilon D_K / k (= -1.92 \varepsilon^2 / k) \dots\dots\dots (28)$$

$$H_M = [(1/R + \nu_T/1.3) \varepsilon_{,k}]_{,k} \dots\dots\dots (29)$$

と比較する。モデルでは発生と消滅をともに過小に与え、それなりに均衡している形となっている。

以上の結果からも明らかなように、発達した高レイノルズ数乱流を前提としたモデルが壁乱流に適応できないのは当然であって、非等方性や低レイノルズ数を考慮した多くの修正モデルの提案がなされている。個々のモデルの検討は別の機会にゆずる。

図 11 再分配項 (式(9), (26)参照)

図 12 散逸率 ε の収支 (式(17)~(20), (27)~(29)参照)

6. 結 言

乱流渦の大部分を解像可能な差分格子を用いた最大規模の LES により、高次の統計量まで測定値とよく一致する結果が得られた。通常の差分法でも、十分に細かい格子を設定すれば、spectral 法に比べてもそんな色のない結果が短時間に得られることを示し、複雑形状の流れ場への適用のための展望を開くことができた。

また本計算結果から算定された応力方程式および散逸方程式の各項の分布形状から、壁近傍でのモデルの修正に際しては、非等方性や低レイノルズ数を考慮した補正だけでなく、乱流渦の構造を意識した方法が必要であることが明らかになった。もとより壁近傍には組織的な構造が整然と分布しているわけではないが、そのような構造を想定しなければ導けない項が存在す

るはずである。したがって、組織的構造と乱れの生成や散逸とのかかわりを明らかにするために、統計平均だけではなく瞬時的な場の情報が不可欠である。そのような研究を本計算で蓄積したデータベースの一つの利用目的と考えている。

文 献

- (1) Moin, P. and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **118** (1982), 341.
- (2) Horiuchi, K., *J. Comput. Phys.*, **71-2** (1987), 343.
- (3) Kim, J., Moin, P. and Moser, R. D., *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 133.
- (4) Moser, R. D. and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **175** (1987), 479.
- (5) 三宅・梶島, 機論, **53-495**, B (昭 62), 3187.
- (6) 三宅・梶島, 第 3 回生研 NST シンポジウム講演論文集, (昭 63), 55.
- (7) 三宅・梶島, 機械の研究, **39-11** (昭 62), 1189.

討 論

〔質問〕 堀 内 潔〔東京大学生産技術研究所〕

(1) SGS モデルの寄与は極めて小さいとしているが、計算の維持には SGS モデルが必要だとしたら、具体的にその役割りは何なのか。エネルギーバランスからすると残差は無視できない大きさを持っている。これは必ずしも SGS モデルによるとは言えないが、5 章の ε の評価にはこの残差も含めるべきではないか。図 9 の ν_T が ν_2 よりかなり小さいのは、これが一つの原因と考えられる。

(2) ν_{RMS} が実験値より小さい。Kim らの計算でも同様な結果が出ているが、実験が不正確なためか。 S_u , S_v の零点は Kim らと比較的良く一致するのに対し、 ν_{RMS} は Kim らよりさらに小さいが、これはなぜか。

(3) NS 方程式中の convective term の y 微分には 5 点差分を、連続方程式には 3 点差分を用いているため、保存量が何もないことになるが、この影響はないのか。特に、壁の外の速度の決定法により、壁近傍の特性が大きく変わることはないのか。

〔回答〕 (1) SGS モデルの影響を考えるために付図 1 に壁近傍 ($y^+ \sim 10$) での速度変動の横断方向スペクトルを示す。太線 (Smagorinsky 定数 $C_s = 0.1$ の際の時間平均) は図 6 (a) と同じである。細線はモデルを除いた場合 ($C_s = 0$, ただし $N_x = 128$) のある時刻での値で、この計算は後に壁付近で乱れが増大して発散し、時間刻みを半分にしても同じ結果となった。比較して明らかのように、モデルは高波数側のエネルギーの増大を抑制しており、差分格子以下の規模の渦による散逸の役割を果たしていることになる。したがって、SGS 乱れのエネルギーそのものは非常に小さいが、これによる散逸量および散逸率の収支式への影響は無視できないという結果になっている。

なお、直接計算された乱れで算出できる部分のみを問題とし、モデルに依存する部分は一括して SGS 項とおいたが、格子以上と以下のスケールの間のエネルギーのやりとりにはモデルの寄与を含める必要がある

付図 1 壁近傍での速度変動の横断方向一次元スペクトル

と考える。また、図 9 で ν_2 が大きいのは壁近傍の修正を式 (23) に加えていないことが第 1 因である。

(2) 壁のごく近くで速度の各成分が同じ精度で測定されているとは考えていない。一方数値計算は、連続条件を満たしつつ、各成分とも同精度で扱っている。したがって、 v 成分のみに不一致がみられる原因はその測定精度にあると考えた。

LES ではフィルタのかかった乱れが計算されるので、 $\langle u_i''^n \rangle$ のような量は n が大きいほど直接シミュレーションよりもやや小さくなる。ただしひずみ度やとり度は $\langle u_i''^n \rangle / \langle u_i''^2 \rangle^{n/2}$ のように無次元化されたもので、LES では分母と分子が同時に小さいために直接シミュレーションに一致したものと思われる。

(3) 空間差分式は保存形となっていないが、本計算では局所的に大きな不均衡を経験していない。ただ、諸量の収支の不均衡における SGS モデルの寄与を鮮明にするためには、保存形への修正が必要と考えている。なお、壁から第 1 点めでは y 方向のみ 5 点差分を 3 点差分に切換え、壁の外側に仮想の格子を設定していない。乱れの分布は局所的にも低次のべきで壁から立ち上がっていると想像しているので、上記の扱いにより結果が大きく変わると思わない。