フィンチューブ回りの相変化材の融解に及ぼす
自然対流の影響*笹口 健吾*¹, 坂本 善信*²

EFFECTS OF NATURAL CONVECTION ON MELTING OF A PHASE CHANGE MATERIAL AROUND A FINNED TUBE

Kengo SASAGUCHI and Yoshinobu SAKAMOTO

Many studies have been performed on the solidification and melting of a phase change material around a finned tube. Detailed information on the solidification process has been obtained experimentally and theoretically since heat conduction plays a main role in the process and the phenomenon is relatively simple. On the melting process, however, no analytical studies have been presented so far because natural convection is important in this process, thus the problem becomes very complicated. In this study, numerical calculations have been performed for an elemental region around a tube with longitudinal fins in order to clarify the effect of natural convection on the melting process.

Key Words : Natural Convection, Phase Change, Melting, Numerical Analysis
Finned Tube, Latent Heat Storage

1. ま え が き

フィンチューブ回りの相変化材(PCM)の凝固, 融解現象に関して, 現在まで多くの研究^{(1)~(6)}が行われており, 熱伝導が支配的な凝固過程についてはかなりの知見が得られている. しかし, 融解過程においては一般に自然対流の影響が大きく解析が困難で, 現在まで通常の平板⁽⁷⁾, 円柱回り⁽⁸⁾⁽⁹⁾, および円筒内⁽¹⁰⁾のPCMの融解に関しては数値解析が行われているが, フィンチューブを用いた場合については解析は行われていない. 一方, 例えば高温および中温蓄熱あるいは冷熱蓄熱で用いられる相変化材は一般に熱伝導率が小さく, フィンチューブを用い伝熱促進を図ることが提案されていること⁽¹¹⁾⁽¹²⁾, あるいは宇宙船の温度制御のための固-液相変化材の利用などに対してもフィンチューブの使用が考えられる⁽¹³⁾ことなど, 実用面からもフィンチューブ回りの融解現象について詳細な情報を得ることは非常に重要と思われる. そこで本研究

では, フィンチューブ回りの融解過程における基礎的な伝熱特性を調べることを目的として, 縦フィンを有する伝熱管要素回りのPCMの融解現象について数値計算を行い, 要素の傾き及びグラスホフ数などが伝熱特性に及ぼす影響を明らかにした.

主 な 記 号

a : 温度伝導率
g : 重力加速度
L : 潜熱
 $\bar{N}_0$: 伝熱面平均ヌセルト数
 $\bar{Q}$: 融解割合
r : 半径
t : 温度
v : 速度
 α : フィンの開き角
 β : 体膨張係数
 δ : フィンの厚み
 θ : 周方向角度
 λ : 熱伝導率
 ν : 動粘性係数
 ρ : 密度
 τ : 無次元時間 $= \lambda_1 (t_i - t_r) \tau' / [\rho_1 (r_o - r_i)^2 L]$
 τ' : 時間
 ϕ : 解析要素の傾き角 (図1参照)

* 昭和63年6月3日 第25回伝熱シンポジウムにおいて講演, 原稿受付 昭和63年6月28日.

*¹ 正員, 熊本大学工学部 (〒860 熊本市黒髪 2-39-1).

*² 准員, 川崎重工業(株) (〒650-91 神戸市中央区中町通 2-1-18).

ϕ' : 図1参照

ψ : 流れ関数

ω : 渦度.

添字

f: 融点

i: 伝熱面

l: 液相PCM

o: シェル内面

r: 半径方向

θ : 周方向

2. 基礎方程式と計算方法

図1が解析を行った要素で、2枚の厚さ δ のフィン、半径 r_i で一定壁温 t_i の伝熱管及び半径 r_o の断熱壁に囲まれた領域から成り、要素の傾きは水平線と要素の中心線のなす角度 ϕ で定義した。また2枚のフィンのなす角度を α 、垂直線と上部のフィン(フィンI)のなす角度を ϕ' とした。なお、図の斜線で示した部分は全て断熱領域である。解析の際の仮定は次の通りである。

- (1) 相界面の移動速度は非常に小さく、液相PCM内の挙動は準定常と見なせる。
- (2) 液相PCMはニュートン流体で流れは層流。
- (3) 固相PCMの初期温度は融点で一様であり、従って固相PCM内の熱移動はない。

図1 解析要素

(4) フィンは薄く、フィン内で θ 方向には温度勾配はない。

(5) フィンの物性値は温度によらず一定、PCMの物性値は各相において一定、ただし液相PCMの運動方程式の導出においてはブジネスク近似を行う。

以上の仮定に基づく基礎方程式は以下ようになる。

(I) 液相PCMについて

$$(1) \text{ 渦度-流れ関数方程式 : } \frac{\partial^2 H}{\partial R^2} + \frac{1}{R+G_1} \frac{\partial H}{\partial R} + \frac{1}{(R+G_1)^2 \alpha^2} \frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + W = 0 \quad (1)$$

$$(2) \text{ 渦度輸送方程式 : } \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R+G_1} \frac{\partial W}{\partial R} + \frac{1}{(R+G_1)^2 \alpha^2} \frac{\partial^2 W}{\partial S^2} - \frac{1}{R+G_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial R} [V_r (R+G_1) W] + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial S} (V_\theta \cdot W) \right\} - G_r \left\{ \sin(\phi' + \alpha \cdot S) \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{1}{(R+G_1) \alpha} \cos(\phi' + \alpha \cdot S) \frac{\partial T}{\partial S} \right\} = 0 \quad (2)$$

$$(3) \text{ エネルギー式 : } \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R+G_1} \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{1}{(R+G_1)^2 \alpha^2} \frac{\partial^2 T}{\partial S^2} - \frac{P}{R+G_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial R} [V_r (R+G_1) T] + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial S} (V_\theta \cdot T) \right\} = 0 \quad (3)$$

$$(4) \text{ 渦度-速度関係式 : } \frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R+G_1} - \frac{1}{(R+G_1) \alpha} \frac{\partial V_r}{\partial S} = W \quad (4)$$

$$(5) \text{ 速度-流れ関数関係式 : } V_r = \frac{1}{(R+G_1) \alpha} \frac{\partial H}{\partial S}, \quad V_\theta = - \frac{\partial H}{\partial R} \quad (5)$$

$$(II) \text{ フィン内のエネルギー式 : } \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} \pm \frac{P_1}{G_2 (R+G_1) \alpha} \frac{\partial T}{\partial S} = 0 \quad (6)$$

ここに、式(6)の左辺第2項はフィン表面からPCMへの熱流束に関する項で、+および-はそれぞれフィンIおよ

びフィンⅡの場合を表す。

以上の式中の無次元パラメータは次のように定義した。

$$R = \frac{r - r_i}{r_o - r_i}, \quad S = \frac{\theta}{\alpha}, \quad T = \frac{t - t_f}{t_i - t_f}, \quad V_r = \frac{r_o - r_i}{v} v_r, \quad V_\theta = \frac{r_o - r_i}{v} v_\theta, \quad H = \frac{\psi}{v}, \quad W = \frac{(r_o - r_i)^2}{v} \omega$$

$$G_1 = \frac{r_i}{r_o - r_i}, \quad G_2 = \frac{\delta}{r_o - r_i}, \quad P_1 = \frac{\lambda_l}{\lambda_f}, \quad G_r = \frac{g \beta (r_o - r_i)^3 (t_i - t_f)}{v^2}, \quad P_r = \frac{v}{a_l}$$

(Ⅲ) 初期条件及び境界条件

- (1) $\tau' = 0$: $T = 0$
- (2) $R = 0, R = 1, S = 0, S = 1$: $V_r = V_\theta = H = 0$
- (3) $R = 0$: $T = 1$
- (4) $R = 1$: $\partial T / \partial R = 0$
- (5) 相界面及び固相PCM内 : $T = 0$
- (6) 相界面 : $W = \text{式(4)}$ から。

以上の諸式を差分近似し解いたが、計算手順は以下の通りである。

- (1) 初期条件の設定
- (2) 最初の時間ステップでのフィンの温度分布の算出 [式(6)]
- (3) 相界面での熱収支を考え、その位置を決定し、新たに液相となるノード点の速度を見積る。
- (4) フィンの温度分布の算出 [式(6)]
- (5) 液相PCM内の温度分布算出 [式(3)]。ただしステップ(4)ではフィンに隣り合う液相PCMの温度が必要なため、ステップ(4)と(5)は温度が収束するまで反復する。
- (6) 境界上の渦度の算出 [式(4)]
- (7) 液相PCM内の渦度の算出 [式(2)]
- (8) 液相PCMの流れ関数算出 [式(1)]
- (9) 液相PCM内の速度の算出 [式(5)]。ここで、全ノード点で求めた速度と前の反復値と比較し、次の判定条件を満たしていない場合はステップ(4)に戻り反復を繰り返す。

図2 相界面形状の計算値と実験値の比較

$$\frac{\max |V(i, j)^{n+1} - V(i, j)^n|}{\max (|V(i, j)^{n+1}|)} \leq 10^{-3}$$

ここに、 n :反復回数、 i, j :ノード点。

(10) 上の収束条件を満足した場合はステップ(3)に戻り、次の時間ステップに進む。

なお、式中の対流項に対してはドナーセル法⁽¹⁴⁾、差分式の解法にはSOR法を用いた。また相界面の決定に際しては、各検査体積に入ってくる熱量を積算し、それが潜熱量と等しくなった時その検査体積が融解したものと見なした。従って相界面は階段状となり、液相PCMの流れはあたかもコーナー回りの流れのようになる。この相界面上の渦度の境界値の算出に際しては、界面形状を識別できるようにプログラミングを行い、式(4)を用いた〔詳細は文献(15)参照〕。また、パラメータを変化させて種々の計算を行う前に、 r 方向に20および θ 方向に40のメッシュの場合と、 r 方向に40および θ 方向に60のメッシュの場合について後述の3.1節の条件で計算を行った。その結果、相界面形状の時間変化にほとんど差がなかったため、計算時間を考慮して、以後の計算には r 方向20および θ 方向40の等間隔メッシュを用いた。

3. 計算結果と考察

3.1 計算と実験結果の比較 図2に相界面形状の計算と実験結果(実験条件は、 $P_1 = 1.37 \times 10^{-3}$, $P_2 = 0.91$, $G_1 = 1.02$, $G_2 = 0.0612$, $P_r = 59.6$, $G_r = 3.70 \times 10^6$, P_2 : 液相PCMと固相PCMの密度比)の比較の一例を示す。図より、 τ が大きい場合のフィン近傍を除き両者の一致は非常に良い。図3は融解割合 $\bar{q}$ の時間変化の比較で、両者の一致は良く、これからも計算の妥当性が示される。

3.2 要素の傾き角の影響 次に本計算法を用いた種々のパラメータを変化させて計算を行った〔ただし、

図3 融解割合の比較

$G_1=1.0$, $G_2=0.05$, $Pr=50.0$ 及び $P_1=0.002$ (一部比較のため0.02)に固定し, 相によって密度変化はなく $P_2=1.0$ と仮定した]. まず要素の傾き角 ϕ の影響について調べた. 図4は $\phi=+90^\circ$ の場合の融解層の時間変化を示す. この場合現象が左右対称であるため, 図の左側に速度ベクトル, 右側に等温線を, また*印で相界面を示した. なお, 等温線間の無次元温度差 ΔT 及び無次元速度ベクトル V の尺度も示してある. 無次元温度 T は伝熱管表面で $T=1.0$, 相界面で $T=0.0$ であり, 等温線の間隔は $\Delta T=0.2$ とした. 図より, 時間 τ が小さい $\tau=0.02$ の図4(a)では, 速度ベクトル分布から明らかなように, フィンに沿って細長い1つの渦, また伝熱管の上方に3つの小さい渦が存在する. これらの渦は, 伝熱面やフィン表面の高温PCMを相界面に運び, 図に矢印で示した領域で, 温度勾配はかなり大きい. 従って, $\tau=0.04$ の図4(b)で分かるように, これらの領域ではPCMの融解がかなり速い. なお, 伝熱管表面中央あるいはフィンの先端からの高温PCMは固相PCMに衝突した後, 冷却されながら相界面に沿って流れるため, フィン表面からの流れと伝熱管表面からの流れが合流する領域では熱伝達が小さく, 図4(b)で示したように, その部分における融解速度は小さくなる. また図4(b)場合, 図4(a)で見られた伝熱面上の3つの渦は1個の大きな渦になり, 伝熱面中央付近の高温PCMが, 広範囲にわたって, 相界面に向かって流動している. このため $\tau=0.06$ の図4(c)では, 特に中央付近で融解層の発達が大いことが分かる.

(a) $\tau=0.02$ (b) $\tau=0.04$ (c) $\tau=0.06$

速度ベクトル ← → 等温線

($\phi=+90^\circ$, $Gr=10^4$)

図4 融解層の時間変化

次に図5は $\phi=0^\circ$ の場合であるが, この場合は現象が非対称であるため, 速度ベクトルと温度分布を別々に示した. τ が小さい図5(a)において, 高温の液相PCMは下方のフィンIIから伝熱管表面, さらにフィンIに沿って上昇し, 次に, 相界面に沿って下降する. 相界面形状から, 上下の非対称性は小さく, この場合まだ自然対流の影響は小さい. また伝熱面から界面へ直接衝突する流れがないため, 界面は図3と比較して滑らかである. τ が大きくなり融解層の発達とともに, 自然対流も強くなり, $\tau=0.06$ の図5(c)となると, 高温PCMが運ばれる要素上部での融解が, 他の領域と比較して, かなり大きいことが分かる.

図6は $\phi=-90^\circ$ の場合で, 伝熱面が上方にあるため, 自然対流が他の ϕ の場合に比べ極めて弱く, 流れはフ

(a) $\tau=0.02$ (b) $\tau=0.04$ (c) $\tau=0.06$

($\phi = 0^\circ$, $Gr = 10^4$)

図5 融解層の時間変化

フィン付近でわずかに観察される程度である。等温線図からも相界面の全領域にわたって温度勾配が小さいことが分かる。

以上述べたように、融解層の時間的変化あるいは速度並びに温度分布は、要素の傾き角 ϕ によって著しく異なることが分かる。さらにこれを明確にするため、伝熱面（フィン I、フィン II および伝熱管表面）にわたって平均したヌセルト数を以下のように定義し算出した。

まずフィン表面の局所ヌセルト数 $(Nu)_F$ は

$$(Nu)_F = \frac{h_F(r_o - r_i)}{\lambda_l}$$

(a) $\tau=0.02$ (b) $\tau=0.04$ (c) $\tau=0.06$

($\phi = -90^\circ$, $Gr = 10^4$)

図6 融解層の時間変化

と定義し、これと次の局所熱伝達率 h_F の定義式

$$q_F = h_F(t_i - t_f) = \begin{cases} -\frac{\lambda_l}{r} \left(\frac{\partial t}{\partial \theta} \right)_{\theta=0} : \text{フィン I} \\ \frac{\lambda_l}{r} \left(\frac{\partial t}{\partial \theta} \right)_{\theta=\alpha} : \text{フィン II} \end{cases}$$

より、 $(N_u)_F$ は

$$(N_u)_F = \begin{cases} -\frac{r_o - r_i}{t_i - t_f} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial t}{\partial \theta} \right)_{\theta=0} : \text{フィン I} \\ \frac{r_o - r_i}{t_i - t_f} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial t}{\partial \theta} \right)_{\theta=\alpha} : \text{フィン II} \end{cases}$$

また、伝熱管表面における平均ヌセルト数 $(N_u)_t$ も同様に、次のように定義した。

$$(N_u)_t = -\frac{r_o - r_i}{t_i - t_f} \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r_i}$$

数値計算で得られた温度分布から各表面での温度勾配を求め、上述の各ヌセルト数を算出した。さらに次式で面積平均を行って伝熱面全体の平均ヌセルト数を求めた。

$$\bar{N}_u = \frac{\int_{A_{FI}} (N_u)_F dA_{FI} + \int_{A_{FII}} (N_u)_F dA_{FII} + \int_{A_t} (N_u)_t dA_t}{A_{FI} + A_{FII} + A_t}$$

ここに、 A_{FI} :フィン I の表面積、 A_{FII} :フィン II の表面積、 A_t :伝熱管表面積である。

以上のようにして求めた $\bar{N}_u$ の時間変化を各 ϕ について図7に示す。図より、 $\phi=+90^\circ$ の場合、平均ヌセルト数 $\bar{N}_u$ は最初 τ の増加とともに急激に減少し(領域 I)、その後増加する(領域 II)。更に τ が増加すると $\bar{N}_u$ はほぼ一定かわずかに減少することが分かる(領域 III)。速度分布の計算結果から、領域 I では液相PCM内の自然対流が弱く、熱伝導が支配的であり、液相領域の発達とともに伝熱面と相界面の間の熱抵抗が増し、 $\bar{N}_u$ は τ とともに減少する。領域 II では、図4(a)に示したように、自然対流が強くなり、伝熱面の高温PCMが直接固相PCMに衝突するため $\bar{N}_u$ は τ とともに増加する。領域 III では、図4(b),(c)に示したように、自然対流は更に強くなるが、一方伝熱面から相界面までの距離が大きくなり、また相界面の面積も減少する。従ってこの領域では、これらの効果が相殺して $\bar{N}_u$ は時間とともに余り

変化しないものと思われる。 $\phi=0^\circ$ の場合、領域 I での $\bar{N}_u$ は $\phi=+90^\circ$ の場合と同様に増加するが、領域 II では図5(a)で示したように、伝熱面から相界面に直接衝突する流れがなく、 $\bar{N}_u$ は増加せず、領域 III にわたってほぼ一定に保たれる。更に $\phi=-90^\circ$ では領域 II と III において、 $\bar{N}_u$ は τ とともに単調に減少する。これは、図6で示したように、この場合伝熱面が上方にあるため、自然対流がほとんど発生しないためである。

3.3 グラスホフ数の影響 次に、グラスホフ数 Gr が $\bar{N}_u$ の時間変化に及ぼす影響を調べるため、 $\phi=+90^\circ$ に固定し、 Gr を変化させて計算を行った。その結果を図8に示す。図よりいずれの Gr においても、 $\bar{N}_u$ は最初 τ とともに減少し、その後、図に矢印で示した点からわずかに増加したのちほぼ一定となる。なお、 $\bar{N}_u$ が増加し始める τ の値は Gr の減少とともに増加する。また明らかに、 Gr が大きい程 $\bar{N}_u$ は大きい値を保つことが分かる。

これらの事実の意味を明らかにするため、図8の $\tau=0.02$ における流れの状態を図9に示す。 Gr 数が大きい図8(a)の場合、自然対流が他の場合と比べて極めて強

図7 $\bar{N}_u$ の時間変化に及ぼす ϕ の影響

図8 $\bar{N}_u$ の時間変化に及ぼす Gr の影響

く、(速度ベクトルの尺度が図によって異なることに注意)融解速度がかなり速いことが分かる。これがこの場合 $\bar{Nu}$ が大きい値を保つ理由である。 G_r が小さくなり $G_r = 10^4$ の図8(b)になると、自然対流は弱くなり、更に $G_r = 10^3$ の図8(c)では、対流は非常に弱く、温度分布から明らかなように、熱伝導が支配的である。従って、 G_r が小さくなるとともに、融解層がかなり大きくなると強い対流はおこらず、上述のように、 $\bar{Nu}$ が増加し始める τ の値は G_r の減少とともに増加することになる。

3.4 PCMとフィンの熱伝導率比の影響 $\phi = +90^\circ$ に固定し、PCMとフィンの熱伝導率比 $P_1 (= \lambda_1 / \lambda_F)$ が $\bar{Nu}$ に及ぼす影響を図10に示す。図は $P_1 = 0.002$ および 0.02 の場合であるが、 P_1 が小さい $P_1 = 0.002$ の場合、すなわち

(a) $G_r = 10^5$ (b) $G_r = 10^4$ (c) $G_r = 10^3$

速度ベクトル ← → 等温線

($\phi = +90^\circ$, $\tau = 0.02$)

図9 G_r の影響 図10 $P_1 (= \lambda_1 / \lambda_F)$ の影響

(a) 速度ベクトル図

(b) 等温線図

$P_1 = 0.002$ ← → $P_1 = 0.02$

($\tau = 0.06$, $\phi = +90^\circ$, $G_r = 10^4$)

図11 P_1 が融解層の発達に及ぼす影響

PCMに比べフィンの熱伝導率がかなり大きい場合の方が τ の長い期間 $\bar{Nu}$ が大きい値を示すことが分かる。

図11は図10の $\tau = 0.06$ における速度および温度分布を比較したもので、等温線図より $P_1 = 0.02$ では $P_1 = 0.002$ の場合にくらべ、伝熱面上方の融解層内での高温領域の θ 方向への広がり大きく、固相PCMの融解もかなり発達している。しかし一方、 $P_1 = 0.02$ ではフィン近傍の融解が $P_1 = 0.002$ の場合に比較してかなり小さくなっており、これが図10において P_1 が小さい $P_1 = 0.002$ の方が $P_1 = 0.02$ の場合より $\bar{Nu}$ が大きい値を示す理由である。

4. 結 論

縦フィンを有する伝熱管要素回りのPCMの融解に及ぼす

す自然対流の影響を調べるため、要素の傾き及びグラスホフ数などのパラメータを変えて数値解析を行った。その結果を要約すると次の通りである。

(1) 要素の傾き角 $\phi = +90^\circ$ の場合、伝熱面上及びフィンに沿って強い渦ができ、加熱された液相PCMを直接相界面に運ぶため、固相PCMの融解はかなり速い。平均ヌセルト数 $\bar{N}_u$ は最初時間と共に急激に減少するが、自然対流が強くなる領域では逆に増加する。 $\phi = 0^\circ$ の場合では $\bar{N}_u$ の大きい増加は見られず、時間と共にほぼ一定の領域が長く続く。 $\phi = -90^\circ$ では、加熱面が上部にあり、強い自然対流が生じないため、 $\bar{N}_u$ は時間と共に単調に減少する。

(2) グラスホフ数 $Gr = 10^5$ の場合、自然対流は強く伝熱面及びフィンからの融解層の発達はかなり速く、 $\bar{N}_u$ も長時間大きい値を保つ。 $Gr = 10^3$ では時間が経過しても自然対流は弱く、 $\bar{N}_u$ も低い値を取る。

(3) 液相PCMとフィンの熱伝導率の比 P_1 の値を 0.002 から 0.02 へ 10 倍にするとフィン回りの自然対流が弱くなり、PCMの融解層の発達はかなり遅れ、結果として $\bar{N}_u$ が減少する。

文 献

- (1) Sparrow, E. M., ほか2名, Int. J. Heat Mass Transf., 24-2(1981), 273.
- (2) Bathelt, A. G. and Viskanta, R., Trans. ASME, J. Heat Transf., 103-4(1981), 720.
- (3) Eftekhari, J., ほか2名, Trans. ASME, J. Solar Energy Eng., 106-3(1984), 299.
- (4) 斉藤・ほか3名, 機論, 51-467, B(1985), 2148.
- (5) 笹口・ほか2名, 機論, 52-473, B(1986), 159.
- (6) 笹口・ほか2名, 機論, 52-473, B(1986), 167.
- (7) Ho, C. J. and Viskanta, R., Trans. ASME, J. Heat Transf., 106-1(1984), 12.
- (8) 岡田・機論, 51-461, B(1985), 382.
- (9) Rieger, H., ほか2名, Int. J. Heat Mass Transf., 25-1(1982), 137.
- (10) Rieger, H., ほか3名, Trans. ASME, J. Heat Transf. 105-2(1983), 226.
- (11) 神本・ほか2名, 電子技術総合研究所彙報, 45-11, 12(1981), 71.
- (12) 斉藤, 機械の研究, 38-5(1986), 7.
- (13) Humphries, W. R. and Griggs, E. I., NASA Technical Paper, 1074 (1977).
- (14) Roache, P. J., Computational Fluid Dynamics., (1976), 73, Hermosa Publishers.
- (15) 坂本, 熊本大学修士論文, (1986).