テイラー渦流れの速度と速度変動*

今尾 茂樹^{*1}, 山田 豊^{*1}, 伊藤 基之^{*1}

Velocity Distributions and Fluctuations in a Taylor Vortex Flow

Shigeki IMAO, Yutaka YAMADA, and Motoyuki ITOH

Velocity distributions and fluctuations in a Taylor vortex flow between concentric cylinders in which the inner cylinder rotates (a circular Couette system) are investigated by means of a flow-visualization technique and hot-wire measurements. The experiments are performed up to $Re/Re_c = 10$ in a system where the Reynolds number Re is slowly increased at a constant rate. It is found that both the dimensionless wavelength λ/δ and the number of travelling azimuthal waves become large as the radius ratio r_i/r_0 approaches 1. Wave speed decreases rapidly with an increase in Re and becomes constant; it is smaller than the fluid velocity at the mean radius. The amplitude of waves at the source is larger than that at the sink. The highest peak of the velocity power spectrum does not always correspond to the wave frequency.

Key Words: Fluid Dynamics, Velocity Distribution, Vortex, Wave, Turbulence, Transition, Axisymmetric Flow, Taylor Vortex

1. 緒 言

同心で回転する2円筒間の流れは、軸受の流体摩擦という工業的な面からの研究に始まり、現在では分岐現象、カオスへの過程解明の代表例となっている。それは軸対称性や閉じた系であることなど2円筒という形状の持つ特徴に加えて、乱流に至る過程が他の遷移に比べて緩慢であることに起因している。この遷移過程、特に外円筒が静止し内円筒が回転する場合の研究が多いことは前にも述べたが⁽¹⁾⁽²⁾、スペクトル進化という面からの研究はまだ特定の半径比に限られている。一方、小さな閉じた系であることは、流れの可視化観察が容易で流れ場全体を把握できる反面、渦の構造自身を定量的に調べることを困難としている。それは実験装置の寸法がいずれも小さく、センサとなるプローブの挿入ができないからである。したがって渦の本数や波の変調などに関する研究の数は多いが、速度分布の測定例は少なく、テイラー渦内部の速度や速度変動はまだ十分解明されているとは言えない。また理論的な研究は現在も波動渦流れの一部にとどまってい

る⁽³⁾。そこでこの理論研究を進めるうえでも、テイラー渦内部における速度と速度変動を知ることは重要な役割を果たすと思われる。

本研究では、内円筒が回転する2円筒間の流れにおいて、レイノルズ数をテイラー渦発生からその10倍の値までゆっくりと一定の加速度で増加した場合について、渦の軸方向波長、周方向波数および波の進行速度を流れの可視化より、渦内部の各点の速度および速度変動を熱線流速計により調べ、テイラー渦流れを明らかにした。

2. 記 号

f : 周波数
 f_i : 内円筒の回転周波数
 f^* : 無次元周波数 $= f/f_i$
 f_d^* : dislocationの周波数
 f_i^* : 進行波動の周波数
 m : 周方向波数
 $p(f^*)$: 変動のパワースペクトル
 r : すきま内任意半径
 r^* : 無次元半径距離 $=(r-r_i)/\delta$
 r_i, r_0 : 内円筒および外円筒半径
 r_i/r_0 : 半径比

* 平成元年3月10日 東海支部第38期総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年9月27日。

^{*1} 正員、名古屋工業大学(〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

- Re : レイノルズ数 $= r_i \omega \delta / \nu$
 Re_c : 臨界レイノルズ数
 R^* : レイノルズ数比 $= Re / Re_c$
 V : 主流速度
 V_i : 内円筒の周速度 $= r_i \omega$
 V^* : 無次元速度 $= V / V_i$
 z^* : 無次元軸方向距離 $= z / \delta$
 Γ : アスペクト比 $= (\text{すきま長さ}) / \delta$
 δ : すきま $= r_o - r_i$
 λ : テイラー渦の軸方向波長
 ν : 動粘度
 ω : 内円筒の回転角速度

3. 実験装置および実験方法

実験装置は既報⁽⁴⁾⁽⁵⁾の装置を用いた。諸寸法とテイ

表 1 2円筒の寸法と臨界レイノルズ数

Apparatus	r_o mm	r_i mm	r_i/r_o	Γ	Re_c
1	34.20	32.15	0.940	98	169
2	34.20	30.93	0.904	60	135
3	34.20	29.03	0.849	38	108
4	157.50	149.99	0.952	60	189
5	164.95	149.99	0.909	30	138

図 1 散乱光量測定装置概略

図 2 熱線プローブ送り装置

ラー渦発生の臨界レイノルズ数 Re_c ⁽³⁾ を表 1 に示す。表 1 中の装置 1~3〔文献(4)の図 2〕の外円筒はアクリル製で、水と 30%グリセリン水溶液を使用流体としてアルミニウム粉末による流れの可視化観察および散乱光量測定を行った。散乱光量測定には、Andereck ら⁽⁶⁾と同様にレーザとフォトダイオードを用いた(図 1)。表 1 中の装置 4, 5〔文献(5)の図 1〕はアルミニウム製で、空気を使用流体として熱線流速計によりすきま内の速度を調べた。すきま内での熱線プローブの移動は、図 2 に示す方法で行った。半径方向の移動はマイクロメータによって行い、軸方向の移動は偏心した送り装置を回転することで行った。したがって図に示すように軸方向の移動距離は 13 mm である。本実験の速度測定範囲は、低速では毎秒数 cm にまでなるため、線形化器を用いても十分な線形関係は得られない。そこでオリフィスを用いた検定風洞で得た検定曲線を数区間に分け、曲線ないしは直線で近似し、デジタル化して得られた速度データ 1 点 1 点を速度に変換したうえで平均速度、変動強さ、パワースペクトルを求めた。データは R^* の値に応じて 10~100 Hz で 24 576 点取り込み、スペクトルは 8 192 点で計算して 3 回の統計平均をとった。これら一連のデータ処理はマイクロコンピュータで行った。また内円筒の回転数制御にもマイクロコンピュータを使用した。2円筒流れの実験においては、単にレイノルズ数だけでは流れ状態が決まらず、そのレイノルズ数に達するまでの過程に依存する。そこで本実験ではレイノルズ数をゆっくりと一定の加速度 ($dR^*/dt = 0.2 \text{ min}^{-1}$ ここで t は時間) で増加させた場合について調べた。ちなみに Gorman-Swinney⁽⁷⁾ は、 $dR^*/dt \leq 1.0 \text{ min}^{-1}$ を slowly の条件としている。

図 3 軸方向波長

4. 実験結果およびその考察

4.1 テイラー渦の波長と周方向波数 まず小形装置による流れの可視化と散乱光量変化の結果から述べる。図3はテイラー渦の軸方向波長の変化を示す。テイラー渦発生当初は、すきまが狭い場合を除いて無次元波長 $\lambda/\delta=2.0$ ですきまと同じ間隔の渦が形成される。すきまが狭い場合 ($r_i/r_0=0.940$) に λ/δ の値が渦発生時から2より大きいのは、渦境界の dislocation を伴っており、実際に波長がやや大きいためである。この渦境界の dislocation とはテイラー渦の本数が円周上で変化するもので、半径比が1に近くアスペクト比が大きい場合および同方向回転時のテイラー境界において生じやすい⁽¹⁰⁾。 R^* を増加させると波長は急激に大きくなり、 $R^*=2\sim3$ 付近で最大となったのち次第に減少して一定値へと変化する。すなわち渦の本数は一度減少したのち少し増加して一定となる変化を示す。図3中の Coles⁽⁸⁾ の値も同様である。波長の最大値および一定となる値は半径比に依存し、半径比が1に

図4 軸方向波長と半径比との関係

図5 周方向波数

近いほどいずれの値も大きくなる。 $R^*=10$ における波長を調べてみると、図4のように半径比に対して直線的に変化している。

次に周方向の進行波動について、波数の変化を図5に示す。この周方向波数は Gorman-Swinney⁽⁷⁾ と同様に、2枚の鏡により円筒全周を観察して調べた。 R^* を増加して最初に現れる波数は半径比によらず $m=3$ である。そして周方向の波数は軸方向波長と同様に、あるところで最大となりその後減少する。この波数も半径比が1に近いほどその変化が大きい。図3と図5より、半径が増すほどテイラー渦の本数は減少しやすく周方向の波数は多くなることがわかる。なお波数は $R^*=10$ においていずれの半径比においても $m=4$ となった。

図6は周方向波動の進行速度を示す。この測定にはレーザ散乱光量変化と VTR による目視計測の両者で行ったが、その差は1%以内であった。進行速度の測定は King ら⁽⁹⁾ がすでに行っているが、彼らの測定範囲は R^* が10付近であり、波動発生初期は不明のままである。図6より進行速度は波動の発生初期において急激に減少し、 R^* の増加とともに、すきまが狭い場合はいったん減少した後わずかに増加して一定値へ、すきまが広い場合は単調に減少してゆっくりと一定値へ漸近してゆく。その一定値は一点鎖線で示した King らの値に等しい。また図6中に破線で示した値は次に述べるすきま中央における速度を示す。この速度は軸方向に平均した値である。すきま中央の速度も R^* が1から2にかけて急激に減少し、その後ほぼ一定となるが、一定となった値は波の速度(King らの値を参照)よりもやや大きい。

図6 波の進行速度

図 7 速度および変動強さの分布 ($R^*=0.97$)

図 9 速度および変動強さの分布 ($R^*=1.08$)

図 8 速度および変動強さの分布 ($R^*=1.01$)

4.2 速度分布と速度変動 以下に示す平均速度と変動強さの軸および半径方向分布は、縦軸に平均速度 $\bar{V}$ (●印)と変動強さ $\sqrt{v^2}$ (○印)をいずれも V_i で無次元化した値をとり、横軸には軸方向距離をすきま δ で無次元化した値 z^* (丸で囲んだ英字が図 2 の測定点を示す)ならびに半径方向距離を同じく δ で無次元化した値 r^* をとった。 $z^*=0$ は円筒中央の位置で、 $r^*=0$ は内円筒壁、 $r^*=1$ は外円筒壁である。また速度波形の縦軸は、速度 V を内円筒の周速度 V_i で無次元化した値 V^* をとり、横軸には時間 t を内円筒の回転周期で無次元化した値 t^* をとった。よって $t^*=1$ は内円筒が 1 回転する時間に相当する。パワースペクトル(以下スペクトルと略す)の縦軸はパワー $p(f^*)$ を対数で、横軸は周波数 f を内円筒の回転周波数 f_i で無次元化した値 f^* で表した。

図 7 は $r_i/r_o=0.952$ でテイラー渦が発生していない $R^*=0.97$ の状態である。速度は軸方向に変化が見られず、半径方向の分布は図 7 中に書き入れた層流の理論値と一致している。ただし流速が低く壁面近くでは補正も必要なため、半径方向分布に縦線で示す不確実な範囲を有する。図 8 は $R^*=1.01$ でテイラー渦発生直後の流れである。速度の軸方向分布より渦の存在が知られる。本装置では軸方向の移動距離が 13 mm、すきまが 7.51 mm であるので、テイラー渦のほぼ 1 波長分移動できる。ここではⓐの位置付近に外円筒へ向かう渦の吐出し境界が存在すると思われる。これは吐出し境界において回転している内円筒側の高速の流体が

図 10 速度波形およびパワースペクトル ($R^*=1.08$)

吐出され、吸込境界において静止した外円筒側の低速の流体が入り込むため、吐出し境界で速度が大きく、吸込境界では小さくなるからである。このとき吐出し側と吸込側で速度に 28% の差を生じている。図 8 の右の二つの図は、吐出しおよび吸込境界と思われる位置での半径方向分布で、テイラー渦によって吸込側で層流の理論値よりも全体に小さく、吐出し側で大きく、両者はほぼ反転した分布形となっている。なおこの半径比においては前述の渦境界の dislocation を生じやすい。したがって何回もの測定の中にはこの dislocation の影響を受けて渦境界の位置がずれた場合も生じた。

図 9, 10 は $R^*=1.08$ でちょうど波動境界に達した状態である。図 9 の軸方向分布の速度差は $R^*=1.01$ の場合より大きくなり、渦の循環が強まったことを示している。半径方向分布を見ても、層流理論値からのずれが大きくなっている。○印で示した変動強さが、吐出し境界側(ⓐの位置付近)の内円筒側でかなり大きくなっているが、これは図 10 の速度波形からわかるように波動の発生によるものである。一方、吸込境界側(ⓒの位置付近)では、このとき波動があまり検知されず変動は小さい。すなわち波動は吐出し境界側の内円筒側から発生することがわかる。そして注意深い可

視化観察より、波動は発生後も吐出し境界側が吸込境界側より大きな振幅を持っていることがわかった。またスペクトルには、波動の周波数 f^* および内円筒の回転周波数 f_i^* とそれらの調和のピークが見られる。

図 11, 12 は $R^*=1.21$ で dislocation の存在する状況を示す。速度波形から④と⑤の位置は dislocation が存在する渦内にあり、⑥は隣の渦内と考えられる。スペクトルの f_i^* のピークがこの dislocation に対応するもので波形にもその周期を見ることができる。 f_i^* の値は 0.5 弱で、dislocation は内円筒の約半分の速度で回転している。また dislocation の影響はそれが存在する渦内部に限られ、すぐ隣の渦では速度波形およびスペクトルに見るようほとんど影響を受けないこともわかる。なおこのときの軸方向の④から⑥にかけての位置で速度変動がかなり大きく、速度波形からも流れが乱れているように見えるが、レイノルズ数はまだ小さく、可視化観察でも dislocation の位置を除いて特に乱れた様子はない。したがって平均速度の半径方向分布は層流理論値に近い値となっている。

$R^*=2, 4, 8$ の結果を図 13, 14 に示す。速度の半径方向分布は、 R^* の増加とともに次第に中央が平たんな分布へと変化している。軸方向分布は示していないが全域が平たんな分布となる。図 14 の速度波形とそのスペクトルを見ると、 R^* が 2 と小さくても速度波形は

かなり乱れ、スペクトルのレベルも全体に高くなっている。これは R^* を増加したときに、スペクトル進化⁽³⁾で表されるカオスへの進行よりも、dislocation によるかく乱が大きく影響し、流れがより早く乱れるため、後に述べる dislocation の発生しないすきまの広い場合(図 21)と比較してみると明らかである。したがって半径比が 1 に近い場合においては dislocation が引き金となってより早く乱流化を引き起こしているといえる。

図 15 以降は $r_i/r_0=0.909$ の場合を示す。図 15 は図 7 と同様にテイラー渦発生前の状態で、理論値と一致した分布が得られた。図 16 は $R^*=1.11$ で、波動のないテイラー渦が発生している。ここではすきまが先の場合のほぼ 2 倍あるため、軸方向にはテイラー渦の半波長弱しか測定できない。図 16 は $r^*=0.5$ における速度の軸方向分布が層流理論値 0.5 より大きいことから吐出し境界付近と考えられる。この理論値からのずれは前述のすきまの狭い場合(図 9)よりもかなり大きいことが半径方向分布からもわかる。

図 17 は $R^*=1.54$ で波動テイラー渦状態である。この半径比では dislocation は発生せず、規則的な波形がすべての測定点で得られた。速度の軸方向分布を見ると図 16 の $R^*=1.11$ の場合と渦境界の位置が異なっており、渦の吐出しと吸込みの中間部分をとらえてい

図 11 速度および変動強さの分布 ($R^*=1.21$)

図 13 速度および変動強さの分布 ($R^*=2\sim 8$)

図 12 速度波形およびパワースペクトル ($R^*=1.21$)

図 14 速度波形およびパワースペクトル ($R^*=2\sim 8$)

と思われる。渦境界の位置がずれたのは、 R^* の増大で渦の本数が減少したためである。変動強さは吐出しと吸込境界の中央で最も大きくなっている。これは図18の速度波形からわかるように、プローブと渦境界の位置関係によって、速度が規則正しい正弦波としてとらえられる場合と振幅の異なる二つの波の合成のようにとらえられる場合があるからである。そしてこのことはスペクトルを見ると、波動の周波数が必ずしも最大のピークを持った線スペクトルとならないことを意味し、波動の周波数の決定には注意を要する。ここでは㉔と㉕の位置のスペクトルは f^* が最大となっているが、㉖の位置では $2f^*$ が最大となっている。

図19, 20は $R^*=2, 4, 8$ における速度と変動強さの分布を示す。軸方向の速度差は $R^*=1.98$ では大きく、 R^* が4以上になるとあまり見られなくなる。これは $R^*=1.98$ では波動の振幅が小さく、隣り合った吐出しと吸込みの両境界が同じ位置を通過することはないのに対して、 R^* が大きくなると、Bustら⁽¹¹⁾の報告にあるように波動の振幅が増大し、吐出しと吸込み両境

界の波動が重なるようになり、その結果速度が平均化されるためである。

図21は $R^*=4.08$ における速度波形とスペクトルを示す。dislocationは発生しないため乱れはなく、速度変動は波動によるものだけである。 $z^*=0$ (㉔)の位置の速度波形から吐出し吸込み両境界の波動が重なり合っていることがうかがえる。そしてスペクトルは、 $R^*=1.54$ の場合と同様に測定位置によっては $2f^*$ のほうが高いピークとなる。

5. 結 論

内円筒が回転する2円筒間の流れにおいて、レイノ

図17 速度および変動強さの分布 ($R^*=1.54$)

図15 速度および変動強さの分布 ($R^*=0.91$)

図16 速度および変動強さの分布 ($R^*=1.11$)

図18 速度波形およびパワースペクトル ($R^*=1.54$)

図19 速度および変動強さの分布 ($R^*=2\sim 8$)

図20 速度および変動強さの分布 ($R^*=2\sim 8$)

図 21 速度波形およびパワースペクトル ($R^*=4.08$)

ルズ数をテイラー渦発生からその 10 倍の値まで一定の加速度で増加した場合における渦の軸方向波長, 周方向波数および波の進行速度を小形装置で流れの可視化により, 渦内部の各点の速度と速度変動を大形装置で熱線流速計により調べ, 以下の点を明らかにした.

(1) レイノルズ数の増大とともに, テイラー渦の本数はいったん減少したのち逆にやや増加する. 周方向波数はいったん増加したのち徐々に減少する. この変化は半径比が 1 に近いほど(すきまが狭いほど)顕著となる.

(2) 周方向波動の進行速度は波動の発生初期に急

激に減少し, その後一定となる. 一定となった値はすきま中央における平均速度よりも小さい.

(3) 周方向波動は吐出し境界側でより早く発生し, 波動の振幅は外円筒へ向かう渦の吐出し境界側の方が吸込境界側よりも大きい.

(4) 半径比が 1 に近い場合には渦境界の dislocation が引き金となってすきまが広い場合より早く乱流化を引き起こす.

(5) 速度変動のスペクトルは, 測定位置によっては波動の周波数が必ずしも最大のピークとならない.

おわりに, 本実験に協力された当時名古屋工業大学大学院学生の木下健君はじめ卒研生諸君に感謝する.

文 献

- (1) 山田・今尾, 機論, 52-484, B(1986), 3829.
- (2) 主査 山田, 回転場の流動機構に関する調査研究分科会成果報告書, (1988), 4.
- (3) Diprima, R. C. and Swinney, H. L. (Swinney, H. L. and Gollub, J. P., ed), *In Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence*, (1981), 139, Springer.
- (4) 山田・ほか 2 名, 機論, 47-420, B(1981), 1494.
- (5) 山田・ほか 3 名, 機論, 51-461, B(1985), 271.
- (6) Andereck, C. D., ほか 2 名, *Phys. Fluids*, 26-6(1983), 1395.
- (7) Gorman, M. and Swinney, H. L., *J. Fluid Mech.*, 117(1982), 123.
- (8) Coles, D., *J. Fluid Mech.*, 21-3(1965), 385.
- (9) King, G. P., ほか 4 名, *J. Fluid Mech.*, 141(1984), 365.
- (10) 今尾・ほか 2 名, 流れの可視化, 8-Suppl., (1988), 3.
- (11) Bust, G. S., ほか 2 名, *Phys. Fluids*, 28-5(1985), 1243.