直線燃料液滴流の燃焼特性の理論的研究*
(液滴干渉による非定常効果)梅 村 章*¹, 大 竹 隆*²Theoretical Study on the Combustion Characteristics
of Linear Fuel Droplet Streams
(Unsteady Effect Enhanced by Interdroplet Interaction)

Akira UMEMURA and Takashi OHTAKE

The combustion process of linear fuel droplet streams is analyzed by the method of matched asymptotic expansions based on an appropriate mathematical model. The interdroplet interaction enhances the unsteadiness involved, through which different properties from the single droplet case appear. The droplet lifetime, which lengthens with decreased spacing between droplets, may depend significantly on the ambient gas condition. When droplets move faster than the ambient gas, the droplet lifetime increases in proportion to the velocity difference in the lowest order of approximation.

Key Words: Droplet Combustion, Spray Combustion, Interaction, Unsteady Effect, Combustion Time, Asymptotic Analysis

1. 緒 言

噴霧燃焼では霧滴間の集団的干渉が噴霧の全体的な燃焼特性を決定する上で重要な因子になっている。したがってこれまでも液滴干渉効果に関する基礎的な実験的ならびに理論的研究が数多く行われてきており、初期の静止大気中での2個の液滴の燃焼過程を対象にした最も簡単な場合^{(1)~(4)}から発展して、最近では燃料液滴雲^{(5)~(7)}あるいは直線燃料液滴列^{(8)~(11)}など、より現実的なものが対象になってきている。

Sangiovanni-Labowsky⁽⁹⁾は、高温酸化気体中に射出された同一の燃料液滴の直線列の燃焼において液滴間の相互干渉が各液滴の燃焼時間に及ぼす効果について調べた。実験では液滴の間隔はかなり広範囲にわたって変化させられ、液滴間隔と燃焼時間の関係が測定された。液滴間隔の減少に伴って各液滴の燃焼時間は単調に増大し、特に、間隔が液滴径の2倍程度の時には単一液滴の場合に比べて燃焼時間がほぼ倍になることが示された。さらに、このような液滴干渉効果による燃焼時間の増大はもっぱら液滴間隔に依存し、燃

料の種類ならびに周囲の気体の条件には依存しないことが確かめられた。この事実は液滴干渉の燃焼特性への影響が対象としている液体燃料の無次元幾何学的特性量によってのみ決まってしまうことを意味しており、既にこれまでの多体液滴燃焼の準定常解析の統一理論などによって明らかにされているところである。直線液滴列に対する同様な実験は、後に小西ら⁽¹¹⁾によっても行われた。彼らはより密な実験によって火炎の挙動についても調べ、液滴間隔と液滴列の燃焼状態の関係について論じている。それによれば、液滴間隔の減少とともに燃焼状態は個別燃焼から集団燃焼へと移行し、それに伴って火炎直径が急激に増大し燃焼速度定数が激減することが明らかになった。

本報は小西らの実験結果に理論的考察を加えたものであり、液滴干渉の幾何学的依存性に着目して、直線液滴列の燃焼実験を少し異なった観点から見直し、適当な数学モデルに基づいて液滴干渉効果に関する新たな知見を求めようとするものである。

主 な 記 号

 a : 無次元液滴半径 B : 輸送数 c_p : 気体の定圧比熱

* 平成元年3月23日 関西支部第64期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年5月6日。

*¹ 正員、山形大学工学部 (〒992 米沢市城南4-3-16)。

*² 学生員、山形大学大学院。

D : 気体の拡散係数
 L : 燃料の蒸発熱
 l : 無次元液滴間隔
 M : 湧源項
 m : 無次元質量蒸発速度
 r : 無次元動径座標
 T : 無次元温度
 t : 無次元時間
 t_b : 無次元燃焼時間
 V_d : 液滴速度
 V_g : 気流速度
 $\tilde{v}$: 無次元擾乱速度
 W : 分子量
 Y : 質量分率
 z : 無次元軸座標
 β : Shvab-Zeldovich 関数
 γ : オイラー数
 ϵ^2 : 気液密度比
 λ : 気体の熱伝導率
 ν : 化学量論係数
 ρ : 無次元密度
 ϕ : 質量流束ポテンシャル

下添字

F : 燃料
 f : 火炎面
 O : 酸素
 S : 液滴表面
 ∞ : 無限遠
 $*$: 液相

2. 解 析

2.1 問題の設定 小西らの実験では、液滴流発生装置より射出される微小燃料液滴はバーナ上に保持される火炎によって点火されたのち、大気あるいは高温燃焼ガス中を一定間隔で直線的に並んで飛行しながら燃焼する。点火用火炎のみによって生ずるバーナ中心軸上での空気温度は点火位置を過ぎると急激に低下し、またガス流速は、なだらかに増加して最大値を示したのち、わずかに減少して広い範囲にわたってほぼ一定である。この実験で実現される直線燃料液滴流の軸対称定常燃焼場を解析するのに、以下に述べるようなモデルを考える。

各液滴は初期半径 a_0 を持って噴出され、燃焼期間中一定速度 V_d で直進すると仮定する。 $Z=0$ で着火してから液滴が燃焼しつくすまでに移動する距離 Z_b は、

液滴の燃焼時間 t_b として $Z_b = V_d t_b$ で与えられる。単位時間に射出される液滴の数を n とする。液滴中心の間隔は $l = V_d/n$ となるから、液滴流を構成する液滴の総数は $N = Z_b/l = n t_b$ である。ここでは $N \gg 1$ とする。液滴流の中心軸 (Z 軸) から測った火炎までの最大距離を $r_{f,\max}$ とする。相対速度の影響を取り除くために周囲の気体も同じ非擾乱速度 $V_g = V_d$ で流れているものとする。この場合、燃焼時間 t_b は速度 V_d と一応無関係であると考えられるから、 V_d の値を大きく取ることによって $r_{f,\max} \ll Z_b$ なる状況を作ることができる。ちなみに、この条件に近い小西らの実験例では、上に現れた諸量の数値は次のようになっている。 $V_d = 0.524(\text{m/s})$, $a_0 = 100(\mu\text{m})$, 強い干渉にさらされた液滴の燃焼時間 t_b は、単一液滴に対する燃焼速度定数より見積もった値 $72(\text{ms})$ より大きくなり、したがって、 $Z_b = 37.7(\text{mm})$ である。最大火炎半径が初期液滴半径の数十倍に達するとして、 $Z_b/r_{f,\max}$ は 10 以上である。また液滴数は間隔が $2a_0$ の 10 倍の時には数十程度になる。

このような細長い直線液滴流の定常燃焼場では、液滴列から適当に離れた位置においていわゆる境界層形の単純な場になっているであろう。半径方向の変化が初期液滴半径 a_0 の尺度で起きるのに対して、軸方向の変化は液滴流の長さ $Z_b (\gg a_0)$ の尺度で起きるので、後者は前者に比べて無視できる。このことは、また暗に隣接した液滴が互いに同じような状況のもとにあることを意味している。したがってある一つの液滴に乗って観察したとすれば、対称性より面 $z = \pm l/2$ を通して熱物質の輸送がない。すなわち、各液滴に付随した領域 $-l/2 \leq z = Z - V_d t \leq l/2$ は、それぞれ孤立系をなしており、そこでの時間的変化を追うことによって空間場の構造を知ることができる。このようにして問題は静止酸化気体中での一つの液滴の燃焼過程の解析に還元される。単一液滴問題との相違点は単に空間が一部限られている点だけであり、この場合液滴間の相互干渉は面 $z = \pm l/2$ での断熱条件によって具現されることになる。明らかに液滴間隔 l の値が大きくなれば、液滴の燃焼は単一液滴の場合と同じになる。逆に、小さな l では火炎が面 $z = \pm l/2$ に達するようになる。この時には火炎が隣接した液滴を取り巻いて存在するわけで、集団燃焼状態を表す。

以下、液滴の一生において時刻 $t=0$ を点火直後に取る。また、円筒座標系 $O-rz$ の原点を液滴の中心位置におく。解析は単一液滴の場合⁽¹²⁾⁽¹³⁾と同様に接合漸近展開解法を用いて行えるが、いくつかの点で基本的に異なった様相が現れる。使用する簡単化のための仮

定は従来単一液滴の燃焼解析に用いられてきたものと同じである⁽¹⁴⁾。特に、気相ではルイス数 $Le = \lambda / \rho c_p D = 1$ と仮定する。また、火炎は火炎面近似によって記述できるものとする。初期の液滴の加熱過程については考えない。また、解析に用いる主な無次元変数の定義は次のとおりである。非擾乱値で除した混合気の温度と密度を T および ρ で表す。燃料蒸気および酸素の質量分率を Y_F , Y_O とする。座標 (r, z) および各瞬間の液滴半径 a は初期液滴半径 a_0 で無次元化されているものとする。無限静止酸化気体中での単一液滴の燃焼時間は、零囲気気体と液滴の密度化

$$\varepsilon^2 = \frac{\rho_\infty}{\rho^*} \dots\dots\dots (1)$$

に逆比例することが知られている。そこで、無次元時間 t を $a_0^2 / \varepsilon^2 D$ を基準にして作る。混合気の流速 $\vec{v}$ は系の特性速度 D/a_0 で無次元化されているものとする。

2.2 基礎方程式 気相での熱物質輸送を支配する無次元保存方程式は次のように表き表せる。

総括質量：

$$\varepsilon^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

エネルギー、燃料および酸素：

$$\varepsilon^2 \frac{\partial (\rho \beta)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \vec{v} \beta - \nabla \beta] = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ただしここに β は

$$\beta_T = T + \frac{1}{W_O \nu_O} \frac{H}{c_p T_\infty} Y_O \dots\dots\dots (4 \cdot a)$$

あるいは

$$\beta_F = Y_F - \frac{W_F \nu_F}{W_O \nu_O} Y_O \dots\dots\dots (4 \cdot b)$$

によって定義される Shvab-Zeldovich 関数であり、気相中どこでも滑かな連続関数である。したがってこの関数の使用により火炎面での境界条件は考える必要がない。仮定している火炎面近似のもとでの各瞬間の火炎の位置は方程式 $\beta_F(r, z; t) = 0$ を解いて求まる。ここでは火炎での1段階不可逆反応を想定しており、下添字 F および O で識別される燃料および酸素の分子量ならびに化学量論係数をそれぞれ W および ν で表している。また、 H は反応による発熱量である。方程式系を閉じるには上の保存方程式に加えて、さらに状態方程式 $\rho T = 1$ が必要である。

無限遠 $r \rightarrow \infty$ で

$$\rho = T = 1, \quad \vec{v} = 0, \quad Y_O = Y_{O\infty} \dots\dots\dots (5)$$

また、 $z = \pm l/2$ で

$$\nu_z = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial Y_F}{\partial z} = \frac{\partial Y_O}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

でなければならない。液滴表面 $\sqrt{r^2 + z^2} = a(t)$ では次の条件が満足されなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \rho v_n &= -(1 - \varepsilon^2 \rho) \frac{da}{dt} \\ \frac{\partial T}{\partial n} &= \rho \left(T_s + \frac{L}{c_p T_\infty} \right) \left(v_n - \varepsilon^2 \frac{da}{dt} \right) \\ \frac{\partial Y_F}{\partial n} &= -\rho (1 - Y_{FS}) \left(v_n - \varepsilon^2 \frac{da}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに n は、液滴表面での外向き法線方向を表す。表面での温度 T_s と燃料蒸気質量分率 Y_s は、相平衡条件（クラジウスクラペイロンの式）によって結び付けられている。 L は燃料の蒸発熱である。

2.3 近傍場 上記の方程式系を微小パラメータ ε に関する摂動展開法によって解く。座標 (r, z) が $O(1)$ の値を取る液滴の近傍では、上の式において $\varepsilon = 0$ と置いたものが支配方程式になる。真の解を ε のべき級数に展開したとすれば、この近似方程式によって記述されるのは $O(\varepsilon^2)$ 未満の項までである。

z 軸上に間隔 l で並んだ同一液滴の無限列を考えることによって境界条件(6)を満足させる。Umemura⁽³⁾によれば、同一界面状態 (T_s, Y_{FS}) にある任意液滴群に対する準定常解は次のように与えられる。すなわち、

$$\rho \vec{v} = \nabla \phi, \quad \nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (8)$$

を満足するポテンシャル ϕ において、付加定数の任意性を利用して液滴表面上で $\phi = 0$ となる解を求めたとすると、液滴表面での境界条件(7)を満たす関数 β は

$$\beta = P + Q e^\phi \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$P_F = 1, \quad Q_F = -(1 - Y_{FS}) \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。また着目する液滴の無次元質量蒸発速度 m は表面積分

$$m = -4\pi a^2 \frac{da}{dt} = \oint \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \dots\dots\dots (11)$$

によって算出される。したがって、問題は関数 ϕ の構成に還元されたことになる。ここでは以下に述べる方法に従って ϕ の近似解を求める。

一般解を次の展開式に書き表すことができる。

$$\phi = KF$$

$$F = C_0 + f + \frac{a^2}{2!} C_2 \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{a^4}{4!} C_4 \frac{\partial^4 f}{\partial z^4} + \dots\dots\dots (12)$$

ここに因子 K ならびに係数 $C_0, C_2, \dots$ は一般に時間 t の関数になる。さらに

$$f = \frac{a}{\sqrt{r^2 + z^2}} + a \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - nl)^2}} \right]$$

$$+\frac{1}{\sqrt{r^2+(z+nl)^2}}-\frac{2}{nl}\Bigg] \dots\dots\dots (13)$$

と置いている。これより

$$a\frac{da}{dt}=K \dots\dots\dots (14)$$

を得る。未定係数 C は式(12)が液滴表面上の任意の点で零にならなければならない条件より定められる。それには f およびその導関数の無限和部分を原点のまわりにテーラー展開すればよい。 $a < l$ であるから、この展開は常に可能である。特に $C_0 = -1 + O((a/l)^0)$ また C_n は $O((a/l)^{n+1})$ の大きさの量になる。

無限遠での境界条件は次節で取扱う遠方場との接合条件によって置き換えられる。その際、解(12)の $r \rightarrow \infty$ での漸近形が必要になるので、これを次に次めておく。 $r \gg l > z$ に対して式(13)は

$$f \simeq \frac{a}{r} + \frac{2a}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{l}\right)^2 + n^2}} - \frac{1}{n} \right] \\ \simeq \frac{a}{r} + \frac{2a}{l} \ln \frac{l}{r} \dots\dots\dots (15)$$

と近似できる。よって

$$\phi \simeq K \left[-1 + \frac{a}{r} + \frac{2a}{l} \ln \frac{l}{r} \right] \dots\dots\dots (16)$$

2.4 遠方場 液滴の燃焼の影響は時間をかけて遠方に広がっていくから、液滴から遠く離れた位置では非定常項が無視できなくなる。この効果が強く効く領域は、式(3)で非定常項と拡散項が釣り合う条件より、 $O(\varepsilon^{-1})$ 以上の距離であることが知れる。そこで遠方場に対しては伸長座標

$$\tilde{r} = \varepsilon r \dots\dots\dots (17)$$

を用いるのが自然である。座標 z に対しても同様な操作が行える。しかし、 $l > \varepsilon^{-1}$ の場合には、各液滴間に割り込んで無擾乱領域が存在する形になって液滴間の干渉は起こらない。したがって、干渉効果を問題にしているここでは、座標 z の伸長は考えなくてもよい。

遠方では非擾乱値からのずれは微小である。熱力学変数を非擾乱値のまわりに展開し次のように置く。

$$T = 1 + \tilde{T}_1 + \dots, \quad \rho = 1 + \tilde{\rho}_1 + \dots \\ Y_0 = Y_{0\infty} + \tilde{Y}_1 + \dots \dots\dots (18)$$

連続の式(2)より速度 $\vec{v}$ は $O(\varepsilon \tilde{\rho}_1)$ の量になることが知れる。したがって式(3)は最低次の近似において

$$\frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial t} - \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \tilde{r} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial \tilde{r}} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

となる。無限遠で $\tilde{\beta}_1 = 0$ となるこの方程式の解は、中心軸 $\tilde{r} = 0$ 上に分布した時間的に変化する湧き出し $M(t)$ を考えることによって求めることができ

$$\tilde{\beta}_1 = \int_0^t \frac{e^{-(\tilde{r}^2/4(t-t'))}}{4\pi(t-t')} M(t') dt' \dots\dots\dots (20)$$

となる。この解の $\tilde{r} \rightarrow 0$ での漸近形を求める。それには、同式を

$$\tilde{\beta}_1 = \int_0^t e^{-\tilde{r}^2/(4t')} \frac{M(t-t') - M(t)}{4\pi t'} dt' \\ + \frac{M(t)}{4\pi} \int_{\tilde{r}^2/4t}^{\infty} \frac{e^{-\sigma}}{\sigma} d\sigma \dots\dots\dots (21)$$

と変形した後において微小な $\tilde{r}^2/4t$ で展開する。

$$\tilde{\beta}_1 = \beta - \beta_{\infty} \simeq -2 \frac{M(t)}{4\pi} \ln \tilde{r} + \Delta\beta_{\infty} + O(\tilde{r}^2) \\ \Delta\beta_{\infty} = \Omega_a + \Omega_t \\ \Omega_t = -\frac{M(t)}{4\pi} [\gamma - 2 \ln 2 - \ln t] \\ \Omega_a = \int_0^t \frac{M(t') - M(t)}{4\pi(t-t')} dt' \dots\dots\dots (22)$$

$\tilde{r} \sim O(\varepsilon)$ に対してこれが正しく成り立つためには、考えている時間は $t \gg \varepsilon^2$ でなければならない。

2.5 燃焼特性 上の2節で求めた内部解と外部解の接合条件より解を決定しよう。内部解領域と外部解領域が重なる部分で両解は $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限で一致しなければならない。そこで、式(16)を式(17)の変換を施した後式(9)に代入すると

$$\beta \simeq P + Q e^{K[-1 + (\varepsilon a/\tilde{r}) + (2a/l)(\ln \varepsilon l - \ln \tilde{r})]} \dots\dots\dots (23)$$

が得られる。この表示式は実際上 $O(\varepsilon)$ の近似までなりたち、 K および a は一般に t の関数になる。極限 $\varepsilon \rightarrow 0$ で式(23)の右辺は β_{∞} に一致しなければならない。そのためには K はたかだか $(\ln \varepsilon l)^{-1}$ のオーダーでなければならないことがわかる。すなわち、

$$K = \frac{-\ln(1+B)}{1 - \frac{2a}{l} \ln \varepsilon l} \dots\dots\dots (24)$$

ここに B はいわゆる輸送数であり

$$B = \frac{\frac{W_F \nu_F}{W_0 \nu_0} Y_{0\infty} + Y_{FS}}{1 - Y_{FS}} = \frac{c_p(T_{\infty} - T_s)}{L} \\ + \frac{H}{L} \frac{Y_{0\infty}}{W_0 \nu_0} \dots\dots\dots (25)$$

によって与えられる。式(14)に式(24)を代入して積分すると

$$\frac{1-a^2}{2} - \frac{2(1-a^3)}{3l} \ln \varepsilon l = t \cdot \ln(1-B) \dots\dots\dots (26)$$

となる。これより燃焼時間 t_b の準定常値は

$$t_b^{(0)} = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4}{3l} \ln \varepsilon l \right)}{\ln(1+B)} \dots\dots\dots (27)$$

と求まる。

式(26)より算出される液滴半径の時間的変化を図1に示す。図では“ d^2 ”法則との関連を見るために半径 a の代わりに二乗値 a^2 が取ってある。パラメータ $l \rightarrow \infty$

は単一液滴の場合に相当し、“ d^2 ”法則が成り立っている。液滴間隔 l の減少とともに相互干渉が効き、蒸発速度が低下して燃焼時間が長くなっていく。極限値は、液滴列の代わりに円柱状の燃料液体を考えた場合で、その結果が図で $l=0$ として示してある。この極限状況においても再び“ d^2 ”法則が成り立つが、その傾きは単一液滴の場合と比べて $(-\ln \epsilon)^{-1}$ 倍小さい。

干渉係数を、液滴の燃焼速度定数を用いて、単一液滴の準定常値に対する比として定義する。図2に $\epsilon = 0.0179$ と取って式(27)から求めた干渉係数の液滴間隔に対する依存性を実線で示してある。図には、後に述べる非定常効果を考慮した結果とともに小西らの実験結果も記入してある。グループ A, B, C は零囲気が空気である場合であり、A は液滴と零囲気の間にほとんど相対速度がない場合、B, C はその順番に従って相対速度が大きくなっている。グループ D は零囲気が燃焼ガスの場合であり相対速度はほぼ B と同じである。

以上は直線液滴に対する“準定常解”から求めた燃焼特性であるが、以下に非定常効果について調べることにする。

解(22)と(23)の展開式で関数 $\ln \tilde{r}$ の係数を等置して M が定まる。

$$\frac{M}{4\pi \left(1 + \frac{W_F \nu_F}{W_O \nu_O} Y_{O\infty}\right) \ln(1+B)} = \frac{\frac{a}{l}}{1 - \frac{2a}{l} \ln \epsilon l} \quad \text{.....(28)}$$

上式に式(26)から求めた a を代入した時の M の時間的変化を図3に示す。 M は単位時間、単位長さ当たりの液滴流の燃料蒸気あるいは酸素の消費量に対応し、図から液滴間隔の減少に伴って増大するのがわかる。しかも液滴の寿命の末期を除いて時間的変化率が鈍くなっているのが注目される。

式(28)を(22)に代入して補正值 $\Delta\beta_\infty$ が求まる。この計算において最後の式の右辺第1項の積分は、式(26)を用いて積分変数を t から a に変換して次のように計算される。

$$\begin{aligned} \omega_a &= \frac{\Omega_a}{\left(1 + \frac{W_F \nu_F}{W_O \nu_O} Y_{O\infty}\right) \ln(1+B)} \\ &= \frac{-3}{2(\ln \epsilon l) \left(1 - \frac{2a}{l} \ln \epsilon l\right)} \int_a^1 \frac{a' da'}{a'^2 + \Gamma a' + \Gamma a} \end{aligned} \quad \text{.....(29)}$$

ただしここに

$$\Gamma = a - \frac{3l}{4 \ln \epsilon l} \quad \text{.....(30)}$$

と置いている。 Ω_i に対しても ω_i を ω_a と同様に定義する。

非定常項による修正を加えたときの燃焼時間は次のように求まる。式(14)より

$$-\left(1 - \frac{2a}{l} \ln \epsilon l\right) a \frac{da}{dt} = \ln(1+B) [1 - \omega_a - \omega_i] \quad \text{.....(31)}$$

これを $0 \leq a \leq 1$ にわたって積分して

$$t_b^{(0)} = t_b - \int_0^{t_b} (\omega_a + \omega_i) dt \quad \text{.....(32)}$$

を得る。ここで $t_b = t_b^{(0)}(1 + \delta)$ と置くと

$$\delta = \frac{1}{t_b^{(0)} \ln(1+B)} \left[k_a + k_i - \frac{1}{3l} \ln \ln(1+B) \right] \quad \text{.....(33)}$$

図1 液滴表面積の時間的変化

図2 干渉係数

図3 湧源項の時間的変化

が微小な δ に対して成り立つ。ただし

$$\left. \begin{aligned} k_a &= \ln(1+B) \int_0^{t_b^{(0)}} \omega_a dt \\ k_t &= \ln(1+B) \int_0^{t_b^{(0)}} \omega_t dt + \frac{1}{3l} \ln \ln(1+B) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

準定常解によれば干渉係数は零囲気条件に無関係である。しかし、式(22)と(31)を見てわかるように、 $O(1)$ の記述においても非定常項を通して $\ln(1+B)$ の形で零囲気条件の影響が入ってくる。もし $B < e-1$ であれば、 $\ln \ln(1+B) < 0$ であるから、このとき燃焼時間は準定常値より長くなり得る。その寄与には因子 $1/l$ が掛かっているから、液滴間隔が大きくなれば消失する。図4に式(33)で定義されている量の l に対する依存性を示す。図の二つのグラフを足しあわせたものは、液滴間隔が小さいときには燃焼時間を増大させ、液滴間隔が大きくなると単一液滴と同様燃焼時間を縮める方向に働くことがわかるが、その寄与はたかだか数パーセントである。そこでこれらを無視して、 B の寄与のみ取り上げて干渉係数の準定常値からの補正を行った一例 ($B=0.5$) が図2の破線の曲線である。もちろん、この寄与が十分大きくなる場合には、本稿の解法はそのまま適用できないが、オーダリングをしないで、内外部解の接合条件を M と K に対する微積分方程式に換えることによって解決される。

火炎面位置の時間的变化は非定常項を加えた式で $\beta_F=0$ を解いて求まる。火炎が内部領域に存在するとすると、その式は式(12)の F を用いて次のように表せる。

$$F = \left[\left(\frac{a}{r_f} \right)_{Q_{S, \text{single}}} - 1 \right] \times \left[1 - \frac{2a}{l} \ln \epsilon l \right] (1 + \omega_a + \omega_t) \dots\dots\dots (35)$$

図5に l をパラメータにとって $z=0$ の位置での r_f および r_f/a の時間的变化を示す。計算ではエタノール燃料を例にとって $(r_f/a)_{Q_{S, \text{single}}} = 5$ と取った。図は $O(1)$ での火炎の挙動を描いているので、いずれの場合も最終的に単一液滴の準定常値に入るようになっている。しかし、 $O(\epsilon)$ の近似まで考えたときには、液滴の完全蒸発後の残留燃料蒸気の燃焼も記述されることになるので、最後は急速に発散する。小西らの実験結果では単一液滴の燃焼時間の約半分にあたる時間範囲の初期の火炎の挙動が示されている。それと比較すると、 l の増大とともに r_f/a の値が全体的に大きくなっている点で一致しているものの、初期の値に食違いが見られる。これは本計算では、初期において強く効く $O(\epsilon)$ の項が無視されているためである。

2・6 相対速度効果 最後にこれまで行ってきた解析を、液滴と周囲気体との間に相対速度 ($V_d - V_g$) が存在する場合に拡張しておこう。よく知られているように、単一液滴の場合には相対速度の存在は燃焼速度を増加する方向に作用する。これは、上流の新鮮な空気の衝突により火炎が液滴に接近し促進された熱物質輸送能が後方の逆効果を上回るからである。この問題の解析は速度場そのものが効いてくるので容易でない。しかし、長い液滴列を考えるとときには事情が異なってくるであろう。後方の液滴は前方の液滴の後流の中にあつて、周囲の温度や濃度場の変化は緩やかになっており、それに見合ったスケールの運動だけが重要である。また、各液滴の燃焼に関連した熱物質輸送は主として半径方向のものによって律速され、軸方向の相対速度の寄与はこの輸送においては単に位相遅れとしてしか効いてこないと考えられる。実際、軸方向の速度変化 $\partial v_z / \partial z \sim (V_d - V_g) / Z_b$ と半径方向の $\partial v_r / \partial r$

図4 修正因子

図5 火炎の挙動

$\sim v_r/r$ の釣合いより $v_r \sim (V_d - V_g)(r/Z_b)$ であり, $r \ll Z_b$ では v_r の効果は無視できるからである。

このような描像を基に改めて問題を定式化する。上記の理由により、液滴の近傍では 2・2 節の解がそのまま使える。相対速度の影響は遠方場との相互作用を通して入ってくる。実験との関連でこの点を考慮するのに、次のように考える。時刻 $t=0$ に $Z=0$ から速度 V_g を持って入ってきた幅 l の新鮮な空気の層に着目する。この空気はまず着火直後の液滴に触れる。その後、下流に流れていくに従い、後から次々に射出されてくる液滴によって酸素を食われていく。同じ一つの液滴に接触している時間は $(V_d - V_g)$ に逆比例して短くなるが、液滴の食う酸素量は初期ほど大きいので、この場合には $V_d = V_g$ の場合に比べていつも初期側の酸素消費を受けることになる。結果として火炎は早く遠方に押し遣られることになるであろう。いま、一つの液滴の蒸発速度の関数形 $M(\tau)$ がわかっているとすると、式(22)において

$$V_g t = V_d \tau \dots\dots\dots (36)$$

の関係より $M(t')$ は $M(\tau')$ に等しい。よって、変数変換 $t \rightarrow \tau$ を行って次式を得る。式(22)の中に含まれているグリーン関数を G で表すと、

$$\begin{aligned} & \int_0^t M(t') G(\tilde{r}, t-t') dt' \\ &= \frac{V_d}{V_g} \int_0^\tau M(\tau') G\left[\tilde{r}, \frac{V_d}{V_g}(\tau-\tau')\right] d\tau' \\ &= -2M(\tau) \ln \tilde{r} \\ &+ \frac{V_d}{V_g} \int_0^\tau \frac{M(\tau-\tau') - M(\tau)}{4\pi\tau'} d\tau' \\ &- \frac{M(\tau)}{4\pi} \left[\gamma - 2 \ln 2 - \ln\left(\frac{V_d}{V_g}\tau\right) \right] \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

これより相対速度の効果は、式(22)において単に ω_a の積分を V_d/V_g 倍、また ω_t の積分に $\ln(V_d/V_g)$ を付け加えればよいことが知れる。これらの効きはともに燃焼時間を増大させる向きであり、 $O(1)$ で現れている点に注意しよう。ただし上の解析は、液滴近傍場の $(V_d - V_g)$ による変化の寄与を無視していることからわかるように、微小な $(V_d - V_g)$ に対しては妥当でない。この場合には、 $(V_d - V_g)$ の影響に関する限り、液滴近傍の速度場の寄与も対等に成り得るからである。一例としてエタノール燃料、 $Y_{O_\infty} = 0.233$, $T_\infty = 306^\circ\text{K}$ に対して $V_d/V_g = 10$ と取った時の干渉係数を図 2 の一点鎖線で示してある。

3. 結 論

無限静止酸化気体中での単一液滴の燃焼特性は準定常解析によって良く記述され、非定常効果は、零囲気

と液滴の密度比 ε^2 に関して $O(\varepsilon)$ の微小量である。また、零囲気条件も輸送数を除いて $O(1)$ の記述では液滴の燃焼時間に影響しないことがわかっている。このことは液滴数が小さければ液滴群に対しても同じであってこの場合干渉効果は液滴群の無次元幾何学量のみに関係する。これに対して、液滴間隔が小さく強い相互干渉にさらされた直線液滴列の燃焼では、 $O(1)$ でも非定常性が強く効いてきて、単一液滴の場合とは異なった燃焼特性が現れてくる。本報では、そのいくつかの重要な特性について調べた。

構成液滴の燃焼時間は次式に従って増大する。

$$\begin{aligned} \frac{t_b}{t_{b,\text{single}}} &= 1 - \frac{4}{3l} \ln \varepsilon l \\ &+ 2k_t + 2k_a \frac{V_d}{V_g} - \frac{2}{3l} \ln \left[\frac{V_g}{V_d} \ln(1+B) \right] \\ &\dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

液滴干渉によって非定常効果が高揚されるのは次の理由による。液滴間隔の減少に伴って空間的に限られた酸素を、数多くの液滴が競合して消費する形になるので、火炎は液滴から遠くに押しやられることになって、液滴の寿命が有限である限り、必然的に現象の非定常性が強まらざるをえない。それというのも、遠方に液滴の影響が伝わるには時間を要するために、液滴の寿命中に火炎が準定常的に安定した位置に落ち着くことができなくなるからである。この結果として、液滴周囲の熱物質輸送場の非定常性の目安を与えるパラメータ ε が、初期液滴半径で無次元化した液滴中心間隔 l とともに、干渉効果を表す上で重要な因子になってくる。さらに、干渉を通じて液滴近傍場がいつまでも遠方場の影響を受けることにより、液滴の燃焼時間は単一液滴の場合に比べて零囲気条件に左右されやすくなる。すなわち、単一液滴値で規格化した各液滴の燃焼時間は零囲気条件にも依存し、例えば酸素濃度の低下によってこの値は $O(1)$ で対数的に増大する。液滴と零囲気との間に速度差がある場合の相対速度の効きも同様の機構を通じて現れ、液滴速度が零囲気速度より大きい場合には、第 1 近似において速度差に比例して燃焼時間が長くなる。これは、単一液滴の場合の相対速度の効き方と逆向きである。

文 献

- (1) Brzustowski, T. A., ほか 3 名, *AIAA J.*, **17** (1979), 1234.
- (2) Labowsky, M., *Combust. Sci. Tech.*, **18** (1978), 145.
- (3) Umemura, A., *18 Symp. (Intl.) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, (1981), 1355.
- (4) Marberry, M., ほか 2 名, *Combust. Flame*, **57** (1984), 237.
- (5) Chiu, H. H., ほか 2 名, *19 Symp. (Intl.) on Combustion*,

- The Combustion Institute, Pittsburgh*, (1982), 971.
- (6) Correa, S. M. and Sichel, M., 文献(5)の981ページ.
- (7) 梅村, 機論, 51-469, B (1985), 2973.
- (8) Sangiovanni, J. J. and Kesten, A. S., 16 *Symp. (Intl.) on Combustion The Combustion Institute, Pittsburgh*, (1977), 577.
- (9) Sangiovanni, J. J. and Labowsky, M., *Combust. Flame*, 47 (1982), 15.
- (10) Samson, R. ほか3名, *Combust. Flame*, 31 (1978), 223.
- (11) 小西・ほか2名, 機論, 50-453, B (1984), 1382.
- (12) Waldman, C. H., 15 *Symp. (Intl.) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, (1975), 429.
- (13) Crespo, A. and Linan, A., *Combust. Sci. Technol.*, 11 (1975), 9.
- (14) Williams, F. A., *Combustion Theory*, Addison-Wesley, Reading, (1965).
-