タービン段落内の二次元非定常乱流解析*

鹿野 芳雄^{*1}, 池川 昌弘^{*2}, 中野 晋^{*1}Numerical Analysis of Two-Dimensional Unsteady Turbulent Flows
in a Turbine Stage

Yoshio SHIKANO, Masahiro IKEGAWA, and Susumu NAKANO

A numerical technique for the analysis of two-dimensional unsteady turbulent flows in a turbine stage is presented. To calculate the unsteady interaction flow fields in a nozzle and bucket simultaneously, the nozzle outlet elements and the bucket inlet elements are overlapped in the axial direction and are used for unsteady data transfer between each flow region. To calculate the flows in arbitrarily shaped geometries, a control volume method combined with a body-fitted curvilinear coordinate system is used to obtain spatially discretized governing equations, while the second-order accurate Adams-Bashforth method is employed for time integration. In the present analysis, a two-equation model of turbulence is introduced to estimate the turbulence effect. In order to assure the effectiveness of the present method, computations are carried out for the flow in three turbine stages. It is shown that unsteady flow phenomena such as the nozzle wake and pressure field interactions are well predicted and the periodic aerodynamic forces acting on the buckets are obtained by the present method.

Key Words: Numerical Analysis, Unsteady Flow, Turbulent Flow, Compressible Flow, Two-dimensional Flow, Cascade, Turbomachinery

1. 緒 言

タービン段落内に配置された静翼と動翼の翼間流れは、静・動翼間距離が比較的短いため、互いの流れが干渉する。しかも、動翼の回転によって静翼と動翼の相対位置関係が時間とともに変化するために、干渉の様子も時々刻々変わる。このような翼間の非定常流動現象は、タービン性能や翼の振動状態に影響を及ぼすが、それらの影響を定性的あるいは定量的に把握することはタービン設計において重要である。

静翼と動翼の翼間流れを、互いの干渉を考慮して同時に数値解析によって求める場合、計算機の高速化、大容量化が不可欠となるが、近年のコンピュータ技術の進展は著しく、上記のような計算も可能となってきた。干渉流れの導入方法には、Arts⁽¹⁾や著者ら⁽²⁾⁽³⁾のように、静翼と動翼の解析領域接続部で周方向の平均化操作を行い、定常干渉流れとして計算する方法と、Erdosら⁽⁴⁾、小屋、小竹ら⁽⁵⁾、Rai⁽⁶⁾のように、静翼と

動翼の相対位置関係によって接続部での情報伝達を各時間ごとに行い、非定常干渉流れとして扱う方法が報告されている。前者の定常干渉流れ解析は、計算機の記憶容量および計算時間が比較的少なく、タービン段落特性などを求めるには実用的である。

一方、非定常干渉流れ解析は、より実際の流れに近い計算が可能であるが、ほとんどが非粘性流れの仮定を導入しており、静翼の後流(wake)が動翼に流入するなどの粘性に起因する現象を捕らえることは困難であった。Raiの研究は、粘性を考慮した解析法であるが、静翼と動翼の翼枚数が等しいという制約条件がある。実際の問題では翼枚数の異なることが多く、この場合には、Erdosらや、小屋・小竹らのように時間位相遅れの境界条件を導入して解析する必要がある。

本論文では、タービン段落内部流れのほとんどが乱流であることを考慮し、静翼と動翼の翼枚数が異なる場合の各翼間流れを、非定常干渉流れとして同時に計算する二次元乱流解析手法を提案する。解析手法はタイムマーチング法を用い、空間の離散化には先に著者らが提案したbody-fit形曲線座標系とコントロールボリューム法を組合せる方法⁽²⁾、時間積分法には2次精度のAdams-Bashforth法⁽⁷⁾を採用している。また、乱流の影響を考慮するために、LaunderとSpalding

* 平成元年4月4日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年9月30日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒317 日立市幸町3-1-1)。

^{*2} 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒300 土浦市神立町502)。

の提唱した2方程式乱流モデル⁽⁸⁾を導入している。

2. 支配方程式

図1に示すような二次元タービン段落の解析領域を考える。静翼解析領域と動翼解析領域は非定常干渉流れ解析に必要な情報伝達を行うために、図1に示すように各領域を1メッシュだけ重ね合わせている。このような二次元タービン段落内の流れを記述する支配方程式は、座標系を静翼解析領域では静止座標系、動翼解析領域では y 方向に速度 V_m で移動する相対座標系に選べば次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \bar{U} dx dy = - \int_C (n_x \cdot \bar{F} + n_y \cdot \bar{G}) ds + \iint_S \bar{H} dx dy \quad (1)$$

ここで、 n_x, n_y は微小領域 S の境界 C に立てた外向き単位法線ベクトル n の x, y 方向の方向余弦である。また、式(1)のベクトル $\bar{U}, \bar{F}, \bar{G}$ および $\bar{H}$ は、次式で記述される⁽²⁾。

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \\ \rho q \\ \rho \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + \sigma_{xx} \\ \rho v u - \tau_{yx} \\ u(\rho E + \sigma_{xx}) - v \tau_{yx} + Q_x \\ \rho q u + A_x \\ \rho \varepsilon u + B_x \end{bmatrix}$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ \rho v v + \sigma_{yy} \\ v(\rho E + \sigma_{yy}) - u \tau_{xy} + Q_y \\ \rho q v + A_y \\ \rho \varepsilon v + B_y \end{bmatrix}, \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_q \\ H_\varepsilon \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(1)、(2)で、 t は時間、 ρ は密度、 u, v は x, y 方向の速度成分、 E は全エネルギー、 q と ε は乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率である。また、 σ, τ は法線応力とせん断応力、 Q は熱流束、 A および B は q と ε に関する流束項、 H_q, H_ε は乱流エネルギーの生成項などで記述されるソース項である。一方、下添字 x, y は各々 x, y 方向に関することを表している。

本論文では式(1)の支配方程式のほかに、圧縮性流体を扱うための補足関係式として完全気体の状態方程式を用いている。また、流体の分子粘性係数の計算には、Sutherland の式⁽⁹⁾を採用している。

3. 境界条件

解析領域は、図1に示すC1～C9の各種境界に囲

まれており、これらの境界における境界条件は以下のように設定される。

段落流入境界C1：ここでは流体の全温、全圧と流入角が与えられ、それらは周方向に均一で時間によって変化しないとする。その他の未知量に関しては、運動エネルギーと乱流エネルギー、乱流エネルギー散逸率の値が流れ方向に変化しないとして計算する。

段落流出境界C2：流体の静圧を与え、その値は周方向に均一で時間によっても変化しないという条件を与える。密度、速度成分、乱流エネルギーおよび乱流エネルギー散逸率に関しては、それらの値が流れ方向に変化しないと仮定する。

翼面境界C3：速度は零、圧力と温度は翼面境界の法線方向に変化しないという条件を与える。また、乱流エネルギーおよび乱流エネルギー散逸率の境界条件設定には、wall function method⁽⁸⁾を採用した。

動翼接続境界C4：ここでは前述したように、計算メッシュを重ね合わせることで、静翼翼間流れの情報を受け取り、動翼翼間流れの流入境界条件とする。ただし、本論文では静翼ピッチ P_n が動翼ピッチ P_b より大きく、しかもその比は2を超えないという制約条件を与えている。静翼解析領域から動翼解析領域への情報伝達は、図2に示すように、各領域が重なる領域①と重ならない領域②に分けて行われる。これら二つの領域に対して、静翼から伝達される物理量を Φ_n 、動翼の流入境界条件となる物理量を Φ_b 、静翼の下部境界C7からの距離を y_n 、動翼の下部境界C9からの距離を y_b 、動翼の移動距離を y_m とすれば、領域①、②における情報伝達は、次のように書くことができる。

領域① ($y_b + y_m \leq P_n$ の時)

$$\Phi_b(t, y_b) = \Phi_n(t, y_b + y_m) \quad (3)$$

図1 解析領域とその境界

領域② ($y_b + y_m > P_n$ の時)

$$\Phi_b(t, y_b) = \Phi_n(t - \tau_n + \tau_b, y_b + y_m - P_n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, τ_n, τ_b は各々, 静翼ピッチと動翼ピッチを動翼が通過するのに要する時間である。式(3), (4)を用いれば, 時刻 t における動翼の流入境界条件を設定することができる。

静翼接続境界 C5: ここでは動翼翼間流れの情報を受け取り, 時刻 t における静翼翼間流れの流出境界条件を設定する。この時, 動翼解析領域から静翼解析領域への情報伝達は, 図2の記号を用いて以下のように行うことができる。

$y_m \leq y_n \leq y_m + P_b$ の時

$$\Phi_n(t, y_n) = \Phi_b(t, y_n - y_m) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$y_n > y_m + P_b$ の時

$$\Phi_n(t, y_n) = \Phi_b(t + \tau_b - \tau_n, y_n - y_m - P_b) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$0 \leq y_n < y_m, y_m \leq P_b$ の時

$$\Phi_n(t, y_n) = \Phi_b(t - \tau_b, y_n - y_m + P_b) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$0 \leq y_n < y_m, y_m > P_b$ の時

$$\Phi_n(t, y_n) = \Phi_b(t - 2\tau_b, y_n - y_m + 2P_b) \quad \dots\dots\dots (8)$$

以上の境界条件設定において, $y_m = P_n$ となった時には, 新たに $y_m = 0$ とする。

静翼上部境界 C6: この境界は, 通常の翼間流れ解析では周期境界として扱われるが, 静翼と動翼の翼枚数が異なる本論文では, 時間遅れを考慮して以下のように設定される。

$$\Phi_u(t) = \{\Phi_d(t - \tau_n + \tau_b) + \Phi_d(t - \tau_n)\} / 2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで, Φ は物理量, 下添字 u, d は, 上部境界での値と次に述べる下部境界での値を意味する。

静翼下部境界 C7: この境界では, 静翼上部境界の値を用いて, 次式により境界条件が設定される。

図2 静翼から動翼への情報伝達

$$\Phi_d(t) = \{\Phi_u(t + \tau_n - 2\tau_b) + \Phi_u(t + \tau_n - 3\tau_b)\} / 2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

動翼上部境界 C8: この境界でも, 静翼部と同様, 時間遅れを考慮して

$$\Phi_u(t) = \{\Phi_d(t + \tau_b - \tau_n) + \Phi_d(t + \tau_b - 2\tau_n)\} / 2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

のように条件が設定される。

動翼下部境界 C9: 動翼上部境界での値を用いて, 次式により境界条件が設定される。

$$\Phi_d(t) = \{\Phi_u(t - \tau_b) + \Phi_u(t - \tau_b - \tau_n)\} / 2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

以上に述べた境界条件を用いることで, 静翼と動翼の翼枚数が異なる非定常翼間干渉流れが解析可能となる。なお, 式(9)~(12)では, 時間遅れの境界条件を満足する二つの時間の平均値を用いて境界条件を設定しているが, これらの境界では計算が不安定となることがあり, 計算の安定化手法として採用した。

4. 離散化解析手法

図1に示した解析領域を任意の四角形要素に分割し, 式(1)をコントロールボリューム法に基づき離散化すると, 例えば, x 方向の運動量方程式は次式のように書くことができる。

$$RHS = - \sum_{i=1}^4 \{ (n_x \bar{u} + n_y \bar{v})(\bar{\rho} \bar{u}) + n_x \bar{\sigma}_{xx} - n_y \bar{\tau}_{xy} \}_i \Delta l_i \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで, RHS は式(1)の右辺, i は辺番号, Δl_i は辺の長さ, $\bar{\cdot}$ のついた値は隣合う要素との平均値を意味する。式(13)の離散化法では, 計算の安定化手法を導入していないが, 主流の支配方程式では後述する解の平滑化, 乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率の輸送方程式では, 対流項を風上差分法に準じた方法で離散化することで計算の安定化を図っている。なお, 式(13)に含まれる粘性応力などの評価に必要な各種の微分値は, 先に著者らが提案した, body-fit 形曲線座標系を導入する方法⁽²⁾で求めている。

次に時間積分法について述べる。本論文では前述したように, 2次精度の Adams-Bashforth 法⁽⁷⁾を時間積分法として採用しており, 時間刻み幅を Δt , ある要素 K の未知量を Φ_K , 時間ステップ数を m として, ある時刻 $m \cdot \Delta t$ から $(m+1) \cdot \Delta t$ へ時間を進める方法は, 次式によって記述される。

$$\Phi_K^{m+1} = \frac{\Delta t}{\Delta S_K} (1.5 \cdot RHS_K^m - 0.5 \cdot RHS_K^{m-1}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで ΔS_K は要素 K の面積である。

なお、主流の支配方程式については、計算の安定化を図るために、式(14)の時間積分法によって得られた値を用いて次式に示すような平滑化を行っている。

$$\bar{\phi}_K^{n+1} = \left(\sum_{i=1}^4 \phi_K^{n+1} + \phi \cdot \phi_K^{n+1} \right) / (\phi + 4) \quad \dots\dots (15)$$

ここで、 ϕ は平滑化のパラメータであり、下添字 K_i は、要素 K のまわりの要素の値を意味する。

以上に述べた計算手法で静翼と動翼の非定常翼間流れを同時に求めるが、計算の初期値は、定常干渉流れを仮定した乱流解析で得られた結果を用いている。なお、計算の収束判定は、動翼に働く流体力がほぼ周期的に変動することを条件として行った。

5. 計算例とその検討

本論文で提案した解析手法を3種類のタービン段落流れに適用した。これらを以下 Run 1, Run 2, Run 3 と呼び、計算の主要パラメータについては表 1 に示す。Run 1 は、転向角のない翼で構成されたタービン段落を模擬した亜音速流れ、Run 2 は亜音速タービン段落、Run 3 は遷音速タービン段落である。なお、Run 2 では、 X_g/C_n の値を、0.14, 0.34 と変えた計算も実施している。

図 3 には Run 1 の等速度線分布の時間変化を示す。時刻 t は、動翼移動距離 y_m が零となった時を時間の原点 $t=0$ とし、 τ_n は動翼が静翼 1 ピッチを通過するのに要する時間を意味する。また、等速度線は静翼解析領域では絶対速度、動翼解析領域では相対速度を用いて表示している。図 3 に示した等速度線分布は、静翼解析領域内で発生した後流 (wake) が動翼解析領域内に流入することによって、動翼翼間流れが時間とともに大きく変化し、後流干渉が強いことを示している。この流速変動により圧力分布も変わり、結果として動翼に働く流体力も時間的に変動する。

図 4 は、図 3 に示した上側の動翼の単位スパン長さに働く y 方向の流体力 F_y の時間変化を示す図であり、横軸は $t=0 \sim \tau_n$ の時間で、静翼と動翼の位置関係は図 3 に対応している。なお、図 4 には、非粘性流解析から得られた結果も示す。本計算例では、動翼への流れは、約 10 度の背打ち流入となり、 F_y の値もほとんどが負の値、すなわち、下向きの力を受ける。非粘性流解析と乱流解析から得られる F_y の値を比べると、乱流解析から得られる F_y の変動は大きく、非粘性流解析の結果の約 10 倍となる。非粘性流解析では、動翼へ流入する流れがピッチ方向にほぼ一様となり、動翼翼間流れの時間変動は乱流解析に比べて小さい結果が得られている。このことから、本計算例では、静翼後流が

非定常流れを決める重要な因子であるといえる。

次に、Run 2 ($X_g/C_n=0.28$) の $t=0$ と $t=3/4\tau_n$ の時刻における等速度線を図 5 に示す。なお、静翼部の流速分布には大きな変化が認められないため、動翼部に注目して図示する。この例では、動翼翼間に複数の静翼後流が存在する計算条件となっているが、静翼後流の影響による等速度線の変化が明確に現れるのは流入部近傍だけであり、下流では、時間による流速変化が小さくなる。しかし、 $t=3/4\tau_n$ では、等速度線に 150 m/s の部分が現れており、 $t=0$ より最大流速が増加することから、後流干渉の影響が存在することがわかる。なお、非粘性流解析では、圧力干渉により流入部の等速度線はやや変動するが、動翼翼間下流の最大速度の増減現象は得られなかった。

タービン段落内の流れは、静翼と動翼の軸方向距離が短ければ干渉が強まり、長ければ弱まると考えられる。図 6 は、静翼と動翼の軸方向距離を変えた時の等圧力線分布を、静翼と動翼の相対位置がほぼ等しい時

表 1 計算の主要パラメータ

	Run1	Run2	Run3
Nozzle Reynolds No.	2.8×10^5	8.2×10^5	2.8×10^5
Bucket Reynolds No.	3.2×10^5	3.9×10^5	1.4×10^5
Pitch Ratio (P_n/P_b)	1.5	1.45	1.55
Gap Ratio (X_g/C_n)	0.4	0.28	0.43
Stage Pressure Ratio	0.871	0.713	0.185
Bucket Speed (m/s)	20	132	401
Nozzle Computational Elements	58×20	60×25	66×30
Bucket Computational Elements	58×20	58×20	66×30

図 3 等速度分布の時間変動 (Run 1)

図 4 動翼に働く流体力の時間変動 (Run 1)

刻で示す。なお、図中の圧力の数値は、流入部全圧 p_0 で無次元化されている。図6から明らかなように、軸方向距離の短い $X_g/C_n=0.14$ では、静翼と動翼の間の等圧力線が密になり、 X_g/C_n が増大するにつれて粗になる。このことから、軸方向距離の長短は、干渉流れに大きな影響を及ぼしていることが明らかである。また、図には示さないが、干渉の強い $X_g/C_n=0.14$ では、図5に示したような動翼翼間下流での最大速度の増減現象が、非粘性流解析でもわずかながら認められ、圧力干渉によっても動翼下流の流れは変化する。

図7には、静翼連結部のピッチ方向中央部における圧力 p の変動を流入部全圧 p_0 で無次元化して示す。図7においても、軸方向距離が短いほど圧力変動は大きくなり、強い干渉が発生していることを示している。

図8は、図6に示した上側の動翼に働く流体力 F の変動を、図4と同様に示す。各流体力の変動を、乱流解析と非粘性流解析と比較すると、この計算例でも乱流解析の変動が大きくなり、後流干渉の影響が現れるが、非粘性流解析から得られる流体力変動も小さくはなく、圧力干渉による流体力変動も無視できない。また、軸方向距離が短いほど流体力の変動も大きくなることがわかる。

最後の例として、Run 3の遷音速タービン段落の計算結果について示すが、この計算例では、静翼流出部に弱い衝撃波を発生させており、衝撃波が干渉流れに及ぼす影響についても検討する。

図9は、時刻 $t=\tau_n/4, \tau_n/2, 3\tau_n/4$ における、等圧力線分布で圧力は流入部全圧 p_0 で無次元化されている。静翼背側後縁部の等圧力線が密集している部分が弱い衝撃波による圧力上昇部であり、また、隣接翼間からの衝撃波による圧力上昇部が静翼流出部に認められる。このような衝撃波の影響は、図9に示すように、動翼解析領域の圧力分布を大きく変動させ、しかも、その影響は動翼出口部近傍にまで及ぶ。また、動翼の移動とともに静翼流出部の圧力も変化するために、衝撃

波の発生状況も時間によって異なる。この様子は、図9の静翼流出部近傍の等圧力線分布の変化として捕えられている。

図9に示したように、動翼解析領域の圧力分布は時間とともに大きく変動するが、これを動翼前縁近傍の背側と腹側の翼面圧力変動で表したのが図10であり、非粘性流解析の結果も同時に示す。なお、図10のSSおよびPSの位置は、図9に示してある。図10の圧力

図6 静・動翼間距離が圧力分布に及ぼす影響

図7 静翼流出部中央における圧力変動

図5 等速度線分布の時間変動 (Run 2)

図8 動翼に働く流体力の時間変動 (Run 2)

図 9 等圧力線分布の時間変動 (Run 3)

変動から、衝撃波の影響により、SS および PS の位置における翼面圧力も時間とともに大きく変動することがわかる。一方、乱流解析と非粘性流解析の圧力変動を比較すると、圧力変動に時間的な位相差が発生しているが、これは、静翼解析領域での衝撃波の発生状況が両者で異なることに起因している。すなわち、乱流解析では粘性の影響により静翼流出部近傍の圧力が非粘性流解析に比べてやや高くなり、その結果、衝撃波の強さと方向が非粘性流解析と異なるためと考えられる。

図 11 には、図 9 に示した上側の動翼に働く流体力の時間変動を示す。変動幅は、非粘性流解析がやや大きくなるが、前述した衝撃波の強さが異なることと、粘性の影響がないことによる翼間内部流れの相違によるものと考えられる。また、図 10 に示した翼面圧力変動に時間的な位相差が発生するため、流体力の変動も非粘性流解析に対して、時間的なずれが認められる。

6. 結 言

二次元タービン段落内の静翼と動翼の翼間流れを、非定常干渉流れとして同時に計算する乱流解析手法を

図 10 動翼翼面圧力の時間変動

図 11 動翼に働く流体力の時間変動 (Run 3)

提案し、その解析手法の概要と計算例について述べてきたが、これらを要約すると次のようになる。

(1) 時間遅れの境界条件を、静翼解析領域と動翼解析領域の連結部と周期境界部に導入することで、静翼と動翼の翼枚数が異なる場合の非定常干渉流れが解析可能となった。

(2) 3種類のタービン段落内部流れを本解析手法で計算した結果、後流干渉、圧力干渉および衝撃波干渉などがタービン段落内部流れに及ぼす影響を、定性的にはあるが、把握することができた。

文 献

- (1) Arts, T., *ASME Paper*, No. 84-GT-76 (1984).
- (2) 鹿野・池川, 機論, 51-471, B (1985), 3675-3679.
- (3) 鹿野・ほか3名, 機論, 53-496, B (1987), 3622-3628.
- (4) Erdos, J. I., ほか2名, *AIAA J.*, 15-11 (1977), 1559-1568.
- (5) 小屋・小竹, 機論, 51-472, B (1985), 4239-4247.
- (6) Rai, M. M., *AIAA Paper*, 85-1519 (1985).
- (7) 例えば, Roache, P. J. (高橋・ほか訳), コンピュータによる流体力学 (上), (1978), 108, 構造計画研究所.
- (8) Launder, B. E. and Spalding, D. B., *Comput. Method Appl. Mech. Eng.*, 3 (1974), 269.
- (9) 例えば, 生井・井上, 粘性流体の力学, (1978), 5, 理工学社.