水平円管内固気二相流の数値シミュレーション*

沈 能耀^{*1}, 辻 裕^{*2}, 森川 敬信^{*3}Numerical Simulation of Gas-Solid Two-Phase Flow
in a Horizontal Pipe

Nengyao SHEN, Yutaka TSUJI, and Yoshinobu MORIKAWA

A bouncing model and a particle source term model developed by the authors for two-dimensional channel flows were extended to three-dimensional flows. A numerical simulation for a horizontal pipe flow was conducted with the present models to predict the properties of flow (particle concentration, velocities of particle and gas, pressure drop). The numerical results were presented for the case where polystyrene particles of diameter 0.41~1.0mm were transported in a plastic pipe of diameter 52 mm. It is found that the numerical results give a good prediction as compared to experimental data.

Key Words: Multiphase Flow, Numerical Simulation, Velocity Distribution, Solid Concentration, Bouncing Model, Source Term

1. 序 論

管内固気二相流分野では, 近年, 数値シミュレーションが盛んに試みられてきたが^{(1)~(8)}, その中で, 粗大粒子を含んだ固気二相流の場合, 粒子相に対して, ラグランジュ的な追跡方法を適用することが多い^{(1)~(7)}. 粗大粒子を含んだ固気二相流では, 粒子と壁面の衝突が現象に大きな影響を及ぼす. したがって, 粒子-壁面間の衝突を扱う計算モデルの確立が非常に重要視され, 多くの研究者によって研究されてきた^{(1)~(3)(5)}. 著者らも, 粒子-壁面間衝突の計算モデルの開発と粒子ソース項のモデリングを中心に, 研究を行ってきた. 前報⁽⁷⁾では, 粗大粒子を含んだ管内二次元チャネル内固気二相流を対象として, 輸送実験に依存する経験係数を必要とせず, 輸送物となる粒子の形状, 粒子-壁面間の動摩擦係数と反発係数などの物性値にのみ依存する粒子-壁面間衝突の計算モデルを提案した. 本研究では, その衝突モデルを三次元の場合に拡張し, 水平円管内固気二相流の数値計算に適用し

た. また, 粒子の存在による気流速度分布の変化などを計算するとき, 粒子ソース項に対して, 著者らの提案した POS (Particle On Section) モデル⁽⁷⁾を適用した. 本報では, 多種類の輸送条件に対して計算した結果を示し, 従来の実験結果と比較する.

2. 粒子軌跡の計算

2-1 粒子の運動方程式 図1の座標系において, 粒子重心の運動方程式は次のように与えられる.

図1 座標系

* 平成元年3月23日 関西支部第64期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和63年8月22日.

^{*1} 准員, 大阪大学大学院 (〒565 吹田市山田丘2-1).

^{*2} 正員, 大阪大学工学部.

^{*3} 正員, 大阪産業大学工学部 (〒574 大東市中垣内3-1-1).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = & \frac{3}{4} \frac{\rho}{(\rho_s + \rho/2)d} \left\{ V_r C_d \begin{bmatrix} U_x - V_x \\ U_y - V_y \\ U_z - V_z \end{bmatrix} + \frac{V_r}{\omega} \right. \\ & \times C_{lr} \begin{bmatrix} (U_y - V_y)\omega_z - (U_z - V_z)\omega_y \\ (U_z - V_z)\omega_x - (U_x - V_x)\omega_z \\ (U_x - V_x)\omega_y - (U_y - V_y)\omega_x \end{bmatrix} \\ & + \frac{2\nu^{1/2}}{\pi\Omega^{1/2}} C_{ls} \begin{bmatrix} (U_y - V_y)\Omega_z - (U_z - V_z)\Omega_y \\ (U_z - V_z)\Omega_x - (U_x - V_x)\Omega_z \\ (U_x - V_x)\Omega_y - (U_y - V_y)\Omega_x \end{bmatrix} \\ & \left. + \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s + \rho/2} \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 X は軸方向の座標、 Y は鉛直方向の座標、 Z は X と Y に垂直な方向の座標である。座標系の原点は粒子が供給される輸送管入口 ($X=0$) の管中心にある。 U は気流速度、添字 X, Y, Z は成分の方向を表す。 Ω は気流回転速度、 $\Omega = \nabla \times U$ であり、本計算では、簡単のために、管断面における U_x の変化による流体の回転のみを考慮した。 V は粒子重心の並進速度、 ω は回転速度である。 V_r は相対速度、 $V_r = \sqrt{(U_x - V_x)^2 + (U_y - V_y)^2 + (U_z - V_z)^2}$ である。 C_d は抵抗係数、 C_{lr} は粒子回転により揚力の係数、 C_{ls} は気流せん断速度による揚力の係数である。 C_d, C_{lr}, C_{ls} の値はそれぞれ文献(9), (10), (11)を参考にした。 ρ は空気密度、 ν は動粘度、 ρ_s は粒子密度、 d は粒径(球形に近い粒子を扱うため、体積相当径と投影面積相当径が同じだと考え、それを粒径とする)、 g は重力加速度である。

粒子の回転速度に関する方程式は次のように与えられる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = - \frac{15\rho(d/2)^5}{16\pi\rho_s} \omega_r C_{lr} \begin{bmatrix} \omega_x - \Omega_x \\ \omega_y - \Omega_y \\ \omega_z - \Omega_z \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 C_{lr} は回転減衰係数で、Dennis ら⁽¹²⁾の表現を借りれば、次のように表される。

$$C_{lr} = \frac{C_1}{Re_r^{1/2}} + \frac{C_2}{Re_r} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 C_1, C_2 には Dennis ら⁽¹²⁾の結果を適用した。 Re_r は粒子の回転レイノルズ数で、 $Re_r = \omega_r d^2 / 4\nu$ である。 ω_r は粒子と気流の相対回転速度であり、 $\omega_r = \sqrt{(\omega_x - \Omega_x)^2 + (\omega_y - \Omega_y)^2 + (\omega_z - \Omega_z)^2}$ である。

2.2 粒子と壁面の衝突モデル 前報⁽⁷⁾では、衝突モデルとして、特徴半径モデルを提案した。しかし、それは二次元の場合に対して考案したもので、そのま

まの形では三次元的な衝突に適用できない。したがって、本研究では、そのモデルを三次元的な衝突にも適用できるように拡張した。図2は粒子-壁面間衝突の概略を示す。本節では、簡単のために、粒子速度などはすべて図2の座標系における値とする。

通常、輸送管の直径は粒子径に比べて十分大きいので、衝突を考えるととき管壁を図2のような平板として扱っても差支えない。図2に示している ω_t は壁面に平行な粒子回転速度成分であり、陰影面は ω_t に垂直でかつ粒子の重心を通る断面である。本論文では、この面を便宜上回転面と呼ぶことにする。計算においては、粒子の形状はその回転面の輪郭で表される。図に示されている角度 ϕ は次式から求められる。

$$\sin \phi = \frac{\omega_x}{\omega_t}, \cos \phi = \frac{\omega_z}{\omega_t} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\omega_t = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}$

実際の衝突では、接触点が回転面から離れることがあるが、ここでは、近似として、接触点が必ず回転面にあると仮定する。その理由は以下のとおりである。

粗大粒子を含んだ管内固気二相流では、粒子の浮遊運動は主に粒子が壁面と衝突するとき生じる異常反発から得た壁面に垂直な法線方向速度成分によって維持される⁽¹⁾⁽²⁾。衝突から得られる法線方向の速度成分は衝突における反発力、つまり、法線方向の力積によって決まる。そして、法線方向の力積はおもに、接触点の法線方向速度成分によって決まる。接触点の法線方向速度成分は重心の速度、接触点から回転軸までの距離 r および図2に示す角度 ϕ によって決まるので、接触点が図2に示す回転面から離れる距離は法線方向速度成分に寄与しない。したがって、接触点が常に回転の輪郭上にあるとして扱っても、実際の現象との差が小さいと考えられる。

図3は ω_t と平行な方向から見た回転面である。その回転面に対しては、前報⁽⁷⁾で紹介した特徴半径モデ

図2 粒子と壁面の衝突

ルを適用することができる。

図3においては、 P は壁面に垂直なベクトルである。接触点 C から粒子の重心 O までの距離を特徴半径 r と定義し、特徴半径 r とベクトル P の間の角度を偏角度 θ と定義する。図3のように、接触点 C がベクトル P から粒子の回転と逆な方向にある場合は正とする。

計算では、一様乱数で粒子が壁面に近づくときの姿勢を与え、さらに、粒子姿勢に対する制限条件(2・3節)を用いて、粒子が乱数で選んだ姿勢で壁面と衝突することが可能かどうかを判断した。

2・3 衝突における粒子姿勢に関する制限条件
粒子が壁面と衝突するとき、粒子の姿勢には、壁面と衝突しやすい姿勢(図3)と衝突しにくい姿勢(図4)がある。したがって、乱数で選んだ姿勢が実際の衝突において不可能となることがある。そのような姿勢を取り除くために、粒子の姿勢に対して制限を設ける必要がある。前報⁽⁷⁾では、三つの制限条件を与えたが、本報では衝突後の制限条件が衝突前の制限条件に比べ、結果に及ぼす影響が小さいことと、衝突後の粒子回転方向が衝突前と異なることを考慮し、衝突後の制限条件を省略した。衝突前の制限条件は次のとおりである。

[1] 接触点の速度は壁面に向かっていなければならない。すなわち、

$$V_{rc}^{(0)} < 0 \quad (5)$$

ここで、 $V_{rc}^{(0)}$ は接触点の壁面に垂直な速度成分である。

[2] 粒子速度は次式を満たさなければならない。

$$\frac{\gamma_1}{\omega_i^{(0)}} > \max\left(\frac{r' - r \cos \theta}{-V_Y^{(0)}}\right) \quad (6)$$

ただし、 $\omega_i^{(0)}$ は壁面に平行な回転速度成分であり、 $V_Y^{(0)}$ は Y 方向の重心速度である。 γ_1 は図4に示す角度である。 r' は回転方向により先にある特徴半径であり、 C' は r' に対応する粒子輪郭上の点である。記号 $\max$ は任意の r' に対して成り立つことを意味する。式(6)の左辺は粒子が $\omega_i^{(0)}$ で角度 γ_1 を回転するに要

する時間を示す。右辺の意味は次に示す。粒子が回転しながら壁面に近づくとき、 C' が壁面と接触せずに図4に示されている h の位置を通過するには、粒子の重心が壁面から r' 以上の距離を離れることが必要である。そして、 C' が図示の位置に達したとき、粒子が C 点で壁面と衝突するには、粒子重心と壁面間の距離が $r \cos \theta$ とならなければならない。つまり、 C' が h の位置を通過して図4の位置に達する間、粒子の重心が壁面へ $(r' - r \cos \theta)$ の距離を移動しなければならない。したがって、式(6)の右辺は粒子の重心が速度 $V_Y^{(0)}$ で距離 $(r' - r \cos \theta)$ を移動するに要する時間を示す。

式(6)を変形すると、

$$-\frac{V_Y^{(0)}}{\omega_i^{(0)}} > \max\left(\frac{r' - r \cos \theta}{\gamma_1}\right) \quad (7)$$

が得られる。式(7)の右辺は輸送条件に関係せずに粒子の形状によって決まるもので、輸送実験と無関係に、あらかじめ粒子の形状から求めることができる。

2・4 衝撃方程式 一般に、粒子と壁面の衝突は圧縮期間と回復期間に分けられ、それぞれの期間に応じて、方程式が立てられる。図2の座標において、粒子と壁面の衝突に対する衝撃方程式は次のように与えられる。

$$m(V_X^{(1)} - V_X^{(0)}) = J_X^{(1)} \quad (8)$$

$$m(V_Y^{(1)} - V_Y^{(0)}) = J_Y^{(1)} \quad (9)$$

$$m(V_Z^{(1)} - V_Z^{(0)}) = J_Z^{(1)} \quad (10)$$

$$m(V_X^{(2)} - V_X^{(1)}) = J_X^{(2)} \quad (11)$$

$$m(V_Y^{(2)} - V_Y^{(1)}) = J_Y^{(2)} \quad (12)$$

$$m(V_Z^{(2)} - V_Z^{(1)}) = J_Z^{(2)} \quad (13)$$

$$I\omega_X^{(1)} = I\omega_X^{(0)} - J_Y^{(1)} r \sin \theta \sin \phi - J_Z^{(1)} r \cos \theta \quad (14)$$

$$I\omega_Y^{(1)} = I\omega_Y^{(0)} + J_X^{(1)} r \sin \theta \sin \phi + J_Z^{(1)} r \sin \theta \cos \phi \quad (15)$$

$$I\omega_Z^{(1)} = I\omega_Z^{(0)} + J_X^{(1)} r \cos \theta - J_Y^{(1)} r \sin \theta \cos \phi \quad (16)$$

$$I\omega_X^{(2)} = I\omega_X^{(1)} - J_Y^{(2)} r \sin \theta \sin \phi$$

図3 特徴半径モデル

図4 粒子姿勢の制限条件

$$-J_z^{(2)} r \cos \theta \cdots \cdots \cdots (17)$$

$$I\omega_z^{(2)} = I\omega_z^{(1)} + J_x^{(2)} r \sin \theta \sin \phi \\ + J_z^{(2)} r \sin \theta \cos \phi \cdots \cdots \cdots (18)$$

$$I\omega_z^{(2)} = I\omega_z^{(1)} + J_x^{(2)} r \cos \theta \\ - J_z^{(2)} r \sin \theta \cos \phi \cdots \cdots \cdots (19)$$

ただし、 m と I はそれぞれ粒子の質量と慣性モーメントである。 r と θ はそれぞれ特徴半径と偏角度、 ϕ は図 2 に示す角度である。 J は力積、添字 X, Y, Z は成分の方向を表す。粒子速度 $\hat{V}_x, V_r, V_z$ に対して、添字 (0), (1) と (2) はそれぞれ衝突直前、圧縮期間後と衝突直後を意味する。また、力積に対しては、添字 (1) と (2) はそれぞれ圧縮期間、回復期間を意味する。

回復期間と圧縮期間の力積は次の関係をもつ。

$$J_z^{(2)} = eJ_z^{(1)} \cdots \cdots \cdots (20)$$

ただし、 e は反発係数である。また、境界条件は次式で表される。

$$V_{rc} = 0 \cdots \cdots \cdots (21)$$

ここで、添字 C は接触点を意味する。

粒子重心と接触点の速度は衝突全期間にわたって次のような関係を持つ。

$$V_{xc} = V_x + \omega_r r \sin \theta \sin \phi + \omega_z r \cos \theta \cdots (22)$$

$$V_{yc} = V_y - \omega_x r \sin \theta \sin \phi - \omega_z r \sin \theta \cos \phi \\ \cdots \cdots \cdots (23)$$

$$V_{zc} = V_z - \omega_x r \cos \theta + \omega_r r \sin \theta \cos \phi \cdots (24)$$

衝突は粒子と壁面のすべり状態によって三つの場合にわけることができる。それぞれの場合における必要条件（計算においては判断条件となる）と補足方程式は次のとおりである。

(1) 粒子が衝突全期間に滑る場合の必要条件は

$$V_{ic}^{(2)} \cdot V_{ic}^{(0)} > 0 \cdots \cdots \cdots (25)$$

であり、補足方程式は次のようになる。

$$J_x^{(1)} = \varepsilon_x f J_z^{(1)} \cdots \cdots \cdots (26)$$

$$J_z^{(1)} = \varepsilon_z f J_z^{(1)} \cdots \cdots \cdots (27)$$

$$J_x^{(2)} = \varepsilon_x f J_z^{(2)} \cdots \cdots \cdots (28)$$

$$J_z^{(2)} = \varepsilon_z f J_z^{(2)} \cdots \cdots \cdots (29)$$

(2) 粒子の滑りが回復期間に止まる場合の必要条件は

$$V_{ic}^{(1)} \cdot V_{ic}^{(0)} > 0 \cdots \cdots \cdots (30)$$

であり、補足方程式は次のようになる。

$$J_x^{(1)} = \varepsilon_x f J_z^{(1)} \cdots \cdots \cdots (31)$$

$$J_z^{(1)} = \varepsilon_z f J_z^{(1)} \cdots \cdots \cdots (32)$$

$$V_{ic}^{(2)} = V_{ic}^{(0)} = 0 \cdots \cdots \cdots (33)$$

(3) 滑りが圧縮期間に止まる場合の必要条件は

$$V_{ic}^{(1)} = 0 \cdots \cdots \cdots (34)$$

であり、補足方程式は次のようになる。

$$V_{ic}^{(1)} = V_{ic}^{(0)} = 0 \cdots \cdots \cdots (35)$$

$$V_{ic}^{(2)} = V_{ic}^{(0)} = 0 \cdots \cdots \cdots (36)$$

ただし、 f は動摩擦係数である。係数 $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ は次式で定義される。

$$\varepsilon_x = -V_{xc}^{(0)} / |V_{rc}^{(0)}| \cdots \cdots \cdots (37)$$

$$\varepsilon_z = -V_{zc}^{(0)} / |V_{rc}^{(0)}| \cdots \cdots \cdots (38)$$

V_{ic} は接触点の壁面に平行な速度ベクトルで、次のように定義される。

$$V_{ic} = V_{xc} + V_{zc} \cdots \cdots \cdots (39)$$

ここで、 V_{xc}, V_{zc} はそれぞれ X, Z 方向の速度成分ベクトルである。

3. 気流運動の計算

本研究は定速区間の流れを予測することを目的とするが、定速区間の気流速度分布が未知であるので、計算は助走区間から行った。気流の運動を計算する場合、境界条件を設定しやすくするために、図 1 に示す円柱座標を用いた。管内流では、 X 方向（主流方向）における流れの変化が小さいので、 X 方向における気流速度の変化によって生じるせん断応力を省略して、境界層近似を適用することができる。また、希薄固気二相流の場合、ボイド率は近似的に 1 とすることができる。その場合、気流の連続の式と運動方程式は次のように与えられる。数値積分は Patankar ら⁽¹³⁾によって提案されたマーチング法を用いて行われた。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial x} = 0 \cdots \cdots \cdots (40)$$

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_x}{\partial r} + U_\theta \frac{\partial U_x}{r \partial \theta} + U_z \frac{\partial U_x}{\partial x} \right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial (r \tau_{xr})}{r \partial r} + \frac{\partial \tau_{x\theta}}{r \partial \theta} - F_{px} \cdots \cdots \cdots (41)$$

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + U_\theta \frac{\partial U_r}{r \partial \theta} + U_z \frac{\partial U_r}{\partial x} - \frac{U_\theta^2}{r} \right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial (r \tau_{rr})}{r \partial r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \cdots \cdots \cdots (42)$$

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + U_\theta \frac{\partial U_\theta}{r \partial \theta} + U_z \frac{\partial U_\theta}{\partial x} + \frac{U_r U_\theta}{r} \right) \\ = -\frac{\partial p}{r \partial \theta} + \frac{\partial (r \tau_{r\theta})}{r \partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\tau_{r\theta}}{r} \cdots \cdots \cdots (43)$$

ここで、 x, r, θ はそれぞれ、軸方向、半径方向および周方向の座標であり、 U_x, U_r, U_θ はそれらの座標に対応する速度成分である。 p は圧力である。 τ はせん断応力であり、それを求めるとき、渦粘性に対して、混合距離理論を適用した。 F_p は単位体積の気流が粒子群から受ける力である。水平円管内の流れでは、断面内における F_p の成分が小さいので、本研究では、 X 方向の成分 F_{px} のみを考慮した。 F_p の計算は著者らの提案した POS (Particle On Section) モデルを用いて行った。POS モデルの概念と計算式を次に示す。

オイラ法で固気二相流を計算する場合、粒子ソース項は次のように表すことができる⁽⁸⁾。

$$F_p = \frac{\rho_s}{m} \alpha \beta \bar{f}_p \dots \dots \dots (44)$$

ただし、

$$\bar{f}_p = \frac{1}{2} \rho C_D \frac{\pi d^2}{4} (U - V_p) |U - V_p| \dots \dots \dots (45)$$

ここで、 U と V_p はそれぞれ気相と固体相の速度ベクトルである。 α はボイド率で、 β は固体相の占める体積の割合を示すものであり、

$$\beta = \frac{nm}{\rho_s} \frac{1}{\Delta V} \dots \dots \dots (46)$$

ここで、 ΔV は計算のために設けられたセル（コントロールボリューム）の体積、 n は ΔV に存在する粒子の数である。希薄固気二相流の場合、ボイド率が1に近いので、計算においては、近似的に $\alpha=1$ として式(44)に代入した。

式(46)を式(44)に代入すると、次式が得られる。

$$F_p = \frac{\bar{f}_p}{\Delta V} n \dots \dots \dots (47)$$

オイラ法では、上式 $\bar{f}_p$ は式(45)で求めるが、POSモデルでは、 $\bar{f}_p$ は式(45)から求めるのではなく、粒子がセルの上流側断面を通過するとき受ける流体抵抗の平均値から求められる。つまり、粒子の気流に及ぼす力は上流側の断面に集約され、その断面における粒子の位置と速度から求められる。

セル内の粒子数 n は次のように求められる。

$$n = (\dot{n}) \frac{\Delta x}{V_{px}} \dots \dots \dots (48)$$

ただし、 V_p はセル内の平均粒子速度、添字 x は成分の方向を示す。 Δx はセルの軸方向長さである。 $\dot{n}$ は単位時間当たりセル ΔV を通過する粒子の個数であり、次式から求められる。

$$\dot{n} = \frac{q}{m} \frac{n_r}{N_r} \dots \dots \dots (49)$$

ここで、 q は粒子の質量流量、 q と m の比は単位時間当たり管断面を通過する粒子の個数 N_p を表す。本研究では、 N_p 個の粒子を用いて計算するのではなく、 N_p より少ない N_r 個の粒子に対して計算を行い、その N_r 個の粒子に対して得られた速度分布などを用いて N_p 個の粒子の運動状態を表した。本論文では、計算に用いた N_r 個の粒子を代表粒子と呼ぶ。 n_r はシミュレーションにおいてセル ΔV を通過した代表粒子の個数である。 n_r と N_r の比は、セル ΔV を通過した粒子の占める割合を意味する。

主流方向の圧力こう配は、一次元近似を用いて運動量の保存式から求められた。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\tau_w \pi D}{A} - \bar{F}_{px} \dots \dots \dots (50)$$

ただし、 τ_w は壁面摩擦応力の平均値で、 $\bar{F}_{px}$ は断面における F_{px} の平均値である。 D と A はそれぞれ輸送管の直径と断面積である。

水平チャネルの場合、代表粒子の数を200以上にすれば、ほぼ安定した圧力こう配⁽⁷⁾が得られたが、水平円管の場合、そのような数は十分ではない。水平円管の場合、管断面を半径方向だけでなく、周方向にも分割しなければならないため、各セルに存在する粒子が少なくなる。したがって、代表粒子の数を非常に大きくしないと、各セルにおける $\bar{f}_p$ 、 V_p 、 n_r が X 座標によって大きく異なり、その結果、圧力こう配も大きく変動する。本計算では、混合比が1以下の場合、代表粒子の数を10000以上にすると、定速区間において主流方向の圧力こう配は安定してほぼ一定の値となることがわかった。しかし、そのような数の粒子を使って計算すると、多くの計算時間がかかる。したがって、本研究では、次のような近似を行った。

実際の流れでは、助走区間を除いて、 $\bar{f}_p$ 、 V_p および n_r の変化は緩やかと考えてよいので、数値計算では一つの断面ではなく、上流にあるいくつかの断面における $\bar{f}_p$ 、 V_p と n_r の平均値を用いて、粒子の気流に及ぼす力と圧力こう配を求めることができる。本計算では、 F_p を求めるとき、セルの上流にある30個の断面における $\bar{f}_p$ 、 V_p および n_r の平均値を用いた。この近似を用いると、混合比が1以下の場合、代表粒子の数を400まで下げることができた。ただし、混合比が大きくなった場合、代表粒子の数を混合比の増加率と同程度に増やすことが必要である。

4. 計算結果と検討

4・1 計算条件 本計算では、直径 $D=52$ mm のアクリル管を輸送管とし、ポリスチレン球状粒子を輸送物とした。粒子の密度は 1038 kg/m^3 で、直径はそれぞれ $0.41, 0.60, 1.00 \text{ mm}$ である。また、粒子と管壁間の反発係数 e と動摩擦係数 f は文献(14)および(15)を参考にして、 $e=0.93$ 、動摩擦係数 $f=0.325$ とした。空気の密度は 1.205 kg/m^3 、粘度は $1.81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ とした。気流速度を計算するとき、流れ場を対称と考えて、管断面の半分について計算を行った。流れ場は周方向に24、半径方向に15等分され、そして壁付近の計算メッシュの半径方向長さはさらに10分割された。主流方向のマーチングの幅は直径 D の0.5倍に取られた。本研究の計算範囲内では、平均粒子速度や圧力こう配などが一定になるまでの助走区間は最小

100D, 最大 500D となった。本論文に示される粒子速度と濃度分布の結果は助走区間より下流と見なされる $X=500\sim600D$ の区間における平均値である。また、計算においては、流れが速やかに定速状態に達するように、入口で粒子に $V_x=4\text{ m/s}$ の初速度を与えた。

粒子の形状としては実測値を用いることが好ましいが、ポリスチレン粒子の場合、著者らの調べた範囲では、そのような実測値が見当たらなかった。そこで、研究室で入手できる粒子の観察に基づき、図5の実線で示されているような球形から少しずれた粒子を仮定して、それを用いて計算を行った。図中の破線は真球を示す。数値計算では、180個の粒子姿勢をあらかじめ設定し、それらの姿勢で衝突における粒子の壁面に対する姿勢を近似的に表した。それぞれの粒子姿勢に対して求められた特徴半径 ($2r/d$) は $0.9744\sim1.0266$ の範囲に、偏角度 θ は $-8.925^\circ\sim8.926^\circ$ の範囲に分布している。計算に使う代表粒子の数は $400\sim2000$ であった。

4.2 粒子濃度分布 図6は粒径 $d=0.6\text{ mm}$, 混合比 $\mu=1.0$, 平均気流速度 $\bar{u}=10\text{ m/s}$ の場合の等濃度線である。図中の数値は管断面平均濃度で無次元化した濃度を示す。図からわかるように、管底部では、森川ら⁽¹⁶⁾の実測値と同じく、等濃度線が水平になってい

図5 粒子形状

($d=0.6\text{ mm}$, $\mu=1.0$, $\bar{u}=10\text{ m/s}$)

図6 粒子の濃度分布

るが、管上部では、等濃度線が尖った形となり、実測値と違う傾向を示す。これは次の理由による。本計算では、気流乱れを無視したため、粒子が $X-Y$ 面 ($Z=0$) 付近で、 Z 方向の速度成分を失えば、 Z 方向の速度成分が二度と得られず、粒子が常に、 $X-Y$ 面内で運動することになる。そのような状態にある粒子の数は少ないが、管上部では、もともと粒子が少ないため、そのような粒子がわずかでも存在すれば、濃度分布に及ぼす影響が大きくなる。したがって、管上部では、 $Z=0$ 付近の粒子濃度がとくに高くなっている。

図7は粒径による粒子濃度分布の違いを示す。結果は鉛直方向の座標について整理されている。図からわかるように、粒子の濃度分布がほぼ指数関数に従う。これは従来の観察結果と一致する⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。混合比と平均気流速度が同じ場合、粒径が小さいほど、粒子が管底部に集中する度合いが大きくなる。粒径が小さい場合(ここでは、結果を示さないが、粒子密度が小さくなった場合も同様である)、粒子の慣性が小さいため、断面内の粒子速度成分が減衰されやすくなり、粒子が管底部

図7 粒子濃度分布と粒径の関係

(森川ら⁽¹⁶⁾の実測値との比較)

図8 粒子濃度分布

の壁面と衝突してから管断面の上部まで跳ね上がる
ことが難しくなる。したがって、粒径の小さい粒子は粒
径の大きい粒子に比べ、管上部では希薄となり、管底
部に集中する度合いが大きい。

図8に粒子濃度分布の計算結果と実測値の比較を示
す。計算結果は実験結果とほぼ同様な傾向を示すが、
計算結果の濃度こう配がやや大きくなっている。また、
混合比による濃度分布の変化が計算結果においてはほ
んど見られない。計算結果の濃度分布こう配が実測
値より大きくなっている原因としては以下のことが考
えられる。本計算では、粒径分布を考慮せずに平均粒
径を使い、そして、実際の輸送物ではさまざまな形を
している粒子があることを無視して、図5の粒子のみ
を用いた。また、本研究で扱われる流れは乱流である
ため、粒径が小さければ、乱流拡散の効果も無視でき
なくなる。さらに、輸送管の壁面に存在するうねりや
粗さも粒子と壁面の衝突において異常反発によって粒
子に半径方向の速度成分を与えて粒子を断面内で分散
させる原因となる⁽²⁾⁽³⁾。一方、混合比による濃度分布の
変化における計算値と実測値の違いが生じる原因とし

ては、粒子間衝突を無視したことが考えられる。混合
比が高い場合、粒子間衝突の無視は結果に影響するは
ずである。

4.3 粒子の速度分布 図9に粒子速度分布と粒
径の関係を示す。ここで、 V_{px} は局所的な平均粒子速
度である。図に示しているように、粒径が0.6 mm以
上の場合、粒子速度分布は平坦である。粒径 d が0.41
mmになると、粒子が気流に追従しやすいため、粒子
速度は気流速度と似た分布を持つようになる。

図10に、粒子速度分布の計算値と実測値の比較を
示す。図からわかるように、粒子速度の計算値が実測
値よりやや小さくなっている。

図11に平均粒子速度と混合比の関係を示す。 $\overline{V_{px}}$ は
文献(16)と同様に、運動量から求めた平均粒子速度で
ある。図からわかるよう、計算値が実測値よりやや小
さくなっているが、気流速度が同じ場合、平均粒子速
度はほぼ1本の直線上にあり、混合比 μ の増加ととも
に減少し、実験結果と同様な傾向を示す。

4.4 気流速度分布 図12は気流速度分布の一例
である。固体粒子が混入されていない管内流では、気
流速度が管軸を中心とする軸対称の分布を持つ。しか
し、図に示しているように、固体粒子が混入されると、

図9 粒子速度分布と粒径の関係

(森川ら⁽¹⁶⁾の実測値との比較)

図10 粒子速度分布

(森川ら⁽¹⁶⁾の実測値との比較)

図11 平均粒子速度と混合比の関係

図12 気流速度分布 ($U_x/\bar{u}$)
($\bar{u}=10$ m/s, $d=0.4$ mm)

(森川ら⁽¹⁶⁾の実測値との比較)

図 13 付加圧力損失係数

粒子が不均一に分布しているため、気流に及ぼす力も非対称となる。その結果、気流速度分布はゆがみ、非軸対称となる。また、混合比が大きければ、気流速度分布のゆがみも大きい。

4・5 付加圧力損失係数 管内固気二相流圧力損失の整理において、次式で定義される付加圧力損失係数 λ_z がしばしば用いられる。

$$\frac{\Delta p_K}{\Delta x} = \lambda_z \frac{C_{p0}}{2D} \overline{V_{px}^2} \dots \dots \dots (51)$$

ここで、 Δp_K は流体摩擦による損失を含んだ全圧力損失から単相の気流による圧力損失を引いたものである。 $\overline{V_{px}}$ は平均粒子速度、 C_{p0} は質量流量 q と平均粒子速度から求められる平均濃度、 $C_{p0} = q / (A \overline{V_{px}})$ 、 A は輸送管断面である。

図 13 に定速区間における付加圧力損失係数の計算結果を示す。比較のために、圧力損失の測定から求めた結果⁽¹⁶⁾も同図にプロットした。気流速度 $\bar{u} = 12$ m/s の場合、付加圧力損失係数は混合比と無関係にほぼ一定の値となっている。それに対して、気流速度を $\bar{u} = 10$ m/s まで下げた場合、付加圧力損失係数は混合比

の増加とともに大きくなる。このような計算結果の傾向は実験結果においても認められる。

5. む す び

著者らがチャネル内固気二相流のシミュレーションにおいて提案した、粒子-壁面間衝突モデルおよび流体の運動方程式に登場する粒子ソース項に関するモデルを三次元流れ場に適用できるように拡張した。これらのモデルを用いて水平円管内固気二相流の数値シミュレーションを行い、各種の特性量を求めた。従来の実験結果と比較したところ、計算結果は圧力損失係数だけでなく、断面内の粒子速度分布や濃度分布などについても実測値にほぼ一致することがわかった。

本論文を作成するにあたって、大阪大学工学部、田中敏嗣助手に貴重なデータの提供と有益な討論をしていただいたことを記し、ここに感謝の意を表する。

文 献

- (1) Matsumoto, S. and Saito, S., *J. Chem. Eng. Jpn.*, 3-1 (1970), 83.
- (2) Matsumoto, S. and Saito, S., *J. Chem. Eng. Jpn.* 3-2 (1970), 223.
- (3) 辻・ほか 2 名, 機論, 49-445, B (1983), 1850.
- (4) 富田・沈, 機論, 52-474, B (1986), 790.
- (5) 辻・ほか 4 名, 機論, 53-488, B (1987), 1240.
- (6) 沈・辻・森川, 機論, 53-493, B (1987), 2785.
- (7) 沈・辻・森川, 機論, 54-508, B (1988), 3424.
- (8) Durst, F., Mikojevic, D. and Schonung, B., *Appl. math., Modelling*, 8 (1984), 101.
- (9) Morsi, S. A. and Alexander, A. J., *J. Fluid Mech.*, 55, Part. 2 (1972), 193-208.
- (10) 谷, 科学, 20-9, (1950), 405.
- (11) Saffman, P. G., *J. Fluid.*, 22-2 (1965), 385.
- (12) Dennis, S. C. R., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 101 (1980), 257.
- (13) Patankar, S. V. and Spalding, D. B., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15 (1972), 1792.
- (14) 沈・辻・森川, 機論, 55-512, B (1989).
- (15) 田中・ほか 4 名, 機論, 54-489, B (1988), 367.
- (16) 森川・辻・田中, 機論, 51-467, B (1985), 2321.
- (17) 上滝, 粉粒体の空気輸送, (1974), 143, 日刊工業新聞社.

討 論

〔質問〕 山本富士夫・立花 規 良

(福井大学工学部)

(1) 固気二相流の数値シミュレーションに関する貴研究は、すでに 10 年余を経過し、大きな蓄積を有するところとなっている。ところで、読者が貴論文に従ってシミュレーション計算をしようとしても、そのアルゴリズムがわかりにくい。この段階で、開発された

プログラムの骨子をフローチャートに示すなどして、本研究成果のはん用実用化を図るお考えはないか。

(2) 初期条件において、各モデル粒子の姿勢をそれぞれ一度だけ乱数で規定すれば、後は、式(2)を 2 回積分して、壁面衝突時だけでなく任意の時刻における回転面の姿勢(ϕ と θ の値)を決めることができ、貴 POS モデルに従って異常反発を時系列計算に乗せる

付図 1 フローチャート

(I_{end}:主流方向流れ場の分割数,N_p:計算粒子の総数)

ことができそうに思われる。しかし、衝突のたびに毎回乱数を用いて粒子の姿勢を近似させたのは、何か物理的必然性があるのか、ご説明願いたい。

〔回答〕 (1) 本計算に用いたプログラムのフローチャートは付図1のとおりである。ただし、衝突の計算に必要な特徴半径、偏角度、制限条件などは、流れのシミュレーションを行う前に、粒子の形状からあらかじめ求めておかなければならない。その求め方は文献(14)を参照されたい。

(2) ご指摘のように、理論的には、時系列計算において求められる粒子の回転した角度を用いて粒子の姿勢を決めることができるが、数値計算では、そのような方法を用いると、不都合が生じる。回転している

粒子が壁面と衝突するとき、粒子の姿勢には、壁面と衝突しやすい姿勢と衝突しにくい姿勢があり、場合によっては衝突に現れない姿勢がある(2・3節を参照)。一方、数値計算においては、粒子の軌跡は不連続で、一定の時間間隔で求められる座標によって表される。したがって、粒子の回転した角度を用いて粒子の姿勢を決めると、粒子は実際の衝突において不可能となる姿勢で壁面と衝突することになる恐れがある。したがって、本研究では、管内で輸送されている粒子の姿勢が任意であることを考慮して壁面に接近している粒子の姿勢を一様乱数で与えた。また、粒子が乱数で選んだ姿勢で壁面と衝突することが可能かどうかの判別は2・3節で述べた制限条件を用いて行われた。