密度不均質を伴う円管内旋回乱流混合特性の数値予測*

平井 秀一郎^{*1}, 高城 敏美^{*1}

Numerical Prediction of Turbulent Mixing in a Variable-Density Swirling Pipe Flow

Shuichiro HIRAI and Toshimi TAKAGI

Numerical predictions are compared with the results of experimentation on turbulent mixing in swirling pipe flows with density nonhomogeneity induced by the mixing of He or CO₂ with air. Computations employ two kinds of stress/flux equation models: The density-weighted Favre-averaged form and the density-unweighted conventional time-averaged form. The calculation based on the former model can predict that the mixing of He with air will be more strongly suppressed than the mixing of CO₂, whereas the latter model fails to predict this. The possible interpretations of the interrelation between turbulent mixing, density nonhomogeneity and swirl-induced pressure gradient are presented.

Key Words: 225 Computational Fluid Dynamics, 247 Swirling Flow, 289 Turbulent Mixing, Transport Equation Model, Retardation of Mixing, Density Nonhomogeneity

1. ま え が き

旋回乱流の数値計算は、旋回を伴う多くの燃焼器内の流動、混合および燃焼状況を予測する上で重要と考えられる。旋回流は運動量、熱または物質の乱流輸送を旋回のないときに比べて抑制したり⁽¹⁾、逆に促進したりする作用があり、混合や燃焼が旋回により遅延したり促進する現象を精度よく予測できる旋回乱流の計算手法を確立することが肝要である。またこれらの現象の生じる原因を基礎的に明らかにすることも有用であると考えられる。

乱流場の流動や混合状況を予測する場合、乱流モデル等を適用して解析する手法が現在実用的であると考えられる。著者らは自軸回りに回転する円管内乱流場および静止円管内旋回乱流場で生じる層流化現象⁽²⁾および特徴的な流動特性が応力方程式モデル⁽⁴⁾を用いた計算は予測できるが、 k - ϵ 二方程式モデル⁽⁵⁾を用いると予測できないことを示し、またこれらの現象の生じる支配因子を解明した⁽⁶⁾⁽⁷⁾。また Weber らは旋回により再循環域が形成される流れ場について数値計算を行

い応力方程式モデルが k - ϵ モデルよりもよく予測できることを示している⁽⁸⁾。また旋回乱流場におけるスカラー量の乱流輸送もスカラー量の flux の輸送方程式モデル⁽⁹⁾を応力方程式モデルと併用して用いると自軸回りに回転する円管内乱流場で生じる熱伝達低下現象⁽¹⁰⁾や管内旋回乱流場における旋回による混合の遅延現象⁽¹¹⁾が予測できる⁽¹²⁾⁽¹³⁾。このようにレイノルズ応力およびスカラー量の輸送方程式モデルを適用した数値計算はいくつかの旋回を伴う乱流場の流動、混合および熱伝達特性を予測できることがわかってきている。

一方、燃焼器等では燃焼や多成分の混合により、温度や濃度の分布に不均質性が生じ、密度の変動のある流れ場となる。密度変動を伴う流れ場の解析は、密度の変動を考慮する場合、密度加重形の時間平均をした方程式に基づく乱流モデルを用いるほうが方程式中の項の数が少なくなり便利である⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。Janicka⁽¹⁶⁾はレイノルズ応力モデルを用いて拡散火炎内の流れを予測している。また Vandromme-Kollmann は平板後流の密度の異なる2成分間の混合について密度加重形の時間平均を行った輸送方程式モデルを用いた計算を行っている⁽¹⁷⁾。しかし密度変動の大きい旋回乱流場の流動と混合について密度加重形のレイノルズ応力および濃

* 平成元年3月23日 関西支部第64期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年9月6日。

^{*1} 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘2-1)。

度の flux の輸送方程式モデルを用いた解析が行われた例は著者らの知る限りではない。

本報では非反応 2 成分系の流体間の乱流混合により誘起される密度変動を伴う円管内流れ場⁽¹¹⁾の周囲空気流に旋回をかけた場合およびかけない場合について数値解析を行う。2 種類のレイノルズ応力および濃度の flux の輸送方程式モデル、すなわち密度変動を考慮したものおよび考慮しないものを適用して数値解析を行い、実験値と対比することにより旋回のある場合とない場合の乱流モデルの適用性を明らかにする。また、特に密度の変動を含む項と旋回流れにより誘起される圧力こう配が干渉して乱流輸送に重要な影響を及ぼすことを明らかにし、密度不均質を伴う旋回流れ場の物質の乱流輸送が抑制されたり促進されたりする現象の生じる原因を明確にする。

2. 解 析

2.1 基礎式および応力 (flux) モデル 解析は直円管内で密度の異なる非反応 2 成分系の流体 (He または CO₂ と空気) が混合する乱流場の周囲空気流に旋回をかけた場合および旋回をかけない場合を対象とする。流れは定常、軸対称であり、旋回の影響による逆流はなく境界層近似が可能であるとする。乱流モデルはレイノルズ応力および速度変動と濃度変動の相関 (成分の flux) の輸送方程式モデル⁽⁴⁾⁽⁹⁾ [以下、応力 (flux) モデルと略する] を適用する計算は局所の流速および濃度を規定する保存式ならびに応力 (flux) モデルの輸送方程式に密度変動を考慮し密度加重平均 (Faver 平均) を行ったもの (case A) および密度変動を考慮しない通常の時間平均を行ったもの (case B) を適用する。以下に case A および case B のそれぞれの場合について述べる。

2.1.1 密度変動を考慮する Faver 時間平均した保存式ならびに応力 (flux) モデル (case A) case A の基礎式は密度加重時間平均した質量および軸方向、

周方向、半径方向の運動量の保存式ならびに化学種 [ヘリウム (He) または二酸化炭素 (CO₂)] の質量分率の保存式であり、境界層近似をすると次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\bar{\rho}\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{V}) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{\rho}\left(\bar{U}\frac{\partial\bar{U}}{\partial x} + \bar{V}\frac{\partial\bar{U}}{\partial r}\right) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{u}''\bar{v}'') \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{\rho}\left(\bar{U}\frac{\partial\bar{W}}{\partial x} + \bar{V}\frac{\partial\bar{W}}{\partial r} + \frac{\bar{V}\bar{W}}{r}\right) = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\bar{\rho}\bar{v}''\bar{w}'') \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\bar{\rho}\bar{v}''^2 + \frac{\bar{\rho}}{r}(\bar{W}^2 + \bar{w}''^2 - \bar{v}''^2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\bar{\rho}\left(\bar{U}\frac{\partial\bar{M}_l}{\partial x} + \bar{V}\frac{\partial\bar{M}_l}{\partial r}\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{v}''\bar{m}_l'') \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 x, r : 軸方向、半径方向座標である。 $\bar{\cdot}$ は通常の時間平均を、 $\bar{\cdot}$ は密度加重 (Favre) 時間平均を、 $\bar{\cdot}$ は密度加重平均からの変動量を意味する。また、 $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$: 軸方向、半径方向、周方向 Favre 平均流速、 u'', v'', w'' : 軸方向、半径方向、周方向流速の $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$ からの変動成分、 $\bar{M}_l, \bar{m}_l''$: 化学種 l の密度加重平均の質量分率および化学種の質量分率の $\bar{M}_l$ からの変動成分である。また $\bar{p}, \bar{\rho}$: 通常の時間平均圧力および時間平均密度である。式 (2) ~ (5) に現れる流速変動の相関ならびに流速変動と濃度変動の相関は密度変動を考慮した応力 (flux) モデルより求める。

式 (2) ~ (5) に現れる流速変動の相関項および流速変動と濃度変動の相関項を算出するために、それらを変数とした輸送方程式を用いるのが応力 (flux) モデルである。ナビエ・ストークスの運動量保存式および化学種の保存式より導かれる密度変動を考慮した流速変動の相関 $\bar{u}_i''\bar{u}_j''$ および流速変動と成分 l の濃度変動の相関 $\bar{u}_i''\bar{m}_l''$ についての輸送方程式は一般に直角座標ではそれぞれ次式となる⁽¹⁴⁾。

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\bar{u}_k\frac{\partial}{\partial x_k}\bar{u}_i''\bar{u}_j'' &= \underbrace{-\bar{\rho}\bar{u}_j''\bar{u}_k''\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_k}}_{(I)} - \underbrace{\bar{\rho}\bar{u}_i''\bar{u}_k''\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_k}}_{(II)} \\ &\quad - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\bar{\rho}\bar{u}_i''\bar{u}_j''\bar{u}_k'' + (\bar{p}'\bar{u}_i''\delta_{jk} + \bar{p}'\bar{u}_j''\delta_{ik}) - (\bar{u}_i''\bar{\tau}_{jk} + \bar{u}_j''\bar{\tau}_{ik})\right\}}_{(III)} \\ &\quad - \underbrace{\bar{u}_i''\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_j} - \bar{u}_j''\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}}_{(IV)} + \underbrace{\bar{p}'\left(\frac{\partial\bar{u}_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j''}{\partial x_i}\right)}_{(V)} - \underbrace{\bar{\tau}_{ik}\frac{\partial\bar{u}_j''}{\partial x_k} - \bar{\tau}_{jk}\frac{\partial\bar{u}_i''}{\partial x_k}}_{(VI)} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\rho} \bar{u}_k \frac{\partial}{\partial x_k} \widetilde{u_i'' m_i''} = & \underbrace{-\bar{\rho} \widetilde{u_k'' m_i''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}}_{(VII)} - \underbrace{\bar{\rho} \widetilde{u_k'' u_i''} \frac{\partial \bar{m}_i}{\partial x_k}}_{(VIII)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_k'' m_i''} + \bar{m}_i \bar{p}' \delta_{ik})}_{(IX)} \\
& + \bar{p}' \frac{\partial \bar{m}_i''}{\partial x_i} - \bar{m}_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \underbrace{\left(\tau_{ik} \frac{\partial \bar{m}_i''}{\partial x_k} - j_{i,k} \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right)}_{(XII)} \dots \dots \dots (7) \\
& (X) \quad (XI)
\end{aligned}$$

ここで、 $\bar{u}$, u'' : 密度加重平均流速, 瞬間流速の $\bar{u}$ からの変動成分, x : 座標, δ_{ik} : クロネッカのデルタ, τ_{ik} : 粘性応力, $j_{i,k}$: 成分 i の質量流束, 添字 i, j : それぞれの座標の方向表示 ['] 通常の時間平均量からの変動成分である。また添字については総和規約を適用する。式(6), (7)の(I), (II), (VII), (VIII)項は算出可能な量からなっているが, 他の項はそのままでは算出できないので値が小さいと予想される項は省略し, そうでない項は計算できる形にモデル化する必要がある。式(6)の(III)項の拡散項について(III)項の第2項の圧力拡散項および第3項の粘性拡散項は第1項の流速変動の三重相関項を含む速度拡散項に比べて小さいとして省略する⁽⁴⁾⁽¹⁷⁾。また式(7)の(IX)項の拡散項についても圧力変動を含む第2項は第1項に比べて小さいとして省略する⁽¹⁷⁾。さらに式(7)の(XII)項は高レイノルズ数では小さく省略できる⁽¹⁴⁾。本計算が case A に適用した乱流モデルは式(6)(III)項の第1項, (V)項, 式(7)(IX)項の第1項および(X)項についてそれぞれ Daly-Harlow⁽¹⁸⁾, Launder ら⁽⁴⁾, Launder⁽⁹⁾および Launder⁽⁹⁾の密度変動を考慮しない通常の時間平均量でモデル化したものに密度加重形の時間平均量におきかえた近似を適用する⁽¹⁷⁾。すなわち,

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j'' u_k''}) = -C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\bar{\rho} \frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \widetilde{u_k'' u_i''} \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_i} \right) \dots \dots \dots (8)$$

$$\begin{aligned}
\bar{p}' \left(\frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j''}{\partial x_i} \right) = & -C_1 \bar{\rho} \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left(\widetilde{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{k} \right) + \frac{8+C_2}{11} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \bar{\rho} \widetilde{u_j'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \\
& + \frac{8C_2-2}{11} \left(\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} + \bar{\rho} \widetilde{u_j'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} \right) - \frac{30C_2-2}{55} \bar{\rho} \bar{k} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{6C_2+4}{11} \delta_{ij} \bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \dots \dots \dots (9)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_k'' m_i''}) = -C_c \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \bar{\rho} \frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \left(\widetilde{u_i'' u_i''} \frac{\partial \bar{u}_k'' m_i''}{\partial x_i} + \widetilde{u_k'' u_i''} \frac{\partial \bar{u}_i'' m_i''}{\partial x_i} \right) \right\} \dots \dots \dots (10)$$

$$\bar{p}' \frac{\partial \bar{m}_i''}{\partial x_i} = -C_{1c} \frac{\bar{\rho} \bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \widetilde{u_i'' m_i''} - C_{1c}' \frac{\bar{\rho} \bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left(\frac{\widetilde{u_i'' u_j''}}{\bar{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) \widetilde{u_j'' m_i''} + C_{2c} \bar{\rho} \widetilde{u_j'' m_i''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \dots \dots \dots (11)$$

式(6), (IV)項の $-\bar{u_i''} \partial \bar{p} / \partial x_j - \bar{u_j''} \partial \bar{p} / \partial x_i$ 中の $\bar{u''} (-\bar{u''} \bar{\rho}' / \bar{\rho})$ は密度 ρ が濃度 M_i と直接関係するので $\rho(M_i)$ を $\bar{\rho}(\bar{M}_i)$ を中心に Taylor 展開して得られる近似等を用いて次式により求める。

$$\bar{u_i''} = -\bar{u_i'' m_i''} / \bar{\rho} \cdot \partial \bar{\rho} / \partial \bar{M}_i \dots \dots \dots (12)$$

式(6), (VI)項の消散項 $-\tau_{ik} \partial \bar{u}_j'' / \partial x_k - \tau_{ik} \partial \bar{u}_i'' / \partial x_k$ は局所等方性を仮定して次式を用いる⁽¹⁴⁾。

$$-\tau_{ik} \partial \bar{u}_j'' / \partial x_k - \tau_{jk} \partial \bar{u}_i'' / \partial x_k = -2/3 \bar{\rho} \delta_{ij} \bar{\varepsilon} \dots \dots \dots (13)$$

ここで, $\bar{\varepsilon}$ は乱れの運動エネルギーの消散速度で次のモデル化した輸送方程式⁽¹⁴⁾より求める。

$$\bar{\rho} \bar{u}_k \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ C_\varepsilon \frac{\bar{\rho} \bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_i} \right\} + \frac{\bar{\rho} \bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left(-C_{\varepsilon 1} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} - C_{\varepsilon 2} \bar{\varepsilon} - C_{\varepsilon 3} \frac{\bar{u}_k''}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} \right) \dots \dots \dots (14)$$

式(7), (XI)項の $-\bar{m}_i'' \partial \bar{p} / \partial x_i$ 中の $\bar{m}_i'' (= -\bar{m}_i'' \bar{\rho}' / \bar{\rho})$ は ρ を $\bar{\rho}$ を中心に Taylor 展開して得られる近似等を用いて $\bar{m}_i''^2$ と次式で近似される。

$$\bar{m}_i'' = -\bar{m}_i''^2 / \bar{\rho} \cdot \partial \bar{\rho} / \partial \bar{M}_i \dots \dots \dots (15)$$

$\bar{m}_i''^2$ は次のモデル化した輸送方程式⁽¹⁴⁾より求める。

$$\bar{\rho} \bar{u}_k \frac{\partial \bar{m}_i''^2}{\partial x_k} = -2 \bar{\rho} \widetilde{u_k'' m_i''} \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial x_k} + C_{sm} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\bar{\rho} \frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \widetilde{u_k'' u_i''} \frac{\partial \bar{m}_i''^2}{\partial x_i} \right) - C_{\rho m} \bar{\rho} \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \bar{m}_i''^2 \dots \dots \dots (16)$$

これらのモデル化した式に現れる実験定数は文献(4), (9), (13), (15), (17), (18)により次のように選ぶ。

$$C_s = 0.22, C_1 = 1.5, C_2 = 0.4, C_c = 0.11, C_{1c} = 3.8, C_{1c}' = -2.2,$$

$$C_{2c} = -0.33, C_{\varepsilon 1} = 1.45, C_{\varepsilon 2} = 1.90, C_{\varepsilon 3} = 2.0, C_\varepsilon = 0.15, C_{sm} = 0.11, C_{\rho m} = 2.0$$

式(8)~(11), (13)~(15)の関係を用いた式(6), (7), (12)および式(16)を用いれば流速変動の相関 $\widetilde{u_i'' u_j''}$, 乱れの運動エネルギーの消散速度 $\bar{\varepsilon}$, 流速変動と濃度変動の相関 $\widetilde{u_i'' m_i''}$ および濃度変動の相関 $\bar{m}_i''^2$ を算出することができ

きる。これらの式を円管内乱流に適用するために、座標変換により円筒座標で表すと 11 個の変動量の相関 ($\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$, $\overline{w'^2}$, $\overline{u'v'}$, $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$, $\bar{\varepsilon}$, $\overline{u'm_i}$, $\overline{v'm_i}$, $\overline{w'm_i}$, $\overline{m_i'^2}$) に関する輸送方程式となる。本報では、これらのすべての方程式を用いるが、特に旋回と不均質密度が乱流混合に及ぼす影響を予測できるかどうかを調べることに重点をおいているので、乱流混合を主として支配する濃度の半径方向の乱流輸送を表す $\overline{v'm_i}$ についての輸送方程式を例示すると次式である。

$$\begin{aligned} & \bar{U} \frac{\partial \overline{v'm_i}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \overline{v'm_i}}{\partial r} - \overline{w'm_i} \frac{\bar{W}}{r} \\ &= - \left(\overline{v'^2} \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial r} - \overline{w'm_i} \frac{\bar{W}}{r} \right) + 2C_c \frac{1}{r} \frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \left(\overline{v'^2} \frac{\partial \overline{v'm_i}}{\partial r} - \overline{v'w'} \frac{\partial \overline{w'm_i}}{\partial r} \right) \\ &+ 2C_c \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\bar{\rho} \bar{k}}{\bar{\varepsilon}} \left(\overline{v'^2} \frac{\partial \overline{v'm_i}}{\partial r} - \frac{\overline{v'w'} \overline{w'm_i}}{r} \right) \right\} - 2C_c \frac{1}{r^2} \frac{\bar{k}}{\bar{\varepsilon}} (\overline{w'^2} \overline{v'm_i} + \overline{v'w'} \overline{w'm_i}) \\ &- C_{1c} \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \overline{v'm_i} - C_{1c}' \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left\{ \frac{1}{\bar{k}} (\overline{v'^2} \overline{v'm_i} + \overline{v'w'} \overline{w'm_i} + \overline{u'v'} \overline{u'm_i}) - \frac{2}{3} \overline{v'm_i} \right\} - C_{2c} \overline{w'm_i} \frac{\bar{W}}{r} - \underbrace{\overline{m_i} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} \frac{1}{\bar{\rho}}}_{\text{(XIV)}} \\ &\dots\dots\dots \text{(17)} \end{aligned}$$

2・1・2 密度変動を考慮しない通常の時間平均した保存式ならびに応力 (flux) モデル (case B) case B の保存式は密度変動を考慮しない通常の時間平均した質量および軸方向、周方向、半径方向の運動量の保存式ならびに化学種 (ヘリウムまたは二酸化炭素) の質量分率の保存式であり、case A の式 (1) ~ (5) 中の $\{\sim\}$, $\{\prime\prime\}$ をそれぞれ $\{-\}$, $\{\prime\}$ に置き換えれば保存式はそのまま成り立つ。また case B の応力 (flux) モデルは case A の式 (6) ~ (11), (13), (14), (17) 中の $\{\prime\prime\}$ $\{\sim\}$ をそれぞれ $\{\prime\}$ $\{-\}$ に置き換え、式 (6), (7), (12), (17) 中の密度変動に起因して生じる (IV), (XI), (XIII), (XIV) 項を省略したものになる。また、 $\overline{m_i'^2}$ の輸送方程式 (16) は解く必要はなく、式 (12), (15) の関係は適用しない。

2・2 境界条件および計算法 応力 (flux) モデルを用いて数値計算するうえで、壁面近傍、中心軸ならびに入口部断面において各従属変数に対して境界条件を与える必要があるが、壁面近傍および中心軸上の境界条件は文献 (7), (13) と同じ条件を case A と case B の計算に対して用いる。ただし $\overline{m_i'^2}$ は中心軸上および壁面近傍でこう配がないという条件を与える。計算の入口部断面はノズル先端を含む断面に設定する。入口部での境界条件は特に乱流域の周囲空気流 (ノズル内部は層流) の与え方について次のようにする。ただし case A と case B の対応する従属変数はそれぞれ同じ条件を与える。 $\bar{U} (= \bar{U})$, $\bar{W} (= \bar{W})$ および $\overline{u'^2} (= \overline{u'^2})$ は実験値⁽³⁾より、 $\overline{v'^2} (= \overline{v'^2})$ および $\overline{w'^2} (= \overline{w'^2})$ は平坦な分布を、 $\overline{u'v'} (= \overline{u'v'})$ は $\overline{u'v'} (= \overline{u'v'})$ の輸送方程式の対流および拡散による輸送は小さいとして得られる条件より、 $\overline{v'w'} (= \overline{v'w'})$ および $\overline{u'w'} (= \overline{u'w'})$ はそれぞれ壁面近傍の境界値と中心軸上の値 (0) を直線

で結んだもので与える。また $\bar{\varepsilon} (= \bar{\varepsilon})$ は乱れエネルギー $\bar{k} (= \bar{k})$ の輸送方程式中の生成項と消散項が釣り合うという条件にレイノルズせん断応力について $k-\varepsilon$ モデルで得られる関係式を適用して与える。 $\overline{u'm_i} (= \overline{u'm_i})$, $\overline{v'm_i} (= \overline{v'm_i})$, $\overline{w'm_i} (= \overline{w'm_i})$ および $\overline{m_i'^2}$ はそれぞれ零とする。

数値計算のための差分式への変換は Patanker-Spalding の方法⁽¹⁹⁾に準拠している。格子点の数は半径方向に不等間隔で 74 点とし、流れ方向のきざみ幅はノズル先端からの距離 x が 100 mm までは 0.1 mm, x が 100 mm より下流は 1 mm とした。方程式は境界層近似したものであるため、上流から下流に向かって逐次数値積分を行う。

3. 予測値と実験値の比較と検討

高城ら⁽¹¹⁾と山田⁽³⁾は密度の異なる非反応系の 2 流体の乱流混合により生じる密度不均質を伴う円管内乱流場で流動と混合に及ぼす旋回の影響について実験により調べている。内径 60 mm の静止真円管内に周囲空気流を流し、管中心軸に設置した内径 7 mm のノズルから空気より軽い気体としてヘリウム (He) または重い気体として二酸化炭素 (CO₂) を噴出し、周囲空気流に旋回をかけた場合およびかけない場合について管内乱流場の流動状況と He または CO₂ の混合特性を比較、検討することにより旋回の影響を実験的に調べている。軸方向流速および周方向流速の半径方向分布をレーザ・ドップラ流速計 (LDV) を用いて測定し He または CO₂ の濃度分布をプローブを用いてガスをサンプリングとした後、ガスクロマトグラフを用いて分析している。その実験結果によると (1) 軸方向流速および周方向流速の半径方向分布は、旋回のあるときおよび

ないときそれぞれの場合に He を噴出した場合でも CO₂ を噴出した場合でもほとんど変わらないこと。
(2) 周囲空気流に旋回を伴わない場合、He と CO₂ の管中心軸上の濃度分布はほとんど変わらないが周囲空気流に旋回をかけると管中心部に周囲空気流より密度の小さいガスがある場合と大きいガスがある場合で旋回による遠心分離効果に著しい差異が生じ空気より重い CO₂ の混合に比べて空気より軽い He の混合が強く抑制されることが指摘されている。

前報⁽⁷⁾⁽¹³⁾において著者らは前述の実験のノズル先端より 100 mm 下流に計算入口断面を設定し、管内旋回流場における特徴的な流動特性や旋回により生じる混合の抑制現象が応力 (flux) モデルを適用した数値計算では予測できるが $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを用いた計算では予測できないことを示した⁽¹³⁾。この計算⁽¹³⁾は混合が進み不均質密度の影響が小さいと考えられる領域で密度変動を考慮しない応力 (flux) モデルおよび $k-\varepsilon$ モデルを用い、乱流モデルの適用性を調べたものである。

本報ではノズル先端に計算初期断面を設定し、密度変動の大きい領域を含めた乱流混合特性を数値計算により予測できるかどうかを調べる。保存式および応力 (flux) モデルは密度変動を考慮して Favre 時間平均したもの (case A) および密度変動を考慮しない通常の時間平均したもの (case B) を用い、乱流時間平均操作の相違により生じる密度変動の乱流混合特性に及ぼす影響を旋回のある場合とない場合について調べるとともに特に密度不均質を伴う管内旋回流混合場で生じる特徴的な現象の原因を調べる。ところで流動特性

については旋回のある場合および旋回のない場合の両方の場合について He を噴出した場合でも CO₂ を噴出した場合でも軸方向流速および周方向流速の半径方向分布に大きな差異が認められず⁽³⁾ また軸方向の流速成分は case A, case B とともによい予測値が得られる⁽²⁰⁾。

図 1 に旋回がない時の管中心軸上の He および CO₂ の濃度分布について実験値 (プロット) と計算値 (実線) を比較している。図 1 (a), (b) の実線はそれぞれ密度変動を考慮した case A の計算値および密度変動を考慮しない case B の計算値を表している。実験値の濃度分布は He の場合も CO₂ の場合もほぼ同じ分布を示している。これは旋回のない円管内乱流場における密度の異なる 2 流体間の混合は管中心部に周囲より軽い気体がある場合と重い気体がある場合との間で差異が非常に小さいことを表している。計算値は密度変動を考慮した case A [図 1 (a)] も密度変動を考慮していない case B [図 1 (b)] も He の場合と CO₂ の場合でほぼ同じ濃度分布となる実験の傾向をよく予測することができる。また、計算値の濃度分布は He または CO₂ それぞれの場合に case A と case B の間でほぼ同じになる。この原因について以下のように考慮する。case A および case B のそれぞれの場合において濃度分布を規定するのは濃度の半径方向乱流輸送を表す $\overline{v''m_i}$ および $\overline{v'm_i}$ であるが、 $\overline{v''m_i}$ と $\overline{v'm_i}$ の輸送方程式の間で異なるのは $\overline{v''m_i}$ の輸送方程式 (17) の中には密度変動を含む $\overline{m_i}$ と半径方向圧力勾配 $\partial p / \partial r$ により構成される (XIV) 項 $-\overline{m_i} / \rho \partial p / \partial r$ が含まれているが $\overline{v'm_i}$ の輸送方程式には含まれていないことである。旋回がないとき He または CO₂ それぞれの場合に case

(a) 密度変動を考慮する case A の計算

(b) 密度変動を考慮しない case B の計算

実線：計算値。プロット：高城らの実験値⁽¹⁴⁾

図 1 He および CO₂ の管中心軸上濃度分布 (旋回のない場合)

A と case B がほぼ同じ濃度分布になるのは, case A の $\bar{v}''\bar{m}_i$ の輸送方程式(17)の中 (XIV) 項 $-\bar{m}_i/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$ の $\bar{v}''\bar{m}_i$ に及ぼす影響が小さいためであると考えられる。 $-\bar{m}_i/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$ の影響が小さいのは旋回がないために周方向流速 W が零になり式(4)により求められる半径方向圧力こう配 $\partial\bar{p}/\partial r$ が小さいものになるためであると考えられる。

図2に旋回がある時の管中心軸上の He および CO₂ の濃度分布について実験値(プロット)と計算値(実線)を比較している。図2(a)および(b)の実線はそれぞれ密度変動を考慮した case A の計算値および密度変動を考慮しない case B の計算値を表している。旋回のあるとき実験値は He の濃度が CO₂ の濃度よりも下流域で高くなり, He のほうが CO₂ に比べて強く混合が抑制される傾向を示している。このことは旋回を伴う円管内乱流場では, 管中心部に空気より密度の小さいガスのあるときのほうが密度の大きいガスのあるときに比べて周囲空気流との混合が抑制されることを示している。密度変動を考慮した保存式および応力(flux)モデルを適用する case A の計算値は He のほうが CO₂ より強く混合が抑制される実験の傾向をよく予測できている。これに対して密度変動を考慮しない保存式および応力(flux)モデルを適用する case B の計算値は He と CO₂ の管中心軸上の濃度がほぼ同じ分布を示し実験の傾向を予測できない。

このように旋回のあるとき He の空気との乱流混合が CO₂ の場合に比べて強く抑制される実験の傾向を密度変動を考慮した保存式および応力(flux)モデルを適用する case A の計算が予測できるのは, case A の計

算における He の半径方向乱流輸送が CO₂ のものに比べて小さく見積もられているためと考えられる。この原因について case A の計算値の濃度分布を規定する $\bar{v}''\bar{m}_i$ に関する輸送方程式(17)の各項の特性を He と CO₂ の場合について比較することにより検討することができる。

図3(a), (b)にそれぞれ $x=100$ mm 断面における He の場合と CO₂ の場合の基礎式および応力(flux)モデルを用いる case A の計算 [図2(a)の条件に対応する]における式(17)の右辺の各項の大きさを示す。ただし図3(a), (b)中の P_i , R_i , D_i ($i=1, 2, 3$) の符号は図に付記したように式(17)の右辺の各項を分割したものに付した符号に対応する。

P_i が生成項である。He または CO₂ の半径方向濃度こう配に関連する P_1 ($=-\bar{v}''\partial\bar{M}_i/\partial r$) は He および CO₂ 両方の場合に正の値となり $\bar{v}''\bar{m}_i$ の生成に大きく寄与し He および CO₂ の半径方向乱流輸送を促進する効果を持つ。周方向流速 $\bar{W}$ を含む P_2 ($=\bar{w}''\bar{m}_i\bar{W}/r$) は He および CO₂ 両方の場合に負の生成項となり, $\bar{v}''\bar{m}_i$ の生成を抑制し He と CO₂ の混合が旋回により抑制される効果をもつ。ところが密度の変動を含む $\bar{m}_i'$ ($=-\bar{\rho}'\bar{m}_i/\bar{\rho}$) と半径方向圧力こう配により構成される生成項 P_3 ($=-\bar{m}_i'/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$) は, He の場合には負の生成項となり, $\bar{v}''\bar{m}_i$ の大きさを減少させ混合が抑制する効果をもつのにに対して, CO₂ の場合には正の生成項となり, 混合を促進する効果をもつ。生成項 P_3 ($=\bar{m}_i'/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$) が He の場合と CO₂ の場合で異なる符号をもつのは $\bar{m}_i'$ を求める式(15)中の $\partial\bar{p}/\partial\bar{M}_i$ が He の場合に負に CO₂ の場合に正になるからである。 $\bar{v}''\bar{m}_i$ の輸

(a) 密度変動を考慮する case A の計算

(b) 密度変動を考慮しない case B の計算

実線: 計算値, プロット: 高城らの実験値⁽¹¹⁾

図2 He および CO₂ の管中心軸上濃度分布 (旋回のある場合)

送方程式(17)中の P_3 以外の項の特性は He の場合でも CO_2 の場合でも同様のものとなり、特に際だった相違はない。ゆえに旋回を伴う管内乱流場において管中心部に周囲空気流より密度の小さいガス(He)がある場合と密度の大きいガス(CO_2)がある場合の遠心分離効果の相違により混合特性に著しい差が生じ密度の小さいガス(He)のほうが密度の大きいガス(CO_2)より混合が強く抑制される現象を密度変動を考慮した保存式および応力(flux)モデルを用いる計算で予測できるのは、 $\widetilde{v''m_i''}$ の輸送方程式(17)における生成項 $P_3(= -\widetilde{m_i''}/\rho \partial \bar{p}/\partial r)$ が He の場合に負、 CO_2 の場合に正となり He の場合は混合を抑制し、 CO_2 の場合は混合を促進する効果をもつためである。また $P_3(= -\widetilde{m_i''}/\rho \partial \bar{p}/\partial r)$ は旋回のないときは混合特性に大きな影響を及ぼさないが(図1)、旋回のあるとき式(4)により求まる半径方向の圧力こう配 $\partial \bar{p}/\partial r$ が周方向流速($\bar{W}$)により大きなものとなるために $P_3(= -\widetilde{m_i''}/\rho \partial \bar{p}/\partial r)$ は旋回流れ場における混合特性に大きな影響を及ぼし case A の計算値が実験で得られている現象を予測できる原因となる。密度変動を考慮しない case B の計算値は、密度変動に起因する生成項 $-\widetilde{m_i''}/\rho \partial \bar{p}/\partial r$ を含まないため実験で得られている傾向を予測できない。

4. む す び

多くの燃焼器内では旋回を伴い、また密度の変動のある流れ場となるが、本報では燃焼を考える前段階の密度変動を伴う旋回流れ場として He または CO_2 と周囲旋回空気流の間で形成される密度不均質を伴う円管内旋回流れ場の特徴的な混合特性が数値計算により予測できるかどうかを調べ、考察をおこなった。保存式および応力(flux)モデルは、密度変動を考慮したもの(case A)および考慮しないもの(case B)を用い、実験の傾向を予測できるかどうかを特に密度変動が混合特性に及ぼす影響について調べた。周囲空気流に旋回を伴わない場合についての計算も実行し、旋回を伴う場合と比較することにより実験で得られている現象の生じる原因について考察した。得られた結果は以下のとおりである。

(1) 旋回のないとき実験では He と CO_2 がほぼ同じ管中心軸上濃度分布を示すが、計算値は密度変動を考慮した計算(case A)も考慮しない計算(case B)も実験の傾向を予測することができる。He と CO_2 それぞれの場合について、case A と case B の計算値の間の差異が小さいのは、濃度分布を主として規定する $\widetilde{v''m_i''}$ と $\widetilde{v'm_i'}$ の輸送方程式の前者に含まれていて後者

図3 $\widetilde{v''m_i''}$ の輸送方程式における各項の大きさ

に含まれていない密度変動を含む生成項 $-\overline{m_i}/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$ の乱流混合に及ぼす影響が旋回のない流れ場では半径方向に強い圧力こう配が誘起されないため小さいものとなるからである。

(2) 旋回のあるとき、実験では He のほうが CO₂ に比べて混合が強く抑制されるが、この傾向は密度変動を考慮した保存式および応力 (flux) モデルを用いた計算 (case A) によって予測できる。しかし、密度変動を考慮しないモデル (case B) では予測できない。case A の計算では He の半径方向乱流輸送が CO₂ のものに比べて強く抑制されていると考えられるが、これは $\overline{v''m_i}$ の輸送方程式から密度の変動を考慮したときに生じ半径方向圧力こう配を含む生成項 $-\overline{m_i}/\bar{\rho}\partial\bar{p}/\partial r$ が He の場合負の生成項となり混合を抑制し、CO₂ の場合に正の生成項となり混合を促進する効果をもつためであることがわかった。旋回流れでは周方向流速により大きな半径方向圧力こう配が誘起されるためにこの項は密度不均質を伴う乱流混合に大きな影響を及ぼす。また密度変動を考慮しない case B の計算はこの項を含まないため実験で得られている傾向を予測できない結果となる。

本研究は大阪大学大学院生、東谷輝義氏と沖裕壮氏に協力いただいた。ここに記し、感謝の意を表す。

文 献

- (1) Takagi, T., ほか 3 名, *Proc. 20th. Symp. Int. Combust.*,

- (1984), 251.
 (2) 菊山・ほか 3 名, 機論, 52-481, B (1982), 1431.
 (3) 山田, 大阪大学, 修士論文, (1982).
 (4) Launder, B. E., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 68-3 (1975), 537.
 (5) Jones, W. P. and Launder, B. E., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16-6 (1973), 1119.
 (6) 平井・ほか 2 名, 機論, 52-476, B (1986), 1608.
 (7) 平井・ほか 2 名, 機論, 54-504, B (1988), 1962.
 (8) Weber, R. ほか 3 名 *Proc. 21 th. Symp. Int. Combust.*, (1986) 1435.
 (9) Launder, B. E., *Turbulence*, (1976), 232, Springer-Verlag.
 (10) Cannon, J. and Kays, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, 91 (1969), 135.
 (11) Takagi, T. ほか 2 名, *Proc. ASME-JSME Thermal Eng. Joint Conf.*, 4 (1983) 131.
 (12) Hirai, S. and Takagi, T., *Proc. 2nd ASME/JSME Thermal Eng. Joint Conf.*, 5 (1987) 181.
 (13) Hirai, S., ほか 2 名, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 32-1 (1989), 121.
 (14) Libby, P. A. and Williams, F. A., *Turbulent Reacting Flow*, (1980), Springer-Verlag.
 (15) Jones, W. P., *Prediction Methods for Turbulent Flow*, (1980), 380, Hemisphere.
 (16) Janicka, J., 文献 (8) の 1409 ページ.
 (17) Vandromme, D. and Kollmann, W., *Turbulent Shear Flow 3*, (1982), 275, Springer-Verlag.
 (18) Daly, B. J. and Harlow, F. H., *Phys. Fluids*, 13-11 (1970), 2634.
 (19) Patanker, S. V. and Spalding, D.B., *Heat and Mass Transf. in Boundary Layers.*, (1970), 28, Intertext Book.
 (20) 平井・高城, 第 25 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1988-6) 43.

討 論

〔質問〕 香 月 正 司〔大阪大学工学部〕

境界層近似を適用する貴解析において、対象とする旋回強さに制限は生じないか。

〔回答〕 旋回強さが強くなると逆流が生じるため境界層近似が適用できない場合もあるが、本研究が対象とする管内旋回流ではかなり旋回が強くなっても逆流が生じにくい流れ場であり、境界層近似を適用できる旋回強さの範囲が広いと考えられる。

〔質問〕 小 沼 義 昭〔豊橋技術科学大学〕

Favre 平均を用いた計算の場合、得られた質量分率

に対する Favre 平均値 $\bar{M}_i$ から密度に対する Reynolds 平均値 $\bar{\rho}$ をどのようにして求めたかをご説明いただきたい。

〔回答〕 M_i と ρ は非線形の関係にあり、 $\bar{M}_i$ と $\bar{\rho}$ の関係は複雑となる。本解析は M_i と ρ の関係を与える理想ガスの状態方程式において、 M_i と ρ をそれぞれ $\bar{M}_i$ と $\bar{\rho}$ におきかえた近似式を適用している。ほかに M_i の確率密度関数を用いて $\bar{\rho}$ を算出する方法があるが⁽¹⁵⁾、本計算ではその手法を用いていない。