エンジン指圧線図の解析精度向上策について*

串山 正^{*1}, 木瀬 洋^{*1}, 塩山 忠義^{*1}A New Improved Method for Attaining Accuracy
of Analyzing the Pressure Diagram in Engines

Tadashi KUSHIYAMA, Hiroshi KISE, and Tadayoshi SHIOYAMA

The pressure diagram of an engine is always the most important source of information to interpret the complex phenomena which take place in the cylinders. However, the absolute value of the pressure and crank angle of the top dead center (TDC) have not yet been successfully measured. We tried to improve on analyzing the pressure diagram on the assumption of adiabatic change throughout the compression process in the engine. As a result, we initiate a new method of obtaining an accuracy of the compression beginning pressure and compression end volume better than 1 % and also a TDC position error less than 0.1 degree crank angle.

Key Words: Internal Combustion Engine, Pressure Diagram, Thermodynamics, Measurement Accuracy, Numerical Analysis

1. はじめに

エンジンは筒内サイクルの仕事を機械エネルギーとして取り出すものであり、その性能を検討するには高精度な指圧線図を必要とする。このため、数多くの圧力計測の改善がなされ、現在では精度の良い計測システムが実用に供されている^{(1)~(3)}。しかしながら、時折り圧縮時のポリトロープ指数が熱力学上多少異常と思われる値を示す線図を見かける。

そこで、本研究では、この原因を検討して圧力やシリンダ容積の計測誤差によって圧縮指数が比熱比からかなり偏る場合のあることを明らかにした。つぎに、圧力、容積、上死点の設定クランク角のそれぞれに定誤差を含む実測値から、計算によってこれらの誤差を定めることを試み、比較的良好な精度で得られることがわかった。

記号説明

A : ベクトルの行列 $= [\alpha, \beta, \gamma]$

A, B : $F(\theta)$ から導いた関数

a, b, c : 係数 (θ 関数の一次項)

C, C' : 関数

C_v : 定容比熱

D_c : 係数の行列式 $= |A|$

$F(\theta)$: シリンダ容積の関数

G : ガス重量

$\theta(\theta^*)$: 角度座標の空間距離 (同近似距離)

I, I' : 関数の係数 (θ 関数の一次項)

l : 係数 (関数 D_c の)

N : 計算の繰返し数

$n(n^*)$: 圧縮時ポリトロープ指数 (全行程平均値)

p (添字 p): ガス圧力

q : 筒内からの放熱量

$R_D(R_{Dm})$: 総合計算精度 (全 R_D 値の平均値)

S : ガスのエントロピー

T : ガス温度

V (添字 v): シリンダ容積

V_s : シリンダ行程容積

v : ガスの比容積 $= V/G$

X : 未知数のベクトル

α, β, γ, d : ベクトル

δ : 入力誤差基準の計算精度 (相対値)

ϵ : 微小項ベクトル

* 平成元年4月3日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年7月11日。

*¹ 正員、京都工芸繊維大学工学学部 (〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

ε : 圧縮比
 θ (添字 θ): クランク角
 κ : ガスの比熱比 $= 1.437 - 1.318 \times 10^{-4} T + 3.120 \times 10^{-8} T^{2(4)}$
 λ : 連結棒クランク腕比
 σ : 標準偏差
 添 字
 c : 圧縮終わりの状態
 I : インプット値
 i : 任意の状態
 j, k : 計算のケース番号
 O : アウトプット値
 o : 基準状態
 s : 圧縮始めの状態
 $\sim$: 真値 ($\bar{p}, \bar{V}, \bar{\theta}$)

2. 定誤差と平均圧縮指数

圧縮始めと圧縮終わりの間で定まる平均圧縮指数 n^* はこの間でのガスもれ量 ΔG , 熱の授受によるエントロピー変化量 ΔS でつぎのように変化する。

$$\frac{p_c}{p_{co}} = \varepsilon^{n^* - n_o^*} \cdot \left(1 - \frac{\Delta G}{G_1}\right)^{n_o^*} \cdot \exp \frac{\Delta S}{C_v} \cdots \cdots (1)$$

ここで, p_{co} , n_o^* は $\Delta G=0$, $\Delta S=0$ のときの値である。 ΔG , ΔS をそれぞれ単独に変えて式(1)から n^* を求めると図1が描ける。いま $\Delta G/G_1 = -5\%$ のとき, $p_c/p_{co} = 0.93$, $n^* = 1.337 (-2.4\%)$, $\Delta S/C_v = -5\%$ では, $p_c/p_{co} = 0.95$, $n^* = 1.346 (-1.8\%)$ となる。 $(\Delta S/C_v)$ は小さいのでつぎの近似式が成立する。

$$\frac{\Delta S}{C_v} \cong \frac{\Delta q}{C_v T_{co}} = \frac{\Delta p_c}{p_{co}}$$

しかも, 一般に圧縮行程中ガス温度は壁温を超える。実機線図の解析経験では, $\Delta p_c/p_{co}$ はせいぜい1~3%程度であった。これを ΔG と ΔS に分けるのは困難であるが, これらの n^* に与える影響はそれぞれ1%を大きく超えることはあるまい。

圧力には圧力基準値の誤差 Δp , 圧力変化量の精度などが関係する。後出のモデル機関では, $p_c = 1.14$ MPa, $p_s = 0.06$ MPa である。これを上限値 3.0 MPa 精度 0.2% の圧力計測系で測ると, $\Delta p/p_s \cong 10\%$ となる。圧力変化量の誤差は計測系自体の問題であり, ここでは検討しない。

圧縮比には V_c の実測誤差, ピストン上死点の設定クランク角, 誤差 $\Delta \theta$, ピストンの変位に関する誤差などがある。 V_c は燃焼室の形状, ガスケットの実測値などから算出されるが, ヘッドの締付け方や燃焼に伴う内面の汚れ, さらに変形がこれに加わり, 数%以下

の誤差で $\Delta V/V_c$ を定めるのは容易でない。 $\Delta \theta$ は筒内仕事の精度に大きく影響するので, $\Delta \theta$ の低減策がいろいろと発表されている⁽⁵⁾⁻⁽⁸⁾。しかも, 主要なトライボロジー部のがたも関係するので, 実際には, $\Delta \theta$ を 0.2° CA 以内にはおさえ難い⁽⁹⁾。クランクの運動には, 加工の精度, 圧力や温度の変化に伴う微小変位も関係するが, 一般にこの誤差は大きくない。

このほか, 圧縮始めのガス温度は正しく推定し難いが, 比熱比の式から見て, 温度が 100°C ずれても κ に対する影響は約 1% である。

つぎに, $\Delta p/p_s = \pm 10\%$, $\Delta V/V_c = \pm 10\%$ の定誤差を与えると, n^* は表1のようになる。符号の組合せ次第で $n_o^* = 1.37$ が上は 1.47 (+7.6%) から下は 1.28 (-6.9%) と大幅に変わっている。この結果からみて, n^* の異常になる主因は $\Delta V/V_c$, $\Delta p/p_s$ にあることがわかる。

よって, 本研究では, 圧力, 容積, ピストン上死点の設定クランク角の定誤差のみに着目する。

3. 定誤差とポリトロップ指数

3.1 理論式 エンジンの圧縮行程をつぎの仮定の下で検討する。

[仮定]

- (1) 比熱比がガス温度のみに依存する気体でガスもれのない断熱変化とする。
- (2) 圧力に Δp , シリンダ容積に ΔV , ピストン上死点設定角に $\Delta \theta$ の定誤差のみ存在する。

表 1 圧力・容積の定誤差と平均圧縮指数

$\Delta P/P_s\%$	+10	+10	0	-10	-10
$\Delta V/V_c\%$	-10	+10	0	-10	+10
n^*	1.47	1.38	1.37	1.36	1.28

図 1 ガスもれ量・熱の授受量と平均圧縮指数

誤差のない理想状態では,

$$\frac{d\hat{p}}{p} + x \frac{d\hat{v}}{v} = 0$$

p, V に定誤差を含んだとき,

$$\frac{dp}{p} + n \frac{dV}{V} = 0$$

とする。これらに $p = \bar{p} + \Delta p, V = \bar{V} + \Delta V, \theta = \bar{\theta} + \Delta \theta$ の関係を用いて整理するとつぎのようになる。

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta p}{p} + \frac{n}{x} \frac{\Delta V}{F(\theta)} + \left[\frac{n}{x} A - B \right] \Delta \theta \\ = \frac{\Delta n}{x} - B \frac{\Delta p}{p} \Delta \theta \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで, $\Delta n = n - x$,

$$F(\theta) = V_c + \frac{1}{2} V_s \left\{ (1 + \cos \theta) + \frac{1}{4\lambda} (1 - \cos 2\theta) \right\}$$

$$A = \frac{1}{F(\theta)} \cdot \frac{dF(\theta)}{d\theta}$$

$$B = \frac{1}{\frac{dF(\theta)}{d\theta} \cdot \Delta \theta} \cdot \left(\frac{dF(\theta - \Delta \theta)}{d\theta} - \frac{dF(\theta)}{d\theta} \right)$$

式(2)で $p, F(\theta), A, B, n$ はすべて θ の関数であり, すべて実測値から定められる。したがって, 同式から n の x に一致しない原因となる $\Delta p, \Delta V, \Delta \theta$ が求められる。なお, 2章でのべた $\Delta p/p_s, \Delta V/V_c$ と $\Delta n/n$ の関係もこの式から了解できる。

式(2)を解くにあたり, 三つの異なる角度 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ の下につぎのベクトルを定義する。

$$\alpha \triangleq \begin{bmatrix} p_s/p(\theta_1) \\ p_s/p(\theta_2) \\ p_s/p(\theta_3) \end{bmatrix}, \beta \triangleq \begin{bmatrix} \frac{n}{k}(\theta_1) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_1)} \\ \frac{n}{k}(\theta_2) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_2)} \\ \frac{n}{k}(\theta_3) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_3)} \end{bmatrix},$$

$$\gamma \triangleq \begin{bmatrix} \frac{n}{k}(\theta_1) \cdot A(\theta_1) - B(\theta_1) \\ \frac{n}{k}(\theta_2) \cdot A(\theta_2) - B(\theta_2) \\ \frac{n}{k}(\theta_3) \cdot A(\theta_3) - B(\theta_3) \end{bmatrix},$$

$$d \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\Delta n}{k}(\theta_1) \\ \frac{\Delta n}{k}(\theta_2) \\ \frac{\Delta n}{k}(\theta_3) \end{bmatrix}, \epsilon \triangleq \frac{\Delta p}{p_s} \cdot \Delta \theta \begin{bmatrix} B(\theta_1) \cdot \frac{p_s}{p(\theta_1)} \\ B(\theta_2) \cdot \frac{p_s}{p(\theta_2)} \\ B(\theta_3) \cdot \frac{p_s}{p(\theta_3)} \end{bmatrix},$$

$$A \triangleq [\alpha \beta \gamma], X \triangleq \begin{bmatrix} \Delta p/p_s \\ \Delta V/V_c \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$

これらを用いると, 式(2)から次式が得られる。

$$A \cdot X = d + \epsilon \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(3)で微小項 ϵ を無視すると,

$$\frac{\Delta p}{p_s} \cong \frac{|d\beta\gamma|}{D_c}, \frac{\Delta V}{V_c} \cong \frac{|ad\gamma|}{D_c}, \Delta \theta \cong \frac{|a\beta d|}{D_c} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$D_c = |A|$$

となる。

3.2 机上実験法 誤差の既知な場合を取扱う。

まず, 断熱変化する指圧線図の下で, θ_i に対応する p_i, V_i を定め, これに入力誤差の $\Delta p_i/p_s, \Delta V_i/V_c, \Delta \theta_i$ を加えて, $p_i + \Delta p_i, V_i + \Delta V_i, \theta_i + \Delta \theta_i$ を求める。

つぎに, 異なる三つの角度の組合せを選択して, 入力誤差を含む値から式(3)の係数ベクトルを計算する。これにせつ動法⁽¹⁰⁾を用いて, $\Delta p_o/p_s, \Delta V_o/V_c, \Delta \theta_o$ を求める。なお, n_i は θ_i をはさむ前後の値から定めた。またこれら計算結果を総合的に把握するため, 次式で R_o を定義して, これを用いる。

$$R_o = \sqrt{\delta_p^2 + \delta_V^2 + \delta_\theta^2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\delta_p = \frac{\Delta p_o - \Delta p_i}{\Delta p_i}, \delta_V = \frac{\Delta V_o - \Delta V_i}{\Delta V_i},$$

$$\delta_\theta = \frac{\Delta \theta_o - \Delta \theta_i}{\Delta \theta_i}$$

3.3 実験結果とその吟味 想定したエンジンの圧縮比 $\epsilon = 8.6, \lambda = 3.816$ である。入力誤差としては, $\Delta p/p_s = 10\%, \Delta V/V_c = 10\%, \Delta \theta = 1^\circ \text{CA}$ を (10, 10, 1) と表し, (2, 2, 0.2) から (40, 40, 4) の範囲で5とお選んだ。 θ_i の選択に当たっては, $15 \sim 165^\circ$ の間を 15° おきに角度を定め, 組合せを $\{15^\circ, 30^\circ, 45^\circ\}$ のように表した。そして計算はこれらすべての組合せ 165 とおで行った。計算は M_o の値が前回のものとの差が 0.0001 以下, あるいは $N = 20$ で打ち切った。

入力誤差 (10, 10, 1) の場合の計算結果は図2のとおりである。1.5 倍の等比な関係で R_o の分布を求めると, 図2右側のグラフになる。大部分の R_o は 0.03 ~ 0.067 の範囲に集中しているが, わずかとはいえ, $R_o \geq 0.77$ のものもある。これらを取り除くことができないければ, これは実用できない。

$|D_c|$ の値を横軸に結果を整理したものが図2中央

図2 計算値 R_o の分布特性

である。いま、 $|D_c| \geq 0.01$ の条件では、 $R_D < 0.3$ であるが、 $|D_c| < 0.01$ の範囲にも $R_D < 0.3$ を満足するものがあるし、 $|D_c| \geq 0.01$ を採用する理論的根拠もない。

収束性に着目して、 $N \geq 10$ のものに印をつけると、 $R_D > 0.3$ のものはすべてこれに含まれる。入力誤差の異なる場合の結果を N で整理し縦軸に累積数を取ったのが図3である。 N の増加に伴って収束する累積数もふえるが、入力誤差が大きくなると、収束性が悪くなっている。(2, 2, 0.2) では $N=4$ で全体の 91%, (40, 40, 4) では $N=10$ でも収束したものは 52% しかない。また、 $R_D > 0.5$ のものに * 印をつけると、(2, 2, 0.2) では $N=4$ のときに 1 ケースあり、 $N < 10$ に 5 ケースしかもこの中には $R_D > 1.0$ のものまで混在している。

すなわち、 $N \leq 10$ を条件にすると、(5, 5, 0.5) より小さな入力誤差に R_D の発散するものが含まれるし、入力誤差の大きい場合には選別数が少なくなる。

以上のように、 $|D_c|$ や N を限定して R_D の発散部分を除去する方法は不具合である。 R_D の発散する原因については改めて検討する。

4. 計算値の発散特性

4.1 計算値の特性 三つの角度の組合せの中で二つの角度を $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 135^\circ$ に固定して、 R_D と D_c の変化を描いたのが図4である。入力誤差の異なる場合の結果も併記した。

まず、 R_D に注目する。 $\theta_3 \cong 0^\circ$ と $\theta_3 \cong 180^\circ$ では急激に大きくなるが、 $\theta_3 \geq 5^\circ$ では $R_D < 0.1$ となり、 80° 付近まで R_D は小さい値が持続する。しかし、これより θ_3 が大きくなると、 R_D は次第に大きくなり $100 \sim 120^\circ$ では、 R_D はほぼ 0.2 を超える。とくに $\theta_3 = 110^\circ$ 付近では R_D も 1.0 を超え発散する。 $N \geq 20$ となるのもこの付近である。 $\theta_3 \geq 120^\circ$ では、ふたたび $R_D < 0.2$ となっている。この特性は入力誤差が変わっても同様である。

ただし、 R_D の発散する角度範囲が移動する。ここで、実用上、 $\theta_3 \cong 0^\circ, 180^\circ$ は使用できないが、 $\theta_3 \cong 110^\circ$ での発散が問題である。

つぎに、 D_c に注目する。 D_c の零になる角度は 30° , 135° および R_D の発散する 110° 付近である。この 110° 前後を拡大すると、 D_c の零になる角度 θ_{03} は入力誤差によってわずかに移動している。 θ_{03} 以外の全範囲では、入力誤差にあまり関係なく θ_3 に従って D_c が定まっているようである。行列式の特性上、 $\theta_3 = \theta_1$ (または θ_2) で $D_c = 0$ は当然であるが、この付近の R_D に注目すると、 R_D は有限で連続的に変わっている。それぞれ $\theta_1(\theta_2)$ に近いところに R_D の不連続に変わる点があ

る。この原因は不明だが発散はしていない。

4.2 $D_c = 0$ の近くで R_D の有限な理由 式(4)

で θ_3 が $\theta_1(\theta_2)$ の付近を考えてみたい。 $\Theta = \theta_3 - \theta_1$ とおいて、 $\theta_1(\theta_2)$ のまわりを考え、 Θ の二次以上の項を省略すると、次式が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{p_s}{p(\theta_3)} &= \frac{P_s}{p(\theta_1)} + a\Theta, & \frac{n}{x}(\theta_3) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_3)} \\ &= \frac{n}{x}(\theta_1) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_1)} + b\Theta, \\ \frac{n}{x}(\theta_3) \cdot A(\theta_3) &= B(\theta_3) \end{aligned}$$

図3 入力誤差と計算値の収束特性

図4 二つの角度を固定した場合の計算特性

$$= \left[\frac{n}{x}(\theta_1) \cdot A(\theta_1) - B(\theta_2) \right] + C\theta,$$

$$\frac{\Delta n}{x}(\theta_3) = \frac{\Delta n}{x}(\theta_1) + I\theta$$

$$D_c = \left| \begin{array}{ccc} \frac{p_s}{p(\theta_1)} \frac{n}{x}(\theta_1) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_1)} \left[\frac{n}{x}(\theta_1) \cdot A(\theta_1) - B(\theta_1) \right] & & \\ \frac{p_s}{p(\theta_2)} \frac{n}{x}(\theta_2) \cdot \frac{V_c}{F(\theta_2)} \left[\frac{n}{x}(\theta_2) \cdot A(\theta_2) - B(\theta_2) \right] & & \\ a & b & c \end{array} \right| \theta$$

$$= I\theta$$

すると、式(4)はつぎのように表せる。

$$\frac{\Delta p}{p_s} \cong \frac{\theta}{D_c} \cdot \left| \begin{array}{cc} \frac{\Delta n}{x}(\theta_1) & \frac{n}{x}(\theta_1) \frac{V_c}{F(\theta_1)} \\ \frac{\Delta n}{x}(\theta_2) & \frac{n}{x}(\theta_2) \frac{V_c}{F(\theta_2)} \\ l & b \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{c} \left[\frac{n}{x}(\theta_1) A(\theta_1) - B(\theta_1) \right] \\ \left[\frac{n}{x}(\theta_2) A(\theta_2) - B(\theta_2) \right] \\ c \end{array} \right| = \frac{C_p}{I}$$

ここで、 $\theta \cong 0$ の近くで $I \neq 0$ ならば、 $\Delta p/p_s$ が発散するとはない。同様にこのことが $\Delta V/V_c$ 、 $\Delta \theta$ についても言えるため、 R_D は有限となる。 $|D_c|$ が小さくても R_D が大きくならない場合のあるのは、この付近である。

4.3 $D_c=0$ での R_D の発散 $\theta_3 = \theta_1(\theta_2)$ の付近では上述のように R_D は一般に発散しないので、検討の対象外とし、 $\theta_3 \neq \theta_1(\theta_2)$ でしかも $D_c=0$ となる場合のみ取扱う。この場合でも、 $D_c=0$ のとき分子も同時に零になると4.2節のように R_D は有限になろうが、この部分を排除するのが目的なので、分子は有限値として安全側を取ることにする。

$D_c=0$ の角度の組合せを $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3 = \theta_{03}\}$ とし、 θ_{03} 付近で $\theta_3 = \theta_{03} + \theta$ とすると、上述の D_c と同様に $D_c = I\theta$ と表せて、式(4)はつぎようになる。

図5 係数行列式の零となる特性曲面

$$\frac{\Delta p}{p_s} = \frac{C_p}{I\theta}, \quad \frac{\Delta p}{V_c} = \frac{C_v}{I'\theta}, \quad \Delta \theta = \frac{C_\theta}{I'\theta}$$

さきに検討したように、 C_p 、 C_v 、 C_θ は有限なので

$$R_D \cdot \theta = C(C_p, C_v, C_\theta, I) \dots \dots \dots (7)$$

が式(4)、(6)から推定できる。

つぎに、任意な角度の組合せ $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ を θ_i を主軸とする三次元の空間と考えると、図4で求めた $D_c=0$ は $[30^\circ, 135^\circ, \cong 110^\circ]$ の空間点に対応する。この考え方を拡張して $D_c=0$ の軌跡を空間に求めると図5のような一つの曲面を形成する。図5には、各空間点で求まる R_D の値を5等級に分けて区別し、さらに $N \geq 10$ 、 $N \geq 20$ の条件点にも印した。図5からわかるように、 R_D が大きく収束の悪い点はすべてこの曲面に沿って分布しており、式(7)の成立することを示している。

4.4 空間垂直距離 一般には、 $D_c=0$ の曲面がどこに存在するかはわからないので、 $D_c=0$ の点を探めながら任意な点からこの曲面までの距離を求める方法を考える。任意な空間点 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ において、2角を固定して残りの角度を変えると、図4の例のとおり $D_c=0$ となる角度 θ_{01} 、 θ_{02} 、 θ_{03} が得られる。

ただし、 $\theta_1 \neq \theta_2 \neq \theta_3$ とする。

一方、距離を求めたいのは、 $D_c=0$ の曲面に近い領域なので、この $D_c=0$ の曲面を近似的に平面とみなすと、次式でこの距離 θ^* が近似できる。

$$\theta^* = \frac{\theta_1 - \theta_{01}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\theta_1 - \theta_{01}}{\theta_2 - \theta_{02}} \right)^2 + \left(\frac{\theta_1 - \theta_{01}}{\theta_3 - \theta_{03}} \right)^2}} \dots \dots \dots (8)$$

★ ★ ★ ★ (Divergence)

図6 近似空間垂直距離と計算値の関係

式(7)の θ にこの θ^* を置き換えると、次式になる。

$$R_D \cdot \theta^* = C'(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \dots \dots \dots (9)$$

入力誤差(5, 5, 0.5)の場合、 θ^* を式(8)で求めて、 R_D を整理したのが図6である。図6には、 $[\theta_1, \theta_2]$ を固定した数例の軌跡も記入している。いずれの軌跡も曲折してはいるが、 $\theta^* < 10^\circ$ 、 $R_D > 0.1$ の領域ではほぼ右下がりこう配45°の特性を持っており、式(9)の妥当性がこれからも読取れる。また、 $N \geq 10$ の点もすべて $\theta^* \leq 5^\circ$ の範囲に集中しているし、固定する角度の選び方で、 θ^* に対応する R_D の値が1けた以上変わっている。これで、 R_D の発散条件とこれらを排除する方法が明らかにできた。

5. 定誤差計算方式の実用条件

誤差が未知な場合に使用できる計算体系を検討する。入力誤差(10, 10, 1)時の計算結果から、 $\theta^* \leq 10^\circ$ のものを排除すると、図7の点線の頻度分布が太実線(A)になる。確かに、 $R_D \geq 0.227$ のものはすべて除去されている。

図7 R_D の分布と最大計算値の指標 $R_{DM} \cdot \sigma^3$

図8 垂直距離と入力誤差の実用限界

ここで、この太実線を正規分布と考えると、平均値 $R_{DM} = 0.0465$ 、 3σ の上限は $R_{DM} \cdot \sigma^3 = 0.153$ となる。この $R_{DM} \cdot \sigma^3$ は R_D の上限値の一つの指標であり、以下の検討にはこの値を用いることとする。

5.1 θ^* の実用限界 (5, 5, 0.5)の場合に距離 θ^* を5~20°と変えて、 $R_{DM} \cdot \sigma^3$ の値と選択された計算ケースの数をプロットすると図8の実線が描ける。 θ^* が10°までは $R_{DM} \cdot \sigma^3$ の改善率は排除数の割に良いが、 θ^* が15°を超えると選択された数の減少ばかり目立つようになる。 θ^* の実用限界は10~15°である。

5.2 入力誤差の影響 $\theta^* \geq 10^\circ$ の条件下で、入力誤差を変えた場合が図8の破線である。入力誤差では、残存計算数はほとんど変わらない。しかし、(10, 10, 1)よりも入力誤差が小さくなると、 $R_{DM} \cdot \sigma^3$ 値が急激に大きくなる。これを、入力条件を横軸に描き変えたものが、図9上段の実線である。 R_D の値は式(6)からわかるように、入力誤差にどこまで出力値が接近しているかを示す相対値である。そこで、入力誤差と出力誤差での、 $\delta p/R_D$ 、 $\delta V/R_D$ 、 $d\theta/R_D$ の比率が変わらないとすれば、 R_D はこれに入力誤差を掛け合すことによって絶対値に換算できる。図9中段の実線がこれである。図9から見て、 $R_{DM} \cdot \sigma^3$ の換算絶対値は(2, 2, 0.2)と(5, 5, 0.5)の中間付近で極小値を示すことがわかる。同様に R_{DM} の換算絶対値を描くと図9下段であり、入力誤差が小さくなれば、これに応じて R_{DM} は小さくなっている。つまり、入力誤差が小さくなれば計

図9 入力誤差と最大計算誤差値

討 論

〔質問〕 五味 努〔上智大学理工学部〕

大変困難な問題に一つの解をあたえられたことに敬服する。一部不明な点があるのでご教示いただければ幸いである。

(1) 式(1)の ϵ の指数は $(n^*-n_0^*)$ ではなく、 $(n_0^*-n^*)$ ではないか。さらに n_0^* は平均比熱比ではないか。また、式(2)のBの意味は何か。

(2) 式(1)の下計算例の P_c/R_0 , n^* の求め方はどのようなか。図1とあわせて説明していただければ幸いである。

(3) 式(1)の ΔS は圧縮行程中の熱の授受と定義されており、その P_c/P_{co} への影響は1%以下とされている。しかし、質問者らの感覚では熱の出入りは大きいように思えるがいかがか。

〔回答〕 (1) 式(1)の $(n^*-n_0^*)$ は n^* が n_0^* より小さいとき、 $(n^*-n_0^*)$ は負になり、 (P_c/P_{co}) の値が小さくなるので、本文が正しいと考える。 n_0^* は圧縮始めの状態と圧縮終わりの状態で定まる平均圧縮指数

であるから、必ずしも平均比熱比とは一致しない。つぎに、式(2)のBは $(\Delta P/P \cdot \Delta \theta)$ の係数である。 $F(\theta)$, A, B をこのように註記したのは、 $F(\theta)$ に厳密解を与えても、 A, B が定められるように配慮したためである。

(2) 図1は、 $P_c/P_{co} = \exp(\Delta S/C_v)$, $P_c/P_{co} = (1 - \Delta G/G_0)$, $P_c/P_{co} = \epsilon^{n^*-n_0^*}$ に、において、圧縮行程中の放熱熱量が T_{co} で行われたとした ΔS , また同行程中のガスもれ $\Delta G/G_0$ を与えて描いたものである。本文中の数値は図1から読取った。

(3) 圧縮行程中では、ほとんどの行程でガス温度は壁温より低く、圧縮終わりの近くでのみ温度の関係が逆転する。したがって、全体の熱の授受量は大きくならない。また、これに伴って対数指圧線図上での圧縮行程は始め局所的なポリトロプ指数が大きく、終わりには小さくなり、熱の授受量が大きければ大きいほど上に凸の曲がりを示すはずである。著者の経験では、あまり曲がってはいなかった。