回転2球間クエット流におけるかく乱の 基本周波数のすきま比依存性* (すきまが狭い場合)

中 林 功 一*¹, 鄭 志 明*²

Clearance Ratio Dependence on Fundamental Frequencies of Disturbance in the Spherical Couette Flow (Narrow Gap Case)

Koichi NAKABAYASHI and Zhiming ZHENG

Fundamental frequencies of the disturbance in the Taylor-Görtler (TG) vortex flow are investigated for two narrow gap cases in a spherical Couette system in which only the inner sphere is rotating. Two types of fundamental frequencies, f_s and f_w , are clarified by simultaneous spectral and flow-visualization measurements done by measuring the intensity of laser light scattered by the aluminum flakes used for flow-visualization. These two types of frequencies correspond to the spiral TG vortices and the traveling waves on the toroidal and spiral TG vortices, respectively. The simultaneous appearance of several values for f_s at the same Reynolds number is caused by various starting points of spiral TG vortices at different meridian angles. The dependence on clearance ratio of rotation frequencies is considered for f_s and f_w in comparison with circular Couette flow.

Key Words: Fluid Mechanics, Transition, Chaos, Taylor-Görtler Vortex, Spherical Couette Flow, Fundamental Frequency

1. 緒 言

閉じた流れ系における層流乱流遷移過程では層流基本流から周期変動流へ、さらに準周期変動流へとHoph分岐を繰返し、カオスへと至る⁽¹⁾。内円筒回転の2円筒クエット流がこのような場合の代表的なものであるが、本研究で対象とする2球間クエット流もこのような遷移過程をたどる。しかし、両者には次のような顕著な相違が見られる。それは2円筒クエット流では、周期変動としてテイラー渦に進行波動が生じ、レイノルズ数が増大すれば、準周期変動として変調波動が現われる。その後、乱流の前衛的な成分として帯状成分が生じるなど、3個の基本周波数の存在が報告されている⁽²⁾⁽³⁾。他方、2球間クエット流ではテイラー渦ならびに進行波動が現れるのは前者と同じであるが、スパイラルTG(テイラー・ゲルトラ)渦やせん断波動など、2円筒流では生じない渦が観察され、しかも、すきま比の相違によって渦のタイプが変化する^{(4)~(12)}。したがってかく乱の基本周波数の数もすきま比の大小によって相違するので、前者よりも非常に複雑な遷移

過程となっている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

本研究ではかく乱の基本周波数のすきま比依存性について考察する。この点について2円筒クエット流に関しては、Kingら⁽¹³⁾によって考察されているが、2球間クエット流については解明されていない。上述の理由から本報は、特にすきま比が小さい場合のかく乱の特徴と基本周波数について明らかにしようとするものである。

主 な 記 号

- $\hat{f}$: かく乱の周波数 ($f = \hat{f}/\hat{f}_0$)
- $\hat{f}_0$: 内球の回転周波数
- m : 方位角方向進行波動の波数
- N : 環状TG渦のセル数
- (r, θ, φ) : 球座標系 (半径, 天頂角, 方位角)
- $P_i(f)$: レーザ散乱光のパワースペクトル
- R^* : レイノルズ数比 $= Re/Re_c$
- R_1, R_2 : 内, 外球の半径
- Re : レイノルズ数 $= 2\pi\hat{f}_0 R_1^2/\nu$
- Re_c : 臨界レイノルズ数
- S_p : スパイラルTG渦対の数
- t : 時間
- T_{sp} : スパイラルTG渦の回転周期

* 平成元年4月3日 第66期通常総会講演会において講演。
原稿受付 昭和63年10月4日。

*¹ 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

*² 学生員, 名古屋工業大学大学院。

β : すきま比 $= (R_2 - R_1)/R_1$

ν : 作動流体の動粘性

2. 実験方法ならびに臨界レイノルズ数と流れモード

実験装置を図1に示すが、 $\beta=0.14$ の場合に用いたもの⁽¹²⁾と同じであるので説明を省略する。流れの可視化方法も前報と同様であるが、渦の観察にVTRを使用した。本研究で現れる遷移過程はスペクトル遷移と呼ばれ、速度変動のパワースペクトルが線スペクトルとなつて、段階的な変化を示す⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。準周期変動においては共鳴干渉が生じ、パワースペクトルのピーク値が必ずしも変動成分の基本周波数とはならないので、渦流の観察と変動成分の同時計測が必要である。本研究では、前報⁽¹²⁾と同様、かく乱の基本周波数を流れの可視化とレーザ散乱光の同時計測によって確定する。

表1は本実験で用いた内、外球の半径 R_1 , R_2 , すきま比およびそれぞれの場合の臨界レイノルズ数 Re_c の値を示す。本実験はレイノルズ数 Re を準静的に増加させた場合であるが、これらの Re_c の値は中林・大森⁽⁴⁾の結果と一致する。また表2は層流乱流遷移過程に現れる流れモードとその特性である。

3. $\beta=0.06$ のかく乱の基本周波数

表3はすきま比 β が0.06の場合の遷移過程に現れる流れモード、流れステート、基本周波数、および遷

表1 すきま比と内、外球半径および臨界レイノルズ数

Clearance ratio β	0.06	0.024
Radius of inner sphere R_1 (mm)	82.55 $\pm$ 0.03	85.49 $\pm$ 0.01
Radius of outer sphere R_2 (mm)	87.53 $\pm$ 0.01	87.53 $\pm$ 0.01
Clearance S (mm)	4.98	2.04
Critical Reynolds number Re_c	2760	10700

図1 実験装置概略図

移レイノルズ数比を示したものである。流れステートは流れの観察から得たもので、環状TG渦のセル数 N , スパイラルTG渦対の数 S_p と進行波動の波数 m を示す。 S_p の表示における[:]の記号は北半球 ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) と南半球 ($90^\circ \leq \theta$) (図1) のスパイラルTG渦の発生本数の区分を示す。また[+]の記号の左側の数字は赤道寄りのスパイラルTG渦の数を、右側の数字はスパイラルTG渦間から新たに発生したスパイラルTG渦の数を示す。基本周波数および遷移レイノルズ数比は以下に述べる周波数解析と流れの観察の両方より得たものである。

図2は R^* の増大に対して現れる代表的なレーザ散乱光のパワースペクトルを示す。この場合に現れるかく乱のタイプは、後述のようにスパイラルTG渦によるものと進行波動によるもので、 β が比較的大きな場合に現れたせん断波動は現れない。 R^* の増大に伴い、分調波や高調波が現れ、共鳴干渉が生じる。図2(a)~(d)は表3の流れモードII TSにおける各流れステートに対応する。前章で述べたように、流れの観察とレーザ散乱光の同時計測から、 f_{s1} が $S_p=3$ に対する基本周波数であるが、 R^* が増すと図(b), (c), (d)に示すようにそれぞれ $S_p=2, 4, 1, 6$ に対応した基本周波数 $f_{s2}, f_{s3}, f_{s4}, f_{s5}$ が現れる(図5)。次にこれらの基本周波数と渦構造の関係を考察しよう。

図3はかく乱の基本周波数の天頂角 θ による変化を示したものである。図中の実線はスパイラルTG渦が観察できる領域を示し、実線の折れ曲がり角がスパイラルTG渦対の数 S_p の変化を示す。○印と△印は確定できた基本周波数成分を示すが、とくに△は卓越成分を表す。図(a)の場合に θ のある区間内に f_{s1} のみが現れる理由は、スパイラルTG渦が南北半球に赤道対称の形で発生し、その本数が同じ $S_p=3$ であるからである。そして環状TG渦上においてもこのスパイラ

表2 流れモードとその特性

Flow mode	Characteristics
I B	Laminar flow+secondary flow (laminar basic flow)
II T	Laminar flow+toroidal TG vortices+secondary flow
II TS	Laminar flow+toroidal and spiral TG vortices+secondary flow
III WTS	Laminar flow+wavy toroidal and spiral TG vortices+secondary flow
III WS	Laminar flow+wavy spiral TG vortices+secondary flow
IV TS	Chaotic flow+toroidal and spiral TG vortices+secondary flow
IV S	Chaotic flow+spiral TG vortices+secondary flow
IV B	Chaotic flow+secondary flow (turbulent basic flow)

ルTG渦による変動が現れる。ところが図(b)の流れでは、北半球側では図(a)と同じであるが、南半球では θ が 100° 付近で $f_{s2}(S_p=2)$ から $f_{s3}(S_p=4)$ へと変化する。これは後述のようにスパイラルTG渦の間から新たなスパイラルTG渦が発生するためである。

図2 $\beta=0.06$ におけるレーザ散乱光のパワースペクトル

図(c)は南半球では $f_{s4}(S_p=1)$ から $f_{s3}(S_p=4)$ へと変化する。環状TG渦ではすきまの全領域で発生するスパイラルTG渦に対応した f_s が検出されるが、卓越周波数としては赤道に最も近いもの(f_{s4})が現れる。またレーザ散乱光のパワースペクトルに検出される周波数成分は渦構造が観察できないような θ の小さい領域まで広がっている。図(d)の場合も上記と同様であるが、北半球上の渦構造に変化が見られる。図4にこの場合のTG渦の吹出し点(二次流れにおける外向き流れの境界)と吸込み点(内向き流れの境界)⁽⁴⁾⁽⁵⁾の時間変化を示す。赤道位置における環状TG渦の南北

図3 $\beta=0.06$ における基本周波数の天頂角依存性

図4 スパイラルTG渦の南北半球における発生状態の相違

図5 $\beta=0.06$ における基本周波数の R^* の依存性

表 3 $\beta=0.06$ における流れモード, ステートならびに, 基本周波数の変化と遷移レイノルズ数比

Flow mode	Flow state (N, Sp, m)	Fundamental frequency	Transition R^*
II T	N=2	None	$R_{1a}^*=1.000$
	N=4	None	$R_{1b}^*=1.057$
	N=6	None	$R_{1c}^*=1.069$
II TS	N=2, Sp=3;3	fs_1	$R_{2a}^*=1.080$
	N=2, Sp=3;2+2	fs_1, fs_2, fs_3	$R_{2b}^*=1.124$
	N=2, Sp=3;1+3	fs_1, fs_3, fs_4	$R_{2c}^*=1.177$
	N=2, Sp=3+3;1+3	fs_1, fs_2, fs_4, fs_5	$R_{2d}^*=1.246$
III WTS	N=2, Sp=(2~3)+(3~4); (1~2)+(3~4), m=8	$fs_1, fs_2, fs_4, fs_5, fw_1$	$R_{3a}^*=1.282$
	N=2, Sp=(2~3)+(3~4); (1~2)+(3~4), m=8	fs, fw_1	$R_{3b}^*=1.290$
	N=2, Sp=(2~3)+(3~4); (1~2)+(3~4), m=9	fs, fw_2	$R_{3c}^*=1.325$
III WS	N=0, Sp=(1~2)+(5~6); (1~2)+(4~5), m=10	fs, fw_3	$R_{4a}^*=1.366$
	N=0, Sp=(1~2)+(5~6); (1~2)+(4~5), m=11	fs, fw_4	$R_{4b}^*=1.431$
IV TS	N=0, Sp=(1~2)+(1~2); (1~2)+(1~2), m=0	fs	$R_{5a}^*=2.000$
	N=0, Sp=(1~2)+(1~2); (1~2)+(1~2), m=0	None	$R_{5b}^*=3.000$
	N=0, Sp=(1~2)+(0~1); (1~2)+(0~1), m=0	fs	$R_{5c}^*=6.200$
	N=2, Sp=1;0, m=0	fs_4	$R_{5d}^*=11.000$
IV S	N=0, Sp=1;1, m=0	fs_4	$R_6^*=30.000$

両側にはスパイラル TG 渦が発生しているが, 北半球側ではスパイラル TG 渦の第 2 出発点が $\theta \approx 70^\circ$ 付近に等間隔で発生している。この様子が図 3 (d) に実線で示される $fs_1(Sp=3)$ から $fs_5(Sp=6)$ へとの変化に対応する。これに対して南半球側では 1 本のスパイラル TG 渦上に新たな第 2 出発点が生じているが, これが図 3 (d) では, $\theta \approx 100^\circ$ における fs_4 から fs_3 への変化となる。なお南北両半球におけるかく乱の非対称の原因は内球の回転軸の影響であると考えられる。

上述のようにして II TS の各ステートで生じるかく乱の基本周波数を確定したが, これと R^* との関係を図 5 に示す。 R^* がさらに増せば流れモードが III WTS (表 3) へと移行するが, $R_{3a}^* \leq R^* < R_{3b}^*$ では環状 TG 渦上に波数 $m=8$ の進行波動 fw_1 が発生する。 $R_{3b}^* \leq R^* < R_{3c}^*$ では図 2 (e) に見られるように上記の fw_1 と帯状成分 fs が現れる。 fw_1 が図 3 (e) に見られるように, スパイラル TG 渦上も環状 TG 渦上も同じ値となり, 観察によっても環状 TG 渦と同一の進行波動がスパイラル TG 渦上で見いだされる。この場合に fs が検出されないのは, 表 3 の $Sp=(2\sim3)+(3\sim4); (1\sim2)+(3\sim4)$ で表すように, スパイラル TG 渦の第 1 出発点の周期性が消え, 第 2 出発点にもランダムな変動が現れるためである。このとき波動スパイラル TG 渦が周期性を持たないのが観察されるが, このために渦構造全体の回転周波数と一致する fs 成分が計測されるものと考えられる。図 5 にこの fs を破線で示している。 $R_{3c}^* \leq R^* < R_{4a}^*$ では進行波動が $m=9$ に増し, fw_2 が検出される。

流れモード III WS になれば, 環状 TG 渦が消えるが, スパイラル TG 渦上には進行波動が観察できる。

 図 6 $\beta=0.024$ における基本周波数の R^* 依存性

図 5 と表 3 に示すように $R_{3a}^* \leq R^* < R_{3b}^*$ では $m=10$ の fw_3 と fs が検出でき, $R_{3b}^* \leq R^* < R_{3c}^*$ では図 2 (f) に見られるように fs と $fw_4(m=11)$ が検出できる。流れモード IV TS になると, 表 3 に見られるように, fs が $R^* \leq R_{3b}^*$ の範囲で検出できる。 $R_{3c}^* \leq R^* < R_{4a}^*$ では, 流れが完全な偶然状態なので, 周波数成分が検出できない。しかし, R_{4a}^* を超えると fs が再び現れる。 $R_{4a}^* \leq R^* < R_{4b}^*$ では環状 TG 渦と北半球上に一対のスパイラル TG 渦が現れるが, 流れがカオス的となる。パワースペクトルでは, 線スペクトルが fs_4 の 1 本のみ現れ, 高調波が現れない。流れモード IV S になるとスパイラル TG 渦は南北両半球に一対ずつ発生するが, 基本周波数は上記と同じ fs_4 が現れる。

4. $\beta=0.024$ のかく乱の基本周波数

表 4 に $\beta=0.024$ における流れの遷移過程を $\beta=0.06$ の場合と同様に示す。レーザ散乱光のパワースペクトル図は $\beta=0.06$ の場合と同じ傾向を示すので省略

表 4 $\beta=0.024$ における流れモード、ステートならびに、基本周波数の変化と遷移レイノルズ数比

Flow mode	Flow state (N, Sp, m)	Fundamental frequency	Transition R^*
II T	N=2	None	$R_{1s}^*=1.000$
	N=6	None	$R_{1s}^*=1.008$
II TS	N=6, Sp=2;2	fs_1	$R_{2s}^*=1.019$
	N=6, Sp=2+1;1+2	fs_1, fs_2, fs_3	$R_{2s}^*=1.036$
	N=2, Sp=2+1;1+2	fs_1, fs_2, fs_3	$R_{2s}^*=1.043$
II S	N=0, Sp=(1~2)+(5~9); (1~2)+(5~9)	$fs_1, fs_2, fs_3, fs_4, fs_5, fs_6, fs_7, fs_8, fs_9, fs_{10}$	$R_3^*=1.056$
III WS	N=0, Sp=(1~2)+(8~13); (1~2)+(8~13), m=16	f_8, fw_1	$R_{4s}^*=1.240$
	N=0, Sp=(1~2)+(8~14); (1~2)+(8~14), m=17	f_8, fw_2	$R_{4s}^*=1.320$
IV S	N=0, Sp=(1~2)+(2~3); (1~2)+(2~3)	f_8	$R_5^*=10.00$

図 7 $\beta=0.024$ における北半球のスパイラル TG 渦対数の R^* 依存性 図 8 $\beta=0.024$ における基本周波数の天頂角依存性の一例

する。図 6 は周波数分析の結果から決定したかく乱の基本周波数である。 R^* の増大に対し、まず現れる非定常かく乱 fs_1 ($S_p=2$) は、流れモード II TS の最初のステート ($N=6, S_p=2;2$) においてである。次に ($N=6, S_p=2+1;1+2$) の流れステートになると、スパイラル TG 渦上に 2 番目の出発点が発生し、複数個 (fs_1, fs_2, fs_3) の基本周波数の共存状態になる。北半球で発生するスパイラル TG 渦の発生対数 S_p と R^* の関係を図 7 に示す。 S_p が R^* の増大に対し急激に増すが、南半球側もこれと同じ傾向を示す。図中の破線は赤道あるいは環状 TG 渦寄りのスパイラル TG 渦の数を示す。流れモード II S へと移るにつれて、実線と破線の差がよいよ増すが、これはスパイラル TG 渦間の極方向のいたるところに渦の出発点が見れるからである。このため図 6 に見られるように基本周波数が 10 個に増大する。このような場合の基本周波数 f_s の θ 依存性を図 8 に示す。図 6 は流れの全領域を通じて検出される基本周波数を示しているが、図 8 に見られるように θ 位置の相違によって確定できる基本周波数に限界がある。一般にすきま比が小さくなるにつれて、

スパイラル TG 渦による変動が伝達される流れ領域は限定され则认为られる。

流れモード III WS では、スパイラル TG 渦上に進行波動が見れ、波数 $m=16$ に対する fw_1 , $m=17$ に対する fw_2 が図 6 に示すように段階的に現れる。スパイラル TG 渦に基づく基本周波数が、 $\beta=0.06$ の場合と同じく次第に消え、 f_8 の帯状成分が見れる。表 4 に示すように流れモード IV S では f_8 のみが見れ、本実験での最大の R^* 値 $R^*=11.7$ まで続く。

以上から知られるように、 β が小さい場合には前報⁽¹²⁾ の $\beta=0.14$ で見られた再層流化現象が見られない。また $\beta=0.14$ の場合には fw の値が R^* の増大に対し段階的に減少したが、ここでは増大する。 f_s については、 $\beta=0.14$ の場合に同一の R^* において f_s の数が 1 個しか現れなかったが、複数個の f_s が現れている。

5. 回転周波数とすきま比の関係

図 9 は $\beta=0.06$ における回転周波数 $f_s/S_p, fw/m$ および f_8 と R^* の関係を示す。図より進行波動のほうはスパイラル TG 渦より回転速度が大きいことがわ

 図 9 $\beta=0.06$ における回転周波数と R^* の関係

 図 10 $\beta=0.024$ における回転周波数と R^* の関係

かる。 f_s/S_p と f_w/m の値が R^* の増加に対して、ほぼ平行に緩やかな減少傾向を示す。また f_b の値にはばらつきが見られる。

図 10 は $\beta=0.024$ の場合である。図中 $\bar{f}_s$ は f_s/S_p の測定の不確かさ区間を示す。 f_w/m の値が f_s/S_p より大きいことが $\beta=0.06$ の場合と同じであるが、 f_s/S_p の R^* に対する傾向に相違が見られる。図中の破線は $\beta=0.06$ の場合の図 9 中の破線のこう配を示すが、 R^* に対する f_w/m の減少割合は β のほうが大きいことがわかる。また f_b については $\beta=0.06$ と同じく、ばらつきが見られる。

図 11 は回転周波数 f_s/S_p と f_w/m のすきま比依存性を示したものである。 f_s/S_p および f_w/m の値は β の減少に対して、ほぼ直線的に増える。図中には King⁽¹³⁾ が得た 2 円筒クエット流の進行波動の回転周波数が描かれているが、2 球間クエット流の場合のほうが 2 円筒クエット流の場合よりも値が大きく、 β の減少に対し緩やかな増加を示す。

6. 結 言

すきま比 β が小さい場合における 2 球間クエット流について、かく乱の基本周波数とその β 依存性を考察した結果、次の結論を得た。

- (1) すきま比が小さい場合のかく乱の特徴はスパイラル TG 渦と進行波動によるもので、基本周波数として、 f_s と f_w の二つのタイプがある。
- (2) f_s に関して多数個の基本周波数が現れるのは、スパイラル TG 渦が赤道寄りの第 1 出発点のみな

図 11 回転周波数のすきま比依存性

らず、スパイラル TG 渦間に発生する第 2, 3, ..., の多数の出発点から発生するためである。

(3) 進行波動による f_w については、環状 TG 上のものとスパイラル TG 渦上のものが一致する。

(4) R^* の大きな流れには、帯状成分 f_b が現れるが、これが低 R^* における $S_p=1$ の場合のスパイラル TG 渦による基本周波数と一致する。

(5) 回転周波数 f_w/m が R^* の増大に対して緩やかに減少するが、 f_s/S_p は $\beta=0.06$ と 0.024 では R^* に対する傾向に相違が見られる。

(6) 進行波動の回転周波数 f_w/m がスパイラル TG 渦の f_s/S_p よりも大きい。

(7) f_s/S_p および f_w/m がすきま比の減少に対して増大し、 f_w/m の値は 2 円筒クエット流の場合よりも大きい。

文 献

- (1) 例えば、字敷、数理科学, 233 (1982), 16.
- (2) Fenstermacher, P. R., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 94-1 (1979), 103.
- (3) Gorman, N. M. and Swinney, H. L., *J. Fluid Mech.*, 117 (1982), 123.
- (4) 中林・大森, 機論, 49-443, B (1983), 1329.
- (5) 中林・機論, 50-449, B (1984), 11.
- (6) Nakabayashi, K., *J. Fluid Mech.*, 132 (1983), 209.
- (7) Yavorskaya, I. M., ほか 5 名, *Stability, Non-uniqueness and Transition to Turbulence in the Flow between Two Rotating Spheres*, (1980), 1, Space Research Institute, Academ of Science, USSR.
- (8) Bühler, K. and Zierep, J. (Kozlov, V. V. 編), *Laminar-Turbulent Transition*, (1984), 677, Springer.
- (9) Belyaev, Yu. N., ほか 3 名, (Kozlov, V. V. 編), *Some Routes to Turbulence in Spherical Couette Flow. In Laminar-Turbulent Transition* (1984), 669.
- (10) 中林・ほか 2 名, 機論, 52-476, B (1986), 1456.
- (11) 中林・ほか 3 名, 文献(10)の 1463 ページ.
- (12) 中林・ほか 3 名, 機論, 53-487, B (1987), 782.
- (13) King, G. P., ほか 4 名, *J. Fluid Mech.*, 141 (1984), 378.

討 論

〔質問〕 大 路 通 雄〔電気通信大学〕

(1) 図2について、多数の線スペクトルから基本周波数を同定する方法をご教示願いたい。また、図2(e)と図2(f)でバックグラウンドが増えていることに意味があるのか。

(2) 各パターンと遷移レイノルズ数を大変高い精度で挙げておられるが、実験を繰返すときにばらつきはないか。

〔回答〕 (1) かく乱の基本周波数の同定(本論文では確定という語を用いている)方法は、基本的には前報⁽¹²⁾と同じである。前報では速度変動の基本周波数とレーザ散乱光法で得た値が一致することを示した。よって本報では、レーザ散乱光のパワースペクト

ルからつぎのようにしてかく乱の基本周波数を求めた。レーザ散乱光測定と同時に、流れ状態をビデオ録画しておき、測定値の天頂角位置に対して録画を再生し、スパイラルTG渦および進行波動の一波長分の通過時間を測定した。この測定を10波長について繰返し実施し、その平均値を基本周波数と考え、この値と一致する散乱光パワースペクトルの値を基本周波数と確定した。

バックグラウンドの増加は流れのカオス化を示している。

(2) 遷移レイノルズ数比に対する測定誤差は最大のところで $\pm 1\%$ 以内である。