平行円板間の液膜の破断におけるメニスカス不安定性* (第1報, 乱れの成長に関する実験)

古口 日出男^{*1}, 高村 祥司^{*2}, 矢田 敏夫^{*1}

A Meniscus Instability for the Separation of a Thin Liquid Film between Parallel Circular Plates (1st Report, Experiment on Growth of Disturbances)

Hideo KOGUCHI, Shoji TAKAMURA, and Toshio YADA

In this paper, the behavior of the meniscus between two circular parallel plates in negative squeeze motion is theoretically and experimentally investigated. According to the previous study on two tilted rectangular plates, a local capillary number for circular liquid film is newly introduced and the theoretical relation between the local capillary number and the nondimensional wave number of disturbance agrees well the experimental one. It is however found that the nondimensional wave number of the experiments deviates from the theory in the case of high viscous liquid. The growth process of disturbances into fingers is precisely investigated by measuring the tip curvature of the fingers. The simple relationship between the ratio of the curvature to the thickness of the liquid and that of the curvature to the position of the tip can be found experimentally.

Key Words: Viscous Flow, Meniscus, Linear Stability Theory, Local Capillary Number, Finger

1. 緒 言

著者らは、これまで2枚の長方形平板の間に粘性流体をはさみ、その板を引き離したときのメニスカス自由表面の不安定性に関し研究を行ってきた。その研究では、簡単のために自由表面に乱れが発生し始めた頃の乱れの波長について、理論と実験の両面から検討した。次の段階として、発生した乱れが次第に発達していき、液膜が分離する過程について調べることにする。しかし、長方形板を用いた実験では、その四辺から液面が入り込んでくるため、流体の流れが互いに複雑に干渉することが考えられ、乱れの成長過程を連続的に調べるには適当でないと考えられる。そこで、板を単純な円形にすることにした。この場合、基本的な流れ場は単純な軸対称となる。

ところで、本研究の自由表面の不安定現象は、接着テープを引きはがすとき⁽⁴⁾や軸受の油膜が破断⁽³⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾するとき、円筒ローラによるコーティング⁽¹⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁶⁾などで観察されるものと同様なものと考えられる。ま

た、高分子材料や高温における金属材料のき裂成長のメカニズムにも関連していると考えられている⁽²²⁾⁽²³⁾。さらに、本研究と関連した研究としてHele-Shawセル内の流れに関するものがある^{(5)~(7)(10)~(12)(17)(18)}。Hele-Shawセル内の流れは、基本的には圧力分布が簡単なラプラス方程式を満足する場に対するものである。そのような場において、粘度の高い流体の中に粘度の低い流体が押し込まれるときに、その界面が一様に入り込まずにフィンガ状の分岐したパターンとなってしまう点で多くの研究者の関心を集めている。これは、多孔質体中の流れが基本的にはダルシーの法則に従うとしたときに、その基礎式がHele-Shawセル内の圧力の基礎式と同じとなり、それと関連する石油掘削時に生じる実際上の多くの現実の問題と関連しているためである⁽²⁾。これに対して、本研究の圧力の基礎式は、平行平板の場合にはポアソン方程式となる。そして、結果的には類似した自由表面の不安定パターンが形成される。しかし、自由表面の安定性に関してラプラス方程式に従う流れの場とポアソン方程式に従う場とが全く異なるものになるのか同じものになるのか、はっきりしない。これらの点は、今後の研究で明らかにしていく予定であるが、はじめに本研究では、これまでの研究^{(19)~(21)}で導いた考えに基づいて、円板の場合のキ

* 平成元年11月7日 流体工学部門講演会において講演、原稿受付 平成元年3月15日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学工学部 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

^{*2} 学生員、長岡技術科学大学大学院。

ャピラリ数を導き、最初に発生する乱れの波数について理論と実験の両面から比較する。そして、初期の乱れがフィンガ状に成長する過程を調べる意味で、乱れの先端の曲率半径およびその曲率半径とすきまの経時変化、フィンガ先端の速度とフィンガ先端の位置の関係などについて調べた。

2. 実験方法

2.1 実験装置 実験に使用した円板は、半径 R_0 = 50 mm, 厚さ 5 mm のガラス板と厚さ 10 mm で同じ大きさの鋼板をエポキシ系樹脂で接着したものである。図1に実験装置の概略を示す。この図1に示すように2枚の鋼製の円板の円周の一部に観察用窓(幅×長さ: 30 mm×20 mm)を機械加工してある。実験は次のように行った。まず、2枚の円板のガラス面同士を平行に向かい合せ、その間にニュートン流体を入れ、そのすきまをすきまゲージで所定の値に設定する。そして、この円板を定速度引張試験機により、所定の速度 V_s で引張る。また、引張速度 V_s とガラス板間の初期すきま h_0 の実験条件を表1に示す。実験は各実験条件で3回ずつ行い、それぞれ自由表面をビデオ撮影し、画像処理してメニスカスの乱れの波長およびフィンガ先端の曲率半径を測定した。曲率半径の測定法については後で説明する。なお、測定の最小時間間隔は1/30 s である。

試料流体はニュートン流体のシリコンオイルで、粘度 $\mu=0.957, 2.91, 9.26, 93.5$ Pa·s, 表面張力 $T=21.2$

表1 引張速度 V_s と初期すきま h_0

V_s	0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0
mm/min	3.0, 5.0, 10.0, 20.0, 30.0, 50.0, 100.0
h_0 , mm	0.3, 0.5, 0.75, 1.05

図1 実験装置の概略図

mN/m である。

2.2 曲率半径の測定方法 図2は自由表面に発生した乱れの成長過程を模式的に示したものである。ここで、図2(a)は発生の初期の状態であり、このとき発生した乱れは図2(b), (c)とフィンガ状に成長していく。曲率半径の測定に関して、本研究では観察領域中でいちばん速く成長している乱れに着目して行った。測定方法は次のとおりである。測定する自由表面の画像を画像処理して(分解能: 256×256), 曲率の測定箇所の近傍の自由表面上に任意に3点(図2中の A_1, B_1, C_1)とり、その点の座標値をコンピュータに取り込み、それらのデータを用いて円を描く。この円がフィンガの形と一致していると判断した場合、その半径をフィンガの曲率半径とする。

3. 線形安定性理論によるメニスカス不安定性の理論解析

3.1 基本解 流体を間に入れた平行円板が互い

(a) 初期状態

(b) 半径方向に成長している状態

(c) 半径方向と円周方向に成長している状態

図2 自由表面に発生した乱れの成長

に垂直に運動する場合の、その板の間の狭いすきま内の流体の流れに関しては、これまで多くの研究がなされている。しかし、その液膜の分離現象を取扱った研究は少ない。また、従来の研究には、慣性力を考慮したものもある^{(24)~(27)}が、本研究の流れは基本的に粘性流であり慣性力は省略できると考え、以下の解析を行う。なお、解析のための座標系を図3に示す。液膜は薄いので、流れは半径方向成分が支配的である ($u_z \ll u_r$) とする。すなわち、運動方程式の力成分の内 z 軸方向微分 ($\partial u_r / \partial r \ll \partial u_r / \partial z$) を含む項が支配的であると考える。その場合の基礎式は、Landau-Lifshitz⁽²⁸⁾にあるように、次のようになる。

$$\mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mu \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

連続の式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

流速 u_r と u_θ を、それぞれ式(1)と式(2)から次の境界条件の下で求める。

$$\left[\begin{array}{l} u_r(r, \theta, 0, t) = u_\theta(r, \theta, 0, t) = u_z(r, \theta, 0, t) = 0 \\ u_r(r, \theta, h, t) = u_\theta(r, \theta, h, t) = 0 \\ u_z(r, \theta, h, t) = V_s \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 h は液膜の厚さで $a = V_s/h_0$ とおけば、 $h = h_0(1+at)$ で表される。

すなわち、

$$u_r = \frac{1}{\mu} \frac{z}{2} (z-h) \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$u_\theta = \frac{1}{\mu} \frac{z}{2} (z-h) \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (7)$$

連続の式(4)を z に関して積分し、その式(6)、(7)を代入して整理すると、次の圧力の微分方程式が求まる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = \frac{12\mu V_s}{h^3} \quad \dots\dots\dots (8)$$

図3 解析の座標系

自由表面に擾動を与えない場合の軸対称流れに対する圧力の解を p_0 とすると、式(8)は次式のように書ける。

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp_0}{dr} \right) = \frac{12\mu V_s}{h^3} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)を次の圧力の境界条件の下で解く。この境界条件式は、Park-Homsy⁽⁶⁾およびReinelt⁽¹⁰⁾のHele-Shawセルにおける界面の境界条件の研究で導かれたものを円形自由表面の場合に適用したものである。

$$p_a - p = \frac{2T}{h} (1 + 3.8 C_a^{2/3} + \dots - \frac{T}{R} \left\{ \frac{\pi}{4} + O(C_a^{2/3}) \right\}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式で $C_a = \mu U_r / T$ 、 U_r は界面の r 方向の移動速度、 R は円形液膜の曲率半径、 p_a は大気圧、 T は表面張力である。

ここでは、簡単のため式(10)のキャピラリ数 Ca に関する項を省略した式を圧力の境界条件として用いる。

$$p_0(\bar{R}) = p_a - \frac{2T}{h} + \frac{\pi T}{4\bar{R}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\bar{R}$ は液膜の半径である。

その結果、 p_0 は次のように求まる。

$$p_0 = \frac{3\mu V_s}{h^3} (r^2 - \bar{R}^2) + p_a - \frac{2T}{h} + \frac{\pi T}{4\bar{R}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

次に、液膜自由表面の運動方程式を導く。まず、式(12)を式(6)の p に代入し、その式を z で積分した後、 h で除して平均流速を求め、その式の r を自由表面半径 $\bar{R}$ とおく。このとき得られる流速を $\bar{u}_r$ とする。

$$\bar{u}_r = -\frac{V_s \bar{R}}{2h} \quad \dots\dots\dots (13)$$

さらに、 $\bar{u}_r = d\bar{R}/dt$ において式(13)を解くと、次の $\bar{R}$ と時間 t の関係が得られる。

$$\bar{R} = \frac{R_0}{\sqrt{1+at}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

3・2 擾動解析 ここでは、円周 θ 方向に振幅 $\epsilon \cos(m\theta)$ の擾動が与えられた場合の擾動成長の解析を行う。いま、板のすきまの中央面上の自由表面の形状が、次式のように与えられたとする。

$$R_1(\bar{R}, \theta, t) = \bar{R}(t) + \epsilon e^{\omega t} \cos m\theta \quad \dots\dots\dots (15)$$

この式で、 $\bar{R}$ は自由表面の平均位置、 t は時間、 m は波数、 ω は乱れの時間に対する成長・減衰を支配するパラメータである。

また、自由表面の乱れに応じて自由表面近傍の流体中の圧力分布も次のように乱れるものとする。

$$p(r, \theta, t) = p_0(r, t) + \epsilon g(r) e^{\omega t} \cos m\theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $g(r)$ は自由表面の乱れによる圧力変動の r

方向の分布関数で、連続の式と圧力の境界条件から決定される。

式(16)を式(8)に代入すると g に関する次式が得られる。

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} - \frac{m^2}{r^2} g = 0 \quad (17)$$

これを解くと、

$$g = r^m, r^{-m} \quad (18)$$

しかし、摂動の影響は自由表面から遠ざかるにつれて小さくなるはずである。したがって、 r が零に近づくにつれて、 g の値も小さくなる関数 r^m を選ぶ。これより、

$$g = a_0 r^m \quad (19)$$

この式の定数 a_0 は、摂動がある自由表面の圧力の境界条件より決定される。

圧力の境界条件は、前述した式(10)に摂動項を考慮して次のように得られる。まず、式(10)の $1/R$ を次式(20)から得られる曲率とする。

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial^2 y}{\partial \theta^2} - \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{\partial^2 x}{\partial \theta^2}}{\left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta} \right)^2 \right\}^{3/2}} \quad (20)$$

ここで、 x, y は式(15)を用いて θ の関数として表される。さらに式(16)を考慮して式(10)を整理すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} p_a - p_0(R_1) - \varepsilon g(R_1) e^{\omega t} \cos m\theta \\ = T \left\{ \frac{2}{h} - \frac{\pi}{4R} - \frac{\varepsilon(m^2-1)\pi}{4R^2} e^{\omega t} \cos m\theta \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

この式を Taylor 展開して、 ε の一次の項をまとめると次式が求まる。

$$g(\bar{R}) = - \frac{dp_0}{dr} \Big|_{r=\bar{R}} + T \frac{\pi}{4} \frac{(m^2-1)}{\bar{R}^2} \quad (22)$$

p_0 の式(12)を式(22)に代入し、式(19)の未定係数 a_0 を求めると、次式のように求まる。

$$a_0 = \frac{1}{\bar{R}^m} \left\{ - \frac{6\mu V_s \bar{R}}{h^3} + T \frac{\pi(m^2-1)}{4\bar{R}^2} \right\} \quad (23)$$

3.3 中立安定曲線 ここでは、 ω を求めることにより与えた摂動の成長と減衰に関する中立安定条件を求める。 ω は界面の運動方程式から求めることができる。

自由表面の r 方向の平均移動速度 $\bar{u}_r$ は、次式で与えられる。

$$\bar{u}_r = - \frac{h^2}{12\mu} \frac{dp}{dr} \quad (24)$$

この式の左辺に、式(15)を時間で微分して求められる自由表面の移動速度を、右辺に式(15)と式(16)を代入すると次式が得られる。

$$\left[\frac{d\bar{R}}{dt} + \varepsilon \omega e^{\omega t} \cos m\theta = - \frac{h^2}{12\mu} \left(\frac{dp_0}{dr} + \varepsilon \frac{dg}{dr} e^{\omega t} \cos m\theta \right) \right]_{r=\bar{R}} \quad (25)$$

この式で ε の一次の項をまとめると次式が得られる。

$$\omega = - \frac{h^2}{12\mu} \left(\frac{dg}{dr} + \frac{d^2 p_0}{dr^2} \right) \Big|_{r=\bar{R}} \quad (26)$$

ところで乱れの成長は、 ε を含む項の $\exp(\omega t)$ の ω の正負により決まる。この ω は、式(26)から次のように求められる。

$$\omega = \frac{Th^2}{12\mu \bar{R}^3} \left[(m-1) \left\{ 12C_{at} - \frac{\pi}{4} m(m+1) \right\} \right] \quad (27)$$

なお、 C_{at} はメニスカスの平均移動速度 $\bar{u}_r$ を含む次式で定義される無次元パラメータである。

$$C_{at} = - \frac{\mu \bar{u}_r}{T} \left(\frac{\bar{R}}{h} \right)^2 \quad (28)$$

この式の負号は、流れの方向が負の方向であることを考慮して付けた。式(27)から $\omega \geq 0$ にする C_{at} は、次の条件を満たす m の範囲である。

$$m \geq 1, C_{at} \geq \frac{\pi}{48} m(m+1) \quad (29)$$

あるいは、

$$m \leq 1, C_{at} \leq \frac{\pi}{48} m(m+1) \quad (30)$$

実際の場合、 $m \leq 1$ の乱れは意味がないことは明らかであるので、式(29)が不安定領域で、等号が中立安定を与える。

次に、 ω を最大にする波数の条件により局所キャピラリ数 C_{at} と波数 m の関係を導く。式(27)の ω を波数 m で微分することにより、次式が得られる。

$$C_{at} = \frac{\pi(3m^2-1)}{48} \quad (31)$$

4. 実験結果

4.1 乱れの波数に対する理論との比較 ここでは、3章で誘導した式(29)および式(31)を実験結果と比較検討する。そのために、実験で自由表面が乱れ始めたときの波長を測定した。図4(a)に $\mu=0.957 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、図4(b)に $\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合の局所キャピラリ数 C_{at} に対し乱れ無次元波数の実験結果を中立安定曲線[式(29)の等号：実線]および式(31)(破線)とともに示す。なお、図4中の実験点に対する局所キャピラリ数は、実験での波長の測定位置(円板の中心からの距離)における h および自由表面の移動速度 $\bar{u}_r$ を計算および実験から求め、局所キャピラリ数の定義式(28)により求めた。また、波数 m は乱れの波長に対する中心角から求めた。これらの図からわかるように、自由表面

の乱れは不安定領域で発生しており、乱れの成長速度が最大の条件で得られた式(31)の近傍にある。しかし、粘度が高い流体の場合、局所キャピラリ数の大きいところで理論から離れ、初期すきまごとにある一定の波数 m に漸近していくようである。この原因については、粘度が高くなるに伴い、板面に残留する流体の層の厚さが増し、理論における単純化した圧力の境界条件が成り立たなくなるためであると考えられる。さらに、局所キャピラリ数が大きくなるに伴い、理論上は波数 m が大きくなるものにならないことに対する理由としては、理論における二次元流れの仮定が m の増加(波長の減小)により成り立たなくなることが考えられる。これを確かめるためには、さらに詳細な理論的検討と z 軸方向の圧力こう配を考慮した三次元流れの解析を行うことが必要であると考ええる。

4.2 移動自由表面位置に対する理論との比較

図5(a), (b)に $\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $h_0=0.5 \text{ mm}$, $V_s=0.5, 10.0 \text{ mm/min}$ の場合に対する乱れの先端位置の実験結果および自由表面の平均位置の理論[式(14)]と実験結果の一例をそれぞれ示す。ここで、乱れの先端位置は、空気が進入してできるフィンガ(エアーフィンガ)の先端の円板中心からの距離、平均位置は観察領域中の乱れの頂点と底点の円板中心からの平均距離である。これらの図で、乱れの平均位置と理論位置は、 V_s の遅い場合により一致を示すが、速い場合には若干ずれる。これは、 V_s が速くなるに伴い、板面に残る流体膜が厚くなるためエアーフィンガの速度が速くなるためと考えられ、さらに理論解析を詳細に行う必要がある。

4.3 曲率半径と時間の関係 図6にエアーフィンガ先端の曲率半径の時間に対する変化の一例を示す。なお、図6(a)と図6(b)はそれぞれ $\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $h_0=0.5 \text{ mm}$ における、 V_s の遅い場合と速い場合に対するものである。これらの図で曲率半径は、 V_s が小さい場合には、時間とともに小さくなるが、 V_s が大きくなると時間とともに大きくなっている。観察領域内でのフィンガ成長の様子を図2を用いて説明すると以下のようなになる。最初、自由表面の乱れはわずかであるので曲率半径は大きい。その後、乱れが成長するに伴い、図2(a), (b)に示したように曲率半径は小さくなっていく。速く成長した乱れは、図2(c)に示すようにある程度まで成長するとやがて半径方向にも円周方向にも成長していき、曲率半径は再び大きくなっていく。しかし、さらに V_s が大きくなると、成長はさらに速くなり図2(a)の状態は観察できなくなり(最小時間間隔以内で乱れが発生する)、図2(b)から図2

(c)の過程しか観察できなくなる。ところが、 V_s が小さいとエアーフィンガはあまり成長せず、図2(a)から図2(b)に変化するだけで、曲率半径は小さくなる。以上は、本研究の他の実験条件に対してもほぼ言うことができる。

4.4 エアーフィンガ先端の移動速度と曲率半径の関係

図7は $\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合の時間 $t=0$ での半径方向平均速度 u_0 に対するエアーフィンガ先端の移動速度 u_{tip} とすきま h に対するエアーフィンガ先端の曲率半径 ρ の比の関係である。ここで、 u_0 は式(13)から求められる。図7中の矢印は各プロットの時間に対する変化の方向を示す。

最初に、 V_s が 0.2 mm/min の場合について考える。この場合、乱れが発生したときの u_{tip} は u_0 の約 0.7 倍であり、その後 u_{tip}/u_0 はほぼ一定を保ちながら、 ρ が h の増大とともに小さくなっていく。このことは図

(a) $\mu=0.957 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合

(b) $\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の場合

図4 乱れの無次元波数 m に対する局所キャピラリ数の理論式と実験結果および中立安定曲線(実線: 中立安定曲線, 破線: 最大成長速度の理論式)

2(a)から図2(b)までの過程に対応している。これに対して、 V_s が大きくなっていくと乱れは次第に早期に発生するようになり、 u_{tip}/u_0 は1に近づく。この場合、 ρ は最初大きい、乱れがエアーフィンガ状に半径方向に成長していく過程で小さくなる。今回実験結果として示したのは観察中で最も成長の速いエアーフィンガであるが、この場合フィンガがある程度成長して ρ/h が1.5程度になると円周方向(幅方向)にも成長しはじめ、曲率半径 ρ と u_{tip} が大きくなる。この過程は、図2(b)から図2(c)に対応している。その後、フィンガは円周方向にも成長していき、それに伴い u_{tip} は低下する。このとき、フィンガは ρ/h がほぼ一定のまま成長する。そして、時間経過に伴って ρ/h と u_{tip}/u_0 はある一定値に近づくことがわかる。

4.5 エアーフィンガ先端位置に対するその曲率半径の比と h/h_0 に対する曲率半径の比の関係 図8

(a) $V_s = 0.5$ mm/min の場合

(b) $V_s = 10$ mm/min の場合

図5 自由表面の乱れの先端位置と平均位置の経時変化($\mu = 9.26$ Pa·s, $h_0 = 0.5$ mm, 実線: 平均位置の理論)

は $\mu = 9.35$ Pa·s の場合のエアーフィンガ先端の位置 R_{tip} に対する曲率半径 ρ の比 ρ/R_{tip} と $h/h_0 (=1+at)$ に対する曲率半径 ρ の比 $\rho/(1+at)$ の関係の一例である。この図8で矢印は時間に対するそれぞれの値の変化の方向を示している。また、 $h_0 = 0.75$ mm, $V_s = 10$ mm/min の場合、 ρ/R_{tip} に極小値がある。この図8には種々の実験条件の結果が同時に示されているが、この図8のような比をとると、前述してきた実験結果をまとめることができることがわかる。この図8の結果は、 ρ/R_{tip} と $\rho/(1+at)$ が両方とも小さくなっていく場合と大きくなっていく場合で分けることができる。このことは、自由表面の移動速度の大小に関連している。すなわち、 V_s が小さく界面移動速度が遅い場合には、両者はともに時間経過に伴って小さくなるが、 V_s が大きくなると両者とも大きくなるようになってくる。

また、この図8から V_s が小さい場合には、エアーフィンガの半径方向の成長に比べ、曲率半径の増大が小さいこと、またすきまの増大に対しても曲率半径の増大が小さいことがわかる。これは乱れが円周方向に

(a) 速度が遅い場合

(b) 速度が速い場合

図6 エアーフィンガ先端の曲率半径の経時変化($\mu = 9.26$ Pa·s, $h_0 = 0.5$ mm)

 図7 u_{tip}/u_0 と ρ/h の関係 ($\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $h_0=0.5 \text{ mm}$)

あまり成長しないためである。一方、 V_s が大きい場合には、エアーフィンガの半径方向の成長に比べて曲率半径の増大が大きいこと、またすきまの増大に対する曲率半径の増大が大きいことがわかる。これは乱れが円周方向に成長するためであると考えられる。

また、この図8では時間経過とともに、両者とも $\rho/R_{tip}=0.1$, $\rho/(1+at)=0.002$ に集まるように変化している。最後に、実験結果に対して最小二乗法で求めた両者の関係を以下に示す。

ρ/R_{tip} と $\rho h_0/h$ がともに大きくなる場合

$$\frac{\rho h_0}{h} = 9.09 \times 10^{-3} \left(\frac{\rho}{R_{tip}} \right)^{0.631} \quad (32)$$

ρ/R_{tip} と $\rho h_0/h$ がともに小さくなる場合

$$\frac{\rho h_0}{h} = 3.93 \times 10^{-2} \left(\frac{\rho}{R_{tip}} \right)^{1.23} \quad (33)$$

なお、これらの式の右辺の係数の次元は mm である。この関係によりエアーフィンガ先端の曲率半径の経時変化は、すきまおよびフィンガの先端の位置から求めることができる。

本研究では、円板を引き離すために必要なエネルギーや力に関しても調べたが、これについて現在理論値(摂動を与えない場合の圧力およびそれがなす仕事)との比較を行っており、 V_s が小さい場合には実験値とよい一致を示しているが、 V_s が大きい場合には理論値より小さくなることがわかった。これに関しては、自由表面の不安定性との関係などさらに詳細に検討して別途報告する。

5. 結 論

2枚の平行円板の薄いすきまに粘性流体を入れて、板を引き離したときの移動自由表面を観察し、表面の不安定性および乱れの成長について次のようなことがわかった。

 図8 ρ/R_{tip} と $\rho/(1+at)$ の関係
($\mu=9.26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 破線矢印: $h_0=0.75 \text{ mm}$, $V_s=10 \text{ mm/min}$ の場合, 実線: 実験式)

(1) 新たに極座標系で円板における局所キャピラリ数と中立安定曲線および乱れの波数の関係式を誘導し、それらの計算結果を実験と比較した結果、その理論で実験結果をよく説明できることがわかった。しかし、粘度が高い流体の場合局所キャピラリ数が大きくなるに伴って、乱れの波数が初期すきまごとに一定の値に漸近する傾向にある。

(2) エアーフィンガ先端の曲率半径 ρ を測定し、 ρ と液膜の厚さの比 ρ/h および先端の移動速度 u_{tip} と初期自由表面移動速度 u_0 の比 u_{tip}/u_0 の関係を調べた結果、 ρ/h は常にある値以下にはならず、また時間経過とともに両者ともある一定値に漸近していくことがわかった。

(3) エアーフィンガの曲率半径 ρ とその先端位置 R_{tip} とその比 ρ/R_{tip} と $\rho/(1+at)$ との関係を調べ、実験条件によらないそれらの関係式を実験的に求めた。

文 献

- (1) Carter, G. C. and Savage, M. D., *Math. Eng. Ind.*, 1-1(1987), 83-95.
- (2) Chuoke, R. L., ほか3名, *Pet. Trans. AIME*, 216(1959), 188-194.
- (3) Dalmaz, G., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 102(1980), 466-477.
- (4) MoEwan, A. D. and Taylor, G. I., *J. Fluid Mech.*, 26(1966), 1-15.
- (5) Nittmann, J., Daccord, G. and Stanley, H. E., *Nature*, 314(1985), 141-144.
- (6) Park, C. W. and Homsy, G. M., *J. Fluid Mech.*, 139(1984), 291-308.
- (7) Park, C. W., Gorell, S. and Homsy, G. M., *J. Fluid Mech.*, 141(1984), 257-287.
- (8) Pearson, J. R. A., *J. Fluid Mech.*, 11(1960), 481-500.
- (9) Pitts, E. and Greiller, J., *J. Fluid Mech.*, 11(1961), 33-50.
- (10) Reineit, D. A., *J. Fluid Mech.*, 183(1987), 219-234.

- (11) Saffman, P. G. and Taylor, G. I., *Proc. R. Soc., London*, Ser. A, **245**(1958), 312-329.
 - (12) Saffman, P. G., *J. Fluid Mech.*, **173**(1986), 73-94.
 - (13) Savage, M. D., *J. Am. Inst. Chem. Eng.*, **30-6**(1984), 999-1002.
 - (14) Savage, M. D., *J. Fluid Mech.*, **80**(1977), 743-756.
 - (15) Savage, M. D., *J. Fluid Mech.*, **80**(1977), 757-767.
 - (16) Savage, M. D., *J. Fluid Mech.*, **117**(1982), 443-455.
 - (17) Tabeling, P., Zocchi, G. and Libchaber, A., *J. Fluid Mech.*, **177**(1987), 67-82.
 - (18) Taylor, G. I., *J. Fluid Mech.*, **10**(1961), 161-165.
 - (19) 古口・岡田, 機論, **53-491**, B(1987), 2062.
 - (20) 古口, 機論, **53-491**, B(1987), 2070.
 - (21) 古口・矢田, 機論, **54-507**, B(1988), 3049.
 - (22) Argon, A. S. and Salama, M., *Mater. Sci. Eng.*, **23**(1976), 219-229.
 - (23) Takayama, S. and Maddin, R., *Philos. Mag.*, **32**(1975), 457.
 - (24) 黒田・堀, 潤滑, **21-11**(1976), 740.
 - (25) Tichy, J. A., *ASLE Trans.*, **28-4**(1985), 520.
 - (26) Pinkus, O. and Ternlicht, B. S., *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, (1961), McGraw-Hill.
 - (27) Hamza, E. A. and MacDonald, D. A., *J. Fluid Mech.*, **109**(1981), 147-160.
 - (28) ランダウ=リフシッツ, 流体力学, **1**(1971), 76, 東京書籍.
-