曲線座標変換法と部分構造分割法を用いた 三次元非圧縮性粘性流体解析手法*

梅 垣 菊 男^{*1}, 三 木 一 克^{*1}

A Numerical Method for the Solution of Three-Dimensional Incompressible Viscous Flow Using the Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Transformation and Domain Decomposition Technique

Kikuo Umegaki and Kazuyoshi Miki

A numerical method is developed to solve three-dimensional incompressible viscous flow in complicated geometry using curvilinear coordinate transformation and domain decomposition technique. In this approach, a complicated flow domain is decomposed into several subdomains, each of which has an overlapping region with neighboring subdomains. Curvilinear coordinates are numerically generated in each subdomain using the boundary-fitted coordinate transformation technique. The modified SMAC scheme is developed to solve Navier-Stokes equations in which the convective terms are discretized by the QUICK method. A fully vectorized computer program is developed on the basis of the proposed method. The program is applied to flow analysis in a semicircular curved, 90° elbow and T-shape branched pipes. Computational time with the vector processor of the HITAC S-810/20 supercomputer system, is reduced to 1/10~1/20 of that with a scalar processor.

Key Words: Numerical Analysis, Incompressible Flow, Three-dimensional Flow, Domain Decomposition, Curvilinear Coordinates, Navier-Stokes Equation, Curved Pipe, Branched Pipe, Vectorization, Vector Processor

1. 結 言

原子力プラント、化学プラント等の配管系は、工學上のさまざまな条件から、曲げたり、分岐させたりする必要が生じ、系全体は、一般にエルボ、T字、十字管等が混在したシステムとなる。曲り、分岐により、管内には強い二次流れが発生し、圧力損失が大きく変化する場合も少なくない。また、分岐管等では、流量の微小な変化で流れのパターンが大きく変化し、圧力損失が不連続に変化する不安定現象が見られることもある。したがって、このような配管内の流れを解析することは、工學上非常に重要な課題になっている。

一方、このような種々の配管内の流れを数値的に解析した例は少なく、一部の理想的な体系に限られている。例えば、これまでの曲り管の解析は、トロイダル座標系が適用できる理想的な形状については成されており、二次流れや圧力損失等に関する数多くの結果が報告^{(1)~(5)}されているが、曲り角度が変化するような形状については、報告例はほとんどなく、最近になって、90°の曲り部分を有するエルボ管内の流れを解いた例

が報告⁽⁶⁾されるようになった。分岐管に至っては、実験的に流動現象を調べた例は報告⁽⁷⁾⁽⁸⁾されているが、数値的に三次元流れを解いた例は著者の調べた範囲では全くない。

本研究は、曲り管や分岐管を含めて任意の形状の配管系内の非圧縮性粘性流れを解析することを目的としている。このため、曲線座標変換法と部分構造分割法を組合せた流体解析方法を開発した。曲線座標変換法⁽⁹⁾は、実空間上の解析領域を直交格子から成る形状の簡単な領域に座標変換し、写像空間上で物理現象を支配する偏微分方程式を解く方法である。この方法は、1970年代にThompsonらによって航空機分野の流体解析手法として開発され⁽¹⁰⁾、その後一般の内部流れにも広く応用されるようになった。Shyyらは、曲線座標系の特徴を活かしてダクトやディフューザ等の流れを解いた例を報告⁽¹¹⁾⁽¹²⁾している。また、武本らは、エルボ管内の流れを三次風上差分を用いた直接シミュレーションにより解いた例を報告⁽⁶⁾している。一方、部分構造分割法は、分岐管等の複雑な構造を持つ体系を複数の部分構造に分割して解く手法で、配管系等の解析には非常に有効である。曲線座標変換法と部分構造分割法を組合せた解析手法は、三木らによって開発され、複雑な複合体における座標格子の生成⁽¹³⁾、ポアソン方

* 平成元年9月21日 北陸信越支部信越地方講演会において講演、原稿受付 平成元年3月24日。

*¹ 正員、(株)日立製作所エネルギー研究所 (〒316 日立市森山町1168)。

程式の解析⁽¹⁴⁾、熱流動解析⁽¹⁵⁾等に応用された。本研究では、この曲線座標変換法と部分構造分割法を用い、新たに SMAC 法⁽¹⁶⁾に基づいて三次元非圧縮性粘性流体を解析する手法を開発した。圧力ポアソン方程式に対しては、部分構造毎に MICCG 法⁽¹⁷⁾を用いて行列を解いた後に部分構造間で反復計算を行う部分構造反復法を開発し、適用した。また、スーパーコンピュータのベクトル処理機能を活用して高速化を実現するために、本手法に基づいてベクトル化率 95% 以上のプログラムを開発した。本報では、開発した解析手法および 180° 曲り管、90° エルボ管、T 字分岐管内の流れを解析した例について報告する。

2. 基礎方程式

2.1 曲線座標変換の基礎方程式 図 1 に示す実空間上の解析領域 Ω を写像空間上の解析領域 Ω^* に座標変換する。実空間上の座標格子点 $(x_i, i=1, 2, 3)$ は、次のポアソン方程式により写像空間上の座標格子点 $(\xi_l, l=1, 2, 3)$ に対応づけることができる。

$$\delta_{ij} \frac{\partial^2 \xi_l}{\partial x_i \partial x_j} = P_l \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、式(1)はアインシュタインの総和則に基づいて i, j について、それぞれ 1~3 までの総和をとるものとする。ここで、 P_l は実空間上での曲線座標格子の間隔を制御する関数である⁽¹³⁾。式(1)の独立変数と従属変数を入れ替えると次のだ円形偏微分方程式が得られる。

$$\alpha_{lm} \frac{\partial^2 x_i}{\partial \xi_l \partial \xi_m} + J^2 P_l \frac{\partial x_i}{\partial \xi_l} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α_{lm} は次式で与えられる。

$$\alpha_{lm} = \beta_{il} \beta_{im} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、 β_{il} は、 x の添字が ijk 、 ξ の添字が lmn の順番に周期的に従うとすると、次式のように表すことができる。

$$\beta_{il} = \frac{\partial x_j}{\partial \xi_m} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial \xi_n} - \frac{\partial x_j}{\partial \xi_n} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial \xi_m} \quad \dots\dots\dots (4)$$

一方、 J はヤコビアンで、次式で表される。

$$J = \frac{\partial(x_i, x_j, x_k)}{\partial(\xi_l, \xi_m, \xi_n)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

図 1 曲線座標変換法

式(2)に示した座標変換方程式を数値的に解くことにより、写像空間上の直交格子に対応した実空間上の曲線座標格子を生成することができる。

2.2 非圧縮性粘性流体の基礎方程式 実空間における連続の式及びナビエ・ストークス方程式は、次式で表される。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の流速、 p は圧力、 ρ は密度、 f_i は外力項を表す。 τ_{ij} は応力項で次のように表される。

$$\tau_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ν は動粘性係数である。式(6)~(8)を座標変換すると次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}_l}{\partial \xi_l} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial(u_i \bar{u}_l)}{\partial \xi_l} = -\frac{1}{\rho J} \beta_{il} \frac{\partial p}{\partial \xi_l} + \frac{1}{J} \frac{\partial \bar{\tau}_{il}}{\partial \xi_l} + f_i \quad \dots\dots (10)$$

ここで、 $\bar{u}_l$ 、 $\bar{\tau}_{il}$ は、それぞれ次のように表される。 $\bar{u}_l$ は、いわゆる反変速度成分である。

$$\bar{u}_l = \beta_{il} u_i \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\bar{\tau}_{il} = \beta_{kl} \tau_{ik} = \frac{\nu}{J} \alpha_{lm} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_m} + \frac{\nu}{J} \beta_{kl} \beta_{im} \frac{\partial u_k}{\partial \xi_m} \quad \dots\dots (12)$$

3. 部分構造分割法

配管に限らず、流体機器の中には複数の基本立体から構成された複合立体形状をしているものが多い。このような体系内で三次元曲線座標格子を生成するには実空間上の複合立体を写像空間上の直方体に座標変換する方法が考えられる。しかし、この方法では、境界条件として直方体の六つの表面に複合立体表面を対応させることが難しく、生成した曲線座標格子のひずみが大きくなり、数値計算誤差が増大する問題点がある。

部分構造分割法では、図 2 に示すように三次元構造を複数の構造に分割し、個々の部分構造毎に生成した

図 2 部分構造分割法を用いた座標格子生成方法

曲線座標格子を反復計算により合成して構造全体の座標格子を生成する。この時、部分構造間に重複領域を設定し、一方の構造の内部格子を他方の構造の境界上の格子に一致させ、これをディリクレ条件として部分構造内の曲線座標格子を生成する。この部分構造分割法は、関数論の分野で用いられているシュワルツの交替法を曲線座標変換法に組合せたものと考えられる。図3に生成した二重連結エルボおよびT字管の曲線座標格子の例を示す。部分構造分割法を用いてこのような配管系の座標格子を無理なく生成することができる。この手法は、座標格子生成だけでなく、一般の偏微分方程式の計算に適用することが可能で、流体の計算にも適用する。後に述べる圧力のポアソン方程式は、座標格子生成とまったく同様の方法を用いて解いている。

部分構造分割法を用いることにより、前述した複合立体の解析が容易になるとともに、部分構造毎に解析することを利用して外部記憶装置を効率良く使い、計算機の主記憶容量を大幅に低減することも可能となる。

4. 離散化手法および解析アルゴリズム

4.1 座標変換の基礎方程式の解法 座標変換の基礎方程式である式(2)～(5)は、基本的に中心差分法を用いて離散化し、SOR法を用いて解いた。 α_{im} は x, y, z の関数であるため、式(2)は非線形な方程式となるが $P_i=0$ の時は非線形性はあまり大きくなく、1.6～1.8程度の緩和定数を用いて十分収束する。座標格子間隔の制御のために P_i に大きな値を設定した場合には、非線形性が大きくなるため、式(2)の一次微分項に一次の風上差分法を用いた。

4.2 流体の基礎方程式の解法 曲線座標系で式(9)～(12)に示した基礎方程式をコントロールボリューム法を用いて離散化し、曲線座標系を対象とした修正SMAC法⁽¹⁸⁾を用いて解いた。また、ナビエ・ストークス方程式の時間積分には、オイラーの陽解法またはアダムス・バッシュフォース法を用いた。移流項には曲線座標系で定式化した保存系の三次風上差分法である

QUICK法⁽¹⁹⁾を用いた。

(1) 修正SMAC法 式(9)～(11)に示した基礎方程式を仮にオイラーの陽解法を用いて離散化すると次式のようにになる。

$$\frac{1}{\Delta t}(u_i^{n+1}-u_i^n)=-\frac{1}{J}\frac{\partial(u_i^n \tilde{u}_i^n)}{\partial \xi_i}-\frac{1}{\rho J}\beta_{ii}\frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_i}+\frac{1}{J}\frac{\partial \tilde{\tau}_{ii}^n}{\partial \xi_i}+f_i^n \quad \text{.....(13)}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial \xi_i}=0 \quad \text{.....(14)}$$

ここで、 n は時間に対するインデックスである。SMAC法では、式(13)、(14)を速度の中間変数 $\tilde{u}_i$ を導入して以下のように変形して解く。

$$\frac{1}{\Delta t}(\tilde{u}_i^{n+1}-u_i^n)=-\frac{1}{J}\frac{\partial(u_i^n \tilde{u}_i^n)}{\partial \xi_i}+\frac{1}{J}\frac{\partial \tilde{\tau}_{ii}^n}{\partial \xi_i}+f_i^n \quad \text{.....(15)}$$

$$\tilde{u}_i^{n+1}=\beta_{ii}\tilde{u}_i^{n+1} \quad \text{.....(16)}$$

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial \xi_m}\left(\frac{1}{J}\alpha_{mi}\frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_i}\right)=\frac{\rho}{\Delta t}\frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial \xi_i} \quad \text{.....(17)}$$

$$\frac{1}{\Delta t}(u_i^{n+1}-\tilde{u}_i^{n+1})=-\frac{1}{\rho J}\beta_{ii}\frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_i} \quad \text{.....(18)}$$

式(15)～(18)を反復計算することにより、所望の解を得ることができる。

離散化に際しては、曲線座標系用に開発した修正スタガードメッシュ⁽¹⁸⁾を用いた。このメッシュは、図4に示すように流速 u_i の計算点を座標格子点上で定義し、圧力 p の計算点をメッシュ中央で定義している。また、式(16)に示した $\tilde{u}_i$ は、反変ベクトルで、各コントロールボリューム表面における法線方向の速度ベクトルを表している。この反変ベクトル成分は、従来のスタガードメッシュにおける流速と同様にコントロールボリューム表面中央で定義する。修正スタガードメッシュを用いることにより、従来の直交座標系のスタガードメッシュを用いる場合と同様に安定な計算を行うことができる。

(2) 曲線座標系における三次風上差分法 式(15)の移流項は、曲線座標系にQUICK法を適用して

図3 部分構造分割法を用いた座標格子生成例

図4 修正スタガードメッシュ

離散化した。以下にその離散化式を示す。式(15)に示した移流項において仮に $\xi_i = \xi$, $u_i = u$, $\bar{u}_i = \bar{u}$ とした場合を例にとって離散化すると次式ようになる。

$$\frac{\partial(u\bar{u})}{\partial\xi}\bigg|_{ijk} = \frac{1}{\Delta\xi}\{(u\bar{u})_{i+(1/2)jk} - (u\bar{u})_{i-(1/2)jk}\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 ijk は座標のインデックスを示す。QUICK法では、式(19)の各項を以下のように離散化する⁽¹⁹⁾。

$$(u\bar{u})_{i+(1/2)jk} = \bar{u}_{i+(1/2)jk} \left\{ \frac{1}{2}(u_{i+1jk} + u_{ijk}) - \frac{\Delta\xi^2}{8}CURVI + \frac{\Delta\eta^2}{24}CURVJ + \frac{\Delta\xi^2}{24}CURVK \right\} \quad \dots\dots\dots(20)$$

ただし、式(20)の CURVI, CURVJ, CURVK は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} CURVI &= \frac{1}{\Delta\xi^2}(u_{i+1jk} - 2u_{ijk} + u_{i-1jk}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} > 0 \\ &= \frac{1}{\Delta\xi^2}(u_{i+2jk} - 2u_{i+1jk} + u_{ijk}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} < 0 \quad \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CURVJ &= \frac{1}{\Delta\eta^2}(u_{ij+1k} - 2u_{ijk} + u_{ij-1k}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} > 0 \\ &= \frac{1}{\Delta\eta^2}(u_{i+1j+1k} - 2u_{i+1jk} + u_{i+1j-1k}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} < 0 \quad \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CURVK &= \frac{1}{\Delta\xi^2}(u_{ijk+1} - 2u_{ijk} + u_{ijk-1}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} > 0 \\ &= \frac{1}{\Delta\xi^2}(u_{i+1jk+1} - 2u_{i+1jk} + u_{i+1jk-1}) \\ &\text{for } \bar{u}_{i+(1/2)jk} < 0 \quad \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

ξ_2 , $\xi_3(j, k)$ 方向に対しても同様にして離散化することができる。

(3) 流体計算における部分構造分割法のアルゴリズム 式(15)～(18)の計算は、部分構造分割法を用いて生成した曲線座標格子で行う。式(15), (16), (18)の速度場を計算するステップでは、図5(a)に示すように隣接する部分構造の間でコントロールボリューム1層分を重複させ、重複領域において一方の部分構造の内側の座標格子点上にある流速をディリクレ境界条件として隣接する部分構造に伝達する。このように重複領域の値を更新しながらディリクレ境界条件として伝達していくことにより、領域全体の流速を求めることができる。一方、圧力ポアソン方程式(17)を解く場合には、圧力がメッシュ中央で定義されているた

めに、重複領域は図5(b)に示すようにコントロールボリューム3層分として流速の場合と同様に一方の部分構造の内側の座標格子点上にある圧力をディリクレ境界条件で隣接する部分構造に伝達した。この時、各部分構造毎に作成した行列は、MICCG法を用いて解き、設定した収束条件に達した後次の部分構造の計算に移り、全体が収束するまで部分構造間の反復を繰返す方法を用いた。各部分構造における行列は、式(17)を離散化すると7本の対称要素を有する帯と12本の非対称要素を有する帯で構成される非対称行列となるが、12本の帯に現れる非対称項は、部分構造毎に行列を解く際には仮に既知項として扱い、上述した部分構造間の反復計算を行う際に更新するようにした。一般に、座標格子が直交に近い場合には非対称性の影響は小さく、既知項に移項しても全体の収束性にあまり影響を与えない。一方、行列の帯本数を19本から7本に減らすことにより、計算機の記憶容量は大幅に低減することができる。

(4) ベクトル化 スーパーコンピュータのベクトル演算機能を用いて高速化を計るため、プログラムの作成に際しては、すべての三次元配列をリストベクトルを用いて一次元配列に修正し、式(15)～(18)の計算を完全にベクトル化した。圧力ポアソン方程式に用いている MICCG 法は後らの開発した超平面法⁽¹⁷⁾を用いてベクトル化した。このようなプログラミング手法を用いることにより、実行時のベクトル化率(ベクトル演算量/全演算量)を95%以上とした。

5. 解析結果と考察

5・1 180° 曲り円管内助走区間流れ 曲り円管の断面半径 a と曲り曲率半径 R の比 a/R を $1/20$ とし、ディーン数 $D(D=2Re\sqrt{a/R})$ を565とした場合の180° 曲り管内の助走区間流れを解析した例を示す。入口条件として、一様流流入およびポアズイユ流(円管内で十分発達した層流)流入の2種類を与え、出口条

図5 流体計算における部分構造分割法

件は自円管流出とした。解析では 180° の円管を 90° の部分で分割し、二つの部分構造で構成した。座標格子点数は、円管断面方向を ij 、軸方向を k 、部分構造数を N_p とすると $i \times j \times k \times N_p = 21 \times 21 \times 62 \times 2$ 、54 684 点である。計算は無次元時間 t (平均流速で入口から出口までにかかる時間) を 1 とした時、オイラーの陽解法を用いてタイムステップ $\Delta t = 0.001$ とし、2 000 ステップまで行った。圧力ポアソン方程式の収束判定条件は相対誤差で 10^{-5} とした。

図 6 に一様流流入の場合の軸方向速度分布と二次流れのパターンを示す。円管断面内で軸方向速度が最大となる領域は遠心力の影響で徐々に曲り管の水平方向

外側となり、速度の遅い内側の境界層部分が拡がってくる様子がわかる。軸方向速度の最大値は入口から徐々に増大し、 $\theta = 120^\circ$ 以降ではほぼ一定となり、入口の平均軸方向速度の 1.4 倍程度になった。二次流れのパターンをみると管の中央から外側に向い、管の上下を壁面に沿って内側に戻ってくる上下対称の一对の渦が生じているのがわかる。 $\theta = 90^\circ$ で管中央外側より若干よどんだ領域が現れるのを除けば、一貫して上述の一对の渦が現れており、二次流れの最大速度は入口の $\theta = 30^\circ$ 付近で軸方向平均速度の 16% 程度であった。

図 7 にポアズイユ流入時の軸方向速度分布と二次

図 6 一様流流入時の 180° 曲り管内の軸方向速度分布と二次流れパターン ($a/R=1/20$, $D=565$)

図 7 ポアズイユ流入時の 180° 曲り管内の軸方向速度分布と二次流れパターン ($a/R=1/20$, $D=565$)

流れパターンを示す。ポアズイユ流が流入した場合、流速の速い中央部の流体は壁面近傍の遅い流体よりも大きい遠心力を受け、大きく外側に移動する。このため、一様流流入の場合と比較すると入口に近い $\theta=30^\circ \sim 60^\circ$ 付近で内側の流速の遅い領域がより大きく管の中央付近に広がっている。軸方向速度の最大値は $\theta=30^\circ$ 付近ですでに入口の平均軸方向速度の 1.5 倍程度になり、その後徐々に一様流流入時にも得られた発達した速度分布に近づいていく。二次流れパターンをみ

ると $\theta=30^\circ$ では一様流流入時と同様な一对の渦が現れているが、 $\theta=60^\circ$ では管中央外側よりによんだ領域ができることによって、新たに逆向きの付加的二次渦が現れている。しかし、この付加的二次渦はその後発達することではなく、 $\theta=90^\circ$ 以降では消滅してもとの一对の渦のパターンに戻る。二次流れの強さは入口付近で最も大きくなり、最大流速は平均軸方向流速の 20% 程度に達する。その後、 $\theta=60^\circ$ 付近でいったん弱まった後、徐々に増大して一様流流入時にも得られ

図 8 90° エルボ管の座標格子

図 9 90° エルボ管の流れ解析結果(圧力分布, 流速ベクトル)

た発達した二次流れに近づいていく。このようなポアズイユ流流入時の付加二次渦の発生は秋山らの研究でも報告⁽⁵⁾されており、本解析結果は定性的に妥当であると考えられる。

5・2 90° 曲り管(エルボ管)内の流れ 90° 曲り部分とその前後に直管部分を有するエルボ管内の流れを解析した。解析形状は円筒の断面半径を a 、曲り部分の曲率半径を R 、出入口の直管部の長さを L とすると、

$$a : R : L = 1 : 2 : 10$$

とした。作成した座標格子を図 8 に示す。格子点数は、円筒断面方向に 31×31 、軸方向に 41 である。式(2)の P_i を用いて格子間隔をコントロールし、管壁面に座標格子線を近づけた。この計算では部分構造分割は行わず、全体を一つの構造として解いた。解析条件は、 $Re=1000$ で曲り部分のディーン数 $D=1414$ 、入口で一樣流速を与え、出口は自由流出とした。計算は無次元時間 t (定義は前述) を 1 とした時、アダムス・バシユフォース法を用いてタイムステップ $\Delta t=0.0003$ とし、5000 ステップまで行った。収束判定条件は 180°

図 10 T 字形分岐管の座標格子

図 11 T 字形分岐管の流れ解析結果(圧力分布, 流速ベクトル)

曲り管の場合と同一である。

図9に解析結果をカラーグラフィックスで示す。図中、カラーは圧力分布を表しており、赤が高く、青が低くなっている。また、水平方向管中央で切断した時の圧力分布および流速ベクトルを図の下部に、90°曲りきった部分の垂直断面(円筒断面)での二次流れベクトルを図の上部に示した。曲り部分の内側では圧力が非常に低くなり、逆に外側で非常に高くなっている様子がわかる。また、曲がった後に管内側では渦が発生し、逆流が起こっている様子もわかる。二次流れは垂直方向上下一対の渦を形成しており、その中心は、断面の中央より内側によっている。この流れのパターンおよび圧力分布は同一の解析条件で行われた武本らの計算結果⁽⁶⁾と良く一致している。

さらに、 $Re=10\,000$ の場合も解析したが、曲がった後に二次流れの対称性が失われ、管内側だけでなく、管の外側でもはく離が生じるなど、解析結果はやはり武本らの計算結果⁽⁶⁾と定性的に一致した。

5.3 T字分岐管内の流れ T字形の分岐管内の流れを解析した。解析形状は円筒の断面半径を a 、交差部を除く三つの直管部の長さをすべて L として、

$$a:L=1:10$$

とした。作成した座標格子を図10に示す。この例では、全体を五つの部分構造に分割し、座標格子を作成した。図中赤で示した部分は部分構造間の重複領域である。格子点数は、円筒断面方向に 11×11 、T字の長い軸方向に51、短い軸方向に21である。解析条件は、 $Re=1\,000$ で、T字の短い直管部の端を入口として一様流速を与え、長い直管部の両端を出口として圧力一定の自由流出とした。計算は無次元時間 t を1とした時、アダムス・バッシュフォース法を用いてタイムステップ $\Delta t=0.001$ とし、2000ステップまで行った。収束判定条件は前述の解析例と同一である。

図11に解析結果を示す。図中、カラーはエルボ管の場合と同様に圧力分布を表しており、赤が高く、青が低くなっている。また、水平方向管中央で切断した時の圧力分布および流速ベクトルを図の下部に、交差部と出口の中間付近の垂直断面(円筒断面)での二次流れベクトルを図の上部に示した。流れがT字の交差部に流入し、管の外側壁面に衝突している部分で圧力が非常に高くなっている様子がわかる。逆に流入側から見て交差部の両袖内側壁面では圧力が低くなっている。流速ベクトルも大きい部分を赤、小さい部分を青(緑)で示しているが、交差部の両袖内側では渦が発生し、逆流が起こっている様子がわかる。二次流れは垂直方向上下一対の渦を形成しており、外側壁面に衝突した

流れが上下の管壁近傍を通過して内側に戻っている。これは、交差部の流れが二次流れとして下流まで伝わってきていることを示している。

5.4 記憶容量と計算時間の比較 前述した解析の記憶容量と計算時間は、拡張記憶装置を有するHITACS-810/20を用いて、180°曲り管の計算が主記憶容量18MBで3~4時間、エルボ管の計算が主記憶容量20MBで約3時間、T字管の計算が主記憶容量5MBで約40分であった。エルボ管の計算を例にしてベクトル化による高速化の効果を算出すると、1ステップ当たりの計算時間はCPUで約1.8秒であるが、この中でVPU(ベクトルプロセッサ)の使用率は77%に達しており、スカラー計算と比較した高速化率(スカラー計算をした場合にかかる計算時間との比)は10~20倍になっている。

6. 結 言

曲線座標変換法と部分構造分割法を用いた三次元非圧縮性粘性流体の解析手法を開発した。本手法の特徴をまとめると次のようになる。

(1) 曲線座標変換法により、任意の曲面形状を有する体系を扱うことができる。

(2) 部分構造分割法により、分岐等の複雑な複合立体形状を扱えるとともに、少ない記憶容量で大規模な体系を解くことができる。

(3) 曲線座標系用の修正スタガードメッシュを用いたSMAC法、三次風上差分(QUICK)法により、数値粘性の誤差を低減しつつ、安定性を向上している。

(4) 95%以上のベクトル化率を達成しており、ベクトル計算機を用いた場合には、計算時間を大幅に低減(1/10~1/20)できる。

本手法を用いて以下に示す種々の配管内の流れを解析し、その有効性を検証した。

(5) 180°曲り管内の助走区間流れを解析し、ポアズイユ流が流入した場合、二次流れには、十分発達した流れで生じる一対の渦のほかに、発達過程でさらに一対の渦が付加されることを示した。一様流流入の場合には、この付加的二次渦は現れない。解析結果は、秋山らの報告⁽⁵⁾と定性的に一致した。

(6) 90°曲り部分を有するエルボ管内の流れを解析し、管内の圧力分布、はく離渦による逆流の状態、二次流れパターンを明らかにした。

(7) T字形分岐管内の流れを解析し、交差部における圧力分布、はく離渦の状態、下流における二次流れの状態を明らかにした。

文 献

- (1) Soh, W. Y. and Berger, S. A., *J. Fluid Mech.*, **148** (1984), 109.
- (2) Humphrey, J. A. C., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **154** (1985), 357.
- (3) Patankar, S. V., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **67** (1975), 583.
- (4) Soh, W. Y. and Berger, S. A., *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **7** (1987), 733.
- (5) 秋山・ほか 4 名, 機論, **50-452**, B (1984), 990.
- (6) Takemoto, Y. and Nakamura, Y., Davis, G., de Vaul and Fletcher, C. (編), *Proceedings Int. Symp. Comput. Fluid Dynamics*, North-Holland, (1988), 703.
- (7) 東野・ほか 3 名, 機論, **47-423**, B (1981), 2139.
- (8) 三浦・ほか 5 名, 機論, **53-485**, B (1987), 35.
- (9) 三木・高木・梅垣, 機誌, **89-810** (1986), 549.
- (10) Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W., *J.*

Comput. Phys., **15** (1974), 299.

- (11) Shyy, W., *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **53** (1985), 47.
- (12) Shyy, W. and Braaten, M. E., *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **6** (1986), 861.
- (13) Miki, K. and Takagi, T., *J. Comput. Phys.*, **53-2** (1984), 319.
- (14) Miki, K. and Takagi, T., *J. Comput. Phys.*, **67-2** (1986), 263.
- (15) Takagi, T. and Miki, K., *Proceedings of the 6th GAMM-Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, Vieweg, (1986), 351.
- (16) Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, (1982), Hermosa Publishers.
- (17) 村田・小国・唐木, スーパーコンピュータ, (1985), 丸善.
- (18) 梅垣, 機論, **54-505**, B (1988), 2399.
- (19) Minkowycz, W. J., ほか 3 名, *Handbook of Numerical Heat Transfer*, (1988), John Wiley & Sons, Inc.

討 論

〔質問〕 中 橋 和 博〔大阪府立大学工学部〕

(1) 三次元内部流計算では貴計算法はきわめて有効と思われる。しかし部分構造分割法を用いた場合、ベクトル長が短くなるためにベクトル演算効果が小さくなる。貴論文では、それを補うためにリストベクトルを用いて一次元配列への書換えによるベクトル長の増大を行っているが、リストベクトルを用いた場合はベクトル化率は上がるものの実行スピードは期待したほどは上がらない場合がある。この点についてのご意見を伺いたい。

(2) 非定常な管内流れのシミュレーションが今後重要な課題となるであろうが、部分構造分割法を用いた場合には、各ブロックごとに計算を行うために非定常計算時の時間精度の維持のためになんらかの工夫が必要と思われる。この点に関してのご意見を伺いたい。

〔回答〕 (1) ベクトル化率と実行スピードの関係は、使用する計算機およびそのコンパイラにより異なるため一概に論ずることは難しいと思う。ただ、著者が日立のスーパーコンピュータ S シリーズを用いたときの経験を以下に述べる。

二次元や三次元配列の最内側の Do ループのベクトル長が 10^2 以上になると、リストベクトルを用いて一次元配列とし、ベクトル長をさらに増してもほとんど効果が得られなくなる。逆に、リストベクトルを作成するオーバーヘッドに時間がとられ、実行スピードが遅くなる場合がある。本論文では、部分構造分割を行っているために、ほとんどの場合最内側の Do ループのベクトル長は 10^2 以下となるため、一次元化したほう

が実行スピードは速くなった。

リストベクトルを用いて一次元化するときには、内側の Do ループから順に展開することが必要である。これを守らなければ実行スピードは逆に遅くなる場合がある。

リストベクトルを利用するか否かの判断は、最内側 Do ループのベクトル長にあり、本計算ではそれを 10^2 以下としている。

(2) 本論文で用いた部分構造分割法は、各時間ステップで、収束するまで部分構造間の反復計算（圧力ポアソン方程式）を行う。したがって、この反復計算が十分であれば、非定常計算でも十分な時間精度を保つことができると考えている。しかし、問題によっては、この部分構造間の反復計算を速く収束させるのが難しい場合がある。本論文では、各部分構造ごとの行列は MICCG 法で解き、部分構造間の反復は、いわゆる緩和法と同様な方法で解いている。この場合、特に部分構造間の反復時の収束が悪くなることがある。これは、隣接する部分構造との情報交換を格子 1 層分の重複領域でやりとりしていることに起因しており、圧力ポアソン方程式のようにノイマン条件で支配されているときには、特に顕著に収束が悪化する。この収束の悪化を防ぐ方法としては、重複領域の増加、多重格子法の導入などが考えられ、現在までにそのいくつかの有効性を実証した。

いずれにしても、各時間ステップでの部分構造間の反復計算を十分収束させれば、現在のアルゴリズムで非定常流の計算が可能と考えている。