1枚の流跡線画像における流れ方向自動判定法*

村田 滋^{*1}, 串山 正^{*2}
木瀬 洋^{*1}, 前田 貴史^{*3}Automatic Method for Determining Flow Directions
in A One-Digitalized Path-Line PictureShigeru MURATA, Tadashi KUSHIYAMA,
Hiroshi KISE, and Takashi MAEDA

An automatic method for determination of flow directions in a one-digitalized path-line picture has been developed. Flow direction is locally determined by calculating the vorticity at an average position among four neighboring pathlines in four different ways. The four pathlines are taken on the Delaunay net, which is made on the positions of pathlines, in order to make the procedure of this method more universal than that so far in use. The final determination of flow directions is carried out based on the results in five different cells for improvement in accuracy. This method is applied to determine the flow directions in a separated flow around a circular cylinder using the velocity distributions obtained numerically by the MAC method. The average error is found to be only 0.8 % for 25 different velocity distributions. For the flow visualization picture in a square cavity, flow directions can be determined by the method without inducing error.

Key Words: Flow Measurement, Image Processing, Path-Line Picture, Delaunay Net, Vorticity

1. ま え が き

近年, レーザ・ドップラ流速計や熱線流速計といった局所流速測定法に対して, 流速場全体の同時計測が可能な画像処理による手法が注目されている。これは短時間間隔で求めた複数枚の連続瞬間写真を用いる方法と, ある一定露光時間で得られる流跡線写真を用いる方法が主流である。後者は, 1枚の画像を対象とするため, 流れの傾きや速度の大きさが比較的容易にかつ精度良く得られるが, 流れ方向の情報はそのままでは得られない。こうした欠点を補うため, 小林・吉武⁽¹⁾はストロボ発光により流跡線始点に目印を付ける始点強調撮影法を用い, 藤原⁽²⁾はカラー光を利用して流跡線始点および終点を異なる色で着色した。しかし実験時における装置・撮影手順の煩雑さを考慮すると通常の1枚の流跡線写真で流れ方向を知ることができれば, より簡便な測定法へと改善されることが期待できる。著者ら⁽³⁾はこうした観点から, 任意の位置に離散

的に与えられた流れの傾きと速度の大きさの情報から, それぞれの流れ方向を計算アルゴリズムで自動的に決定する手法を提案し, その測定精度および誤差原因について検討した。この手法により, 約2%の誤差率で流れ方向を判定し得たが, その判定計算の基礎となる四つの速度データによる基本セルの構成法および判定計算の掃過方向の選択など, 測定対象流れ場に応じて測定者が決定しなければならないパラメータが含まれるため, その判定手順は一般性に欠ける面があった。そこで本研究では, 空間に離散的に存在する点群に対して, 各点を頂点とする多数の三角形群をユニークに構成する Delaunay 網⁽⁴⁾を用いて, 基本セル生成手順を一般化するとともに, この Delaunay 網を利用して判定基準の改良を計った。さらに, これを数値解析結果による人工流跡線および実際の流跡線写真に適用し, その判定精度について検討した。

2. 判 定 手 順

2-1 基本概念 著者らが提案している流れ方向自動判定法では, 図1に示すような近接する四つの流跡線を取り上げ, これらから構成されるセル ABCD の平均的位置 E における渦度を求める。渦度の定義式および連続の式を, 数値流体解析で広く用いられてい

* 平成元年11月7日 流体工学部門講演会において講演, 原稿受付 平成元年6月14日。

^{*1} 正員, 京都工芸繊維大学工学部 (〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

^{*2} 正員, 大阪産業大学工学部 (〒574 大東市中埴内3-1-1)。

^{*3} 三菱自動車工業(株) (〒616 京都市右京区太秦巽町)。

る一般座標系表示⁽⁵⁾すると、それぞれ、

$$\zeta = (v_{\xi}y_{\eta} - v_{\eta}y_{\xi} - u_{\eta}x_{\xi} + u_{\xi}x_{\eta})/J \quad \cdots \cdots (1)$$

$$(u_{\xi}y_{\eta} - u_{\eta}y_{\xi} + v_{\eta}x_{\xi} - v_{\xi}x_{\eta})/J = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

と示される。ただし、 x, y はデカルト座標、 u, v はそれぞれ x, y 方向の速度成分、 ξ, η は差分近似を行う計算面の座標であり、添字記号は偏微分を表す。また、 J は次式で表されるヤコビアンである。

$$J = x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi} \quad \cdots \cdots (3)$$

一般に点Eにおける渦度を差分法で求めるには ξ, η 方向ともに中心差分近似を用い、この場合一つの渦度値が得られるが、本手法では、図2に示すように、速度微分項に対して片側差分を用いることによって四つの異なる渦度値 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ を得る。例として、図2(i)の場合について示すと、式(1)の空間座標 x 、速度 u の微分項は次のように示される。

$$x_{\xi} \doteq \frac{x_C - x_A}{2\Delta\xi}, x_{\eta} \doteq \frac{x_D - x_B}{2\Delta\eta}$$

$$u_{\xi} \doteq \frac{u_C - u_A}{2\Delta\xi}, u_{\eta} \doteq \frac{u_E - u_B}{\Delta\eta}$$

$$\cdots \cdots (4)$$

なお、 y, v に関する式は式(4)のそれぞれ x, u に関する式と同様に示される。この場合、点Eにおける速度ベクトル $\vec{u}_E$ を点A, B, Cにおける速度ベクトル $\vec{u}_A, \vec{u}_B, \vec{u}_C$ による線形補間 f によって、

$$\vec{u}_E = (u_E, v_E) = f(\vec{u}_A, \vec{u}_B, \vec{u}_C) \quad \cdots \cdots (5)$$

と与えると、渦度は

$$\zeta_1 = \zeta(\vec{u}_A, \vec{u}_B, \vec{u}_C) \quad \cdots \cdots (6)$$

として表せる。同様に、図2(ii), (iii), (iv)の場合はそれぞれ

$$\zeta_2 = \zeta(\vec{u}_B, \vec{u}_C, \vec{u}_D), \zeta_3 = \zeta(\vec{u}_A, \vec{u}_C, \vec{u}_D),$$

$$\zeta_4 = \zeta(\vec{u}_A, \vec{u}_B, \vec{u}_D)$$

$$\cdots \cdots (7)$$

となり、各渦度値は異なる3点の速度の組によって決定できることがわかる。すべての速度ベクトルの向きが実際の流れ場を正しく表している場合、式(6)および(7)に示される渦度値は差分近似誤差範囲内ではほぼ等しく、一つでも正しくない速度の向きが仮定されるとそれらの差は大きくなると考えられる。点Aにおける速度ベクトルの向きを正と仮定すると、四つの速度ベクトルの向きの組合せは表1に示すように8通りである。表中において、○印は初期推定と同じ流れ方向、●印は逆方向を仮定することを示す。すべての組合せに対して渦度計算を行い、それらの最大残差

$$\Delta\zeta_{\max} = \text{Max}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4)$$

$$- \text{Min}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4) \quad \cdots \cdots (8)$$

が最小となる組が流れ場を正しく表していることにな

る。前報⁽³⁾では渦度の定義式(1)を用いたが、式(5)による $\vec{u}_E$ の補間精度が判定結果に大きく影響するため、本報では、 $\vec{u}_E$ の使用を低減するため、 $\vec{u}_E$ に関する微分項を式(2)の連続の式と連立させて消去した式を用いた。 $u_{\xi}, u_{\eta}, v_{\xi}, v_{\eta}$ を消去した式をそれぞれ次に示す。

$$\zeta = [-u_{\eta} + \{(x_{\eta}x_{\eta} + y_{\eta}y_{\eta})v_{\xi} - (x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta})v_{\eta}\}/J]/y_{\eta} \quad \cdots \cdots (9\cdot a)$$

$$\zeta = [-u_{\xi} + \{(x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta})v_{\xi} - (x_{\xi}x_{\xi} + y_{\xi}y_{\xi})v_{\eta}\}/J]/y_{\xi} \quad \cdots \cdots (9\cdot b)$$

$$\zeta = [v_{\eta} + \{(x_{\eta}x_{\eta} + y_{\eta}y_{\eta})u_{\xi} - (x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta})u_{\eta}\}/J]/x_{\eta} \quad \cdots \cdots (10\cdot a)$$

$$\zeta = [v_{\xi} + \{(x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta})u_{\xi} - (x_{\xi}x_{\xi} + y_{\xi}y_{\xi})u_{\eta}\}/J]/x_{\xi} \quad \cdots \cdots (10\cdot b)$$

式(9・a)および(10・a)は図2の(ii), (iv)の計算に、

表1 流れ方向の組合せ

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	○	○	○	○	○	○	○	○
B	○	●	○	○	○	●	●	●
C	○	○	●	○	●	○	●	●
D	○	○	○	●	●	○	○	●

図1 座標変換

図2 渦度計算における流跡線の組合せ

式(9・b)および(10・b)は(i), (iii)の計算に用いた。

2.2 セル生成法 本手法では、図1に示す四角形ABCDを基本セルと呼ぶ。前報⁽³⁾では、測定者が測定対象に応じて設定した直交格子をもとに、流跡線位置に格子点を移動させた変形格子を構成し、その格子の各四角形を判定計算に用いる基本セルとして用いた。この方法では同じ原画像に対して異なるセルが生ずることもあり、必ずしも同じ処理結果が得られず、また、変形格子にねじれが生ずる可能性もある。本報では、与えられた点群を頂点とした三角形群によって領域分割するDelaunay網を用いて、基本セル構成の自動化を計った。図3に示すように、Delaunay網はある3点で決まる円内に他の点が存在しないとき、その3点で三角形を形成するという手順で求まり、ある点群に対して領域分割が一意的に行えるVoronoi分割と一対をなす。前節で述べたように、本手法は四角形の基本セルにおいて流れ方向の判定計算を行うため、Delaunay網によって得られた三角形2個から四角形を生成した。ただし、生成された四角形のうち、凹形四角形では渦度計算が精度よく行えないと予想されるた

図3 Delaunay網

図4 基本セル構成法

め排除し、凸型四角形のみ採った。

2.3 判定手順 図4に示すある二つの流跡線位置P, Qにおける流れ方向を判定する手順について述べる。最初にすべての流跡線が示すx軸方向速度成分は正であると仮定する。表2は表1の流れ方向に対応して2点間の速度の向きの相対的關係を示している。表中の記号☆, ★はそれぞれ、図5(a), (b)のようにx軸方向速度成分が同符号および異符号であることを示す。点P, Qを含むセルは、図4の斜線で示すように最大5個存在し、それぞれの基本セルに2.1節に示した判定法を適用すると、点P, Qにおける速度の向きの相対的關係が最大5個得られる。そして、x軸方向速度成分 u_P, u_Q の符号が同じと判定された数を N_s 、異なる場合を N_o とすると、判定基準を N_c として流れ方向の関係を次のように決定した。

$$u_P \cdot u_Q \geq 0 \text{ for } N_s - N_o \geq N_c$$

$$u_P \cdot u_Q < 0 \text{ for } N_s - N_o \leq -N_c$$

.....(11)

ただし、 $|N_s - N_o| < N_c$ の場合は、判定結果の信頼性が低いものとして、流れ方向の関係を確定しなかった。

3. 実行結果

まず、基本式として u の微分項を消去した式(9)および v の微分項を消去した式(10)を用いた場合の判定性能について検討した。図6に示すように、流跡線モデルは一様流であり、基本セルは正方形、パラメータは基本セルの傾き角 ϕ 、一様流の流れ方向を示す角度 θ とした。これに本手法を適用すると、四つの流跡線はすべて同じ方向を示すため、表1の組合せ1に

表2 流れ方向の相対的關係

	1	2	3	4	5	6	7	8
A B	☆	★	☆	☆	☆	★	★	★
B C	☆	★	★	☆	★	★	☆	☆
C D	☆	☆	★	★	☆	★	★	☆
D A	☆	☆	☆	★	★	★	☆	★
A C	☆	☆	★	☆	★	☆	★	★
B D	☆	★	☆	★	★	☆	★	☆

図5 流れ方向の相対的關係の例

対して $\Delta\zeta_{\max}$ は最小になる。 ϕ の変化に対しては、式(9)による結果と式(10)によるものに差はなかったが、図7に示すように、一様流の流れ方向の傾き θ については、 $\Delta\zeta_{\max}$ は $\pi/4$ を境にして差を生じている。ただし、この図では組合せ1とそれ以外の組の一例として組合せ8に対する $\Delta\zeta_{\max}$ の変化を示している。本手法では誤った組合せに対しては $\Delta\zeta_{\max}$ が大きくなるのが望ましいため、流れの傾きに応じて用いる基本式を使い分ければよいことがわかる。本報では四つの流路線の平均こう配 $\theta_m (\pi/2 \geq |\theta_m|)$ を求め、 $\pi/4 \leq |\theta_m|$ では式(9)、それ以外では式(10)を用いればよいことがわかる。また、正しい流れ方向を示す組合せ1に対しては常に $\Delta\zeta_{\max}$ は0が得られており、 $\Delta\zeta_{\max}$ の最小値を判定基準としている本手法の妥当性がわかる。次に、以上に述べた判定法の性能検討のため、数値解析結果をもとに生成した人工流路線群に対して判定を行った一連の処理結果を図8に示す。(a)は著者ら⁽⁶⁾がMAC法を用いて得た円柱後流の数値解析結果から、線形内挿により任意の位置に発生させた人工流路線である。レイノルズ数は300、人工流路線数 N_p は100であり、円柱後端より下流側に5倍半径、これと垂直方向に6倍半径の領域に一様乱数を発生させて流路線位置を決定した。この流路線位置とこれらの位置に対して構成したDelaunay網を(b)に示す。式(11)の判定基準 N_c を3とし、このDelaunay網上で本手法により得られた判定結果が(c)である。図中において実線は2点における流路線のもつ主流方向の速度成分が同符号、破線は異符号の関係にあることを示す。これらの関係に基づき、速度ベクトルを求めると(d)が得られ、これは元のMAC法による解析結果に完全に一致している。また、実線・破線いずれの線にも結ばれなかった孤立点は流れ方向不定として測定結果から排除した。同じ流路線群に対して、判定基準 N_c を変化させた結果を図9に示す。縦軸は判定基準 N_c 、横軸は判定数を表し、白は正判定数、斜線は判定不可数、そして黒は誤判定数を示す。 N_c が大きいことは、速度ベクトルが同符号となる数 N_s と異符号となる数 N_o との差が大きい判定のみを有効とし、したがって信頼性の高い結果だけを取り上げることの意味する。図より、 N_c が増大するにつれ、判定不可数が増大するとともに誤判定数が減少しており、判定精度を保ちつつ速度情報の欠落を少なくするには適切な N_c を選択する必要があることがわかる。次に人工流路線総数 N_p を変化させた結果を図10に示す。これは実際の流れの可視化を行った際、トレーサ分布密度を変化させた場合に相当する。 $N_p=50$ のとき誤判定が一つ生じたが、

$N_p=100, 200$ ではいずれも誤判定0であり、流れの可視化の際、トレーサを多く分布させ、速度データの情報量を密にすれば、正確な判定ができることがわかる。以上の結果はある時刻の同一の速度場に対する結果であったが、次に、先の速度分布の時刻を基準時刻0として、時間的に連続した異なる速度場に対する判定結果を示す。図11は横軸を時刻、縦軸を判定数に取り、時間間隔0.2の25個の速度分布に対して本手法により判定を行った結果を示している。人工流路線の発生方法は図8のものと同じである。誤判定数は時刻4.4を除き、すべて0~2であり、平均誤判定発生率は0.8%であった。前報⁽³⁾では2%であったため、本報で示した手法の改良により判定精度が改善されたといえる。最後に、実際の流路線写真に本手法を適用した結果を示す。図12(a)は、回流水槽⁽³⁾の測定部に0.3mm、比重1.05のポリスチレン小球を散布し、流れと

図6 一様流モデル

図7 基本式の過度推定値への影響

図 8 人工流跡線群に対する処理結果

垂直に設置した正方形キャビティ内定常流の可視化した一例である。流跡線数を増加させるため、この定常流の写真を4枚重ね合わせたところ、41個の流跡線をもつ1枚の画像が得られた。この流跡線位置に対して得られるDelaunay網を図12(b)に、本手法で判定された最終的な速度ベクトルを(c)に示す。これは流れ方向が正確に得られる小林・吉武⁽¹⁾の手法による結果と完全に一致している。

図 9 判定基準 N_c の判定結果への影響

図 10 人工流跡線密度の判定結果への影響

図 11 非定常速度場に対する判定結果

図 12 流れの可視化写真に対する処理結果

4. ま と め

渦度計算によって局所的に流跡線の示す流れ方向を決定する手法において、Delaunay 網による基本セル構成法の改良と、これに伴う流れ方向判定法の改善を計り、その性能を検討したところ、以下の結論が得られた。

(1) Delaunay 網を用いることにより、測定者・測定対象によらず、一意的に基本セルが構成でき、本手法の汎用性を高めることができた。

(2) 判定方法の改善により、人工流跡線に対して、平均誤差判定率が約 0.8 % に低減できた。

(3) 実際の流跡線写真に対する適用例として、正

方形キャビティ内定常流の可視化写真に対して、流れ方向の判定を行ったところ、他の手法の結果と一致し、誤判定することなく速度ベクトルが得られた。

文 献

- (1) 小林・吉武, 機論, 51-466, B(1985), 1966.
- (2) 藤原・西原・広瀬, 機論, 53-493, B(1987), 2762.
- (3) Murata, S., Yoshioka, H., Kushiya, T. and Kise, H., *Proc. of Intern. Symp. on Fluid-Control, Measurement, Mechanics and Flow Visualisation, Sheffield*, (1988), 179.
- (4) 伊理, 計算幾何学と地理情報処理(bit 9月号別冊), (1986), 126, 共立出版.
- (5) Thompson, J. F., (Kollmann, W. 編), *Computational Fluid Dynamics*, (1980), 1, Hemisphere.
- (6) 村田・串山・木瀬・吉川, 機論, 53-492, B(1987), 2433.