気泡流中における圧力波の伝ば*

松本 洋一郎^{*1}, 西川 秀次^{*2}, 大橋 秀雄^{*1}

Pressure Wave Propagation in Bubbly Liquid

Yoichiro MATSUMOTO, Hideji NISHIKAWA, and Hideo OHASHI

The propagation of pressure waves in dispersed two phase flow consisting of a suspension of discrete gas bubbles, which have size and number density distribution, in a continuous liquid is investigated numerically. The governing equations for the bubbly flow are formulated with emphasis on the radial motion of the bubbles and the relative motion between the phases. A numerical method, where individual bubbles are traced to calculate their transversal motions and volumetric changes, is developed. The numerical results reveal that the radial and transversal motions of the bubbles have significant influences on the relaxation phenomena behind the shock and rarefaction waves in bubbly flow. These relaxation processes are affected by the interaction between individual bubbles with different sizes. When the deviation of the size distribution of bubbles becomes larger, the amplitude of pressure oscillation behind the shock wave becomes smaller and the waveform is more deformed.

Key Words: Multi-phase Flow, Pressure Wave, Shock Wave, Bubble, Numerical Analysis

1. はじめに

初期状態において一様な大きさと数密度を持つ気泡からなる気泡流の挙動は多くの研究者によって理論的にも数値的にも解析されている。Wijngaarden⁽¹⁾⁽²⁾は気泡流中の圧力波の伝ばに対する支配方程式を提案している。Noordzij-Wijngaarden⁽³⁾は空気-グリセリンからなる気泡流中の弱い衝撃波の伝ばに対する実験値を摂動法による理論解析値と比較し定性的に一致することを見出している。一様な気泡流中を伝わる強い衝撃波についてはTan-Bankoff⁽⁴⁾が数値計算を行っている。Nigmatulin⁽⁵⁾は気泡流のモデル化と波動伝ばへの流体力学的な影響について考察を行っている。Beylich⁽⁶⁾は気泡間の相互作用に注意を払って気泡流中の衝撃波の極造を解析するとともに実験結果と比較している。Prosperetti-Kim⁽⁷⁾は気泡から液側への熱伝達を詳細に考慮して数値計算を行い、実験結果⁽³⁾と比較している。

しかしながら、以上の研究はいずれも、初期分布と

して均一な気泡径と数密度を持つ気泡流についてであり、船の後流やパイプライン中の水柱分離などに見られるように現実の気泡流は、気泡径と数密度に分布を持ったものとなっている。著者らは、これらを考慮して、気泡をグループに分け、気泡径や数密度に分布を持つ気泡流の計算が可能なモデルを構成し、気泡流中の圧力波の挙動⁽⁸⁾や、翼列を通る気泡流の挙動⁽⁹⁾を数値計算によって明らかにしている。このモデルは、各グループの気泡の挙動をオイラー的に取扱っているため、分布を持たせても計算量がそれほど多くならないという利点を持つ反面、流動径路によって異なる気泡の履歴を表現できないなど、個々の気泡の挙動、その内部現象などを詳細に解析するには不向きであった。そこで、これらの欠点を改善するために、個々の気泡をラグランジュ的に扱う計算モデルを開発した。このモデルは、個々の気泡の内部現象などを詳細な解析が可能であり、また初期条件として任意の大きさの気泡を任意の位置に配置できるため、実際の条件での計算が可能で、その結果を統計的に処理することにより、実験結果とのより良い比較が期待できる。本研究では、このモデルを用いて、図1に示すようにさまざまな大きさの気泡がさまざまな位置に存在する気泡流一次元衝撃波管の圧力波動をシミュレートし、衝撃波、膨張

* 平成元年11月7日 流体工学部門講演会において講演、原稿受付 平成元年5月23日。

^{*1} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

^{*2} 正員、石川島播磨重工業(株)航空宇宙事業本部 (〒188 田無市向台町3-5-1)。

波の伝ばや、圧力波の通過による気泡の挙動について解析を行った。その結果、圧力波の伝ばに従ってさまざまな大きさの気泡が振動するとともに相互に干渉し、圧力波形そのものに大きな影響を与えることがわかった。

2. 主 な 記 号

a : 音速

C : 抵抗係数

K : あるセルの中の気泡数

Ma : マッハ数

N : 気泡の数密度分布関数

n : 気泡数密度

p : 圧力

R : レイノルズ数

r : 半径

t : 時間

u : x 方向速度

w : 気液間のスリップ速度

α : ボイド率

β : 仮想質量の係数

μ : 粘性係数

ρ : 密度

σ : 表面張力

添 字

d : 気泡

i : 第 i 番めのセル

g : 気相, 気泡内の不凝縮ガス

k : 第 k 番めの気泡

l : 液相

n : 時間ステップ

v : 蒸気

3. 基 礎 方 程 式

3.1 仮定 現象の支配方程式を定式化するに当たって以下のような仮定を行った。

(1) 気液二相流は、流れの代表長さに比べて十分小さな気泡が分散した流れであるとする。すなわち、流れ全体の特性は、連続体として取扱えるものとする。

(2) 気体の質量および運動量は、液体の質量、運動量に比べて十分小さいものとして無視できるものとする。本計算において、気相の質量比率はたかだか 10^{-5} の程度である。

(3) 気相のみが圧縮性を持つものとし、液相は非圧縮とする。

(4) 気液間における相変化ならびに気液間および各相内部の熱伝達は十分速やかに行われ、熱的な非平衡はないものとする。また二相流が圧縮・膨張することによって生じる温度変化は十分小さいとし、等温変化をするものと仮定する。ちなみに、本計算範囲においては、熱的な非平衡がないとすれば、温度変化はたかだか 0.01 K の程度である。

(5) 気液間の相変化による質量変化は液相の持つ質量に比べ十分小さいものとして無視する。しかし、

図 1 気泡流中における衝撃波の伝ばの図式的説明

気泡内の蒸気圧が一定と仮定している点で、相変化はボイド率変化に寄与している。

- (6) 各気泡の合体・分裂はないものとする。
- (7) 気泡内ガスは不凝縮ガス並びに蒸気とするが、ともに理想気体とする。
- (8) 気泡界面を通して不凝縮ガスの相互拡散はないものとする。すなわち、気泡内部の不凝縮ガスの質量は一定であるとする。

3.2 支配方程式 以下の仮定を使って以下の方程式を導かれる。

- (1) 気液二相流の質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)\rho_l] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\alpha)\rho_l u_l] = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$\alpha = \sum_{k=1}^{K_i} \frac{4}{3} \pi r_{dk}^3 / dV$$

- (2) 気液二相流の運動量保存式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)\rho_l u_l] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\alpha)\rho_l u_l^2] \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u_l}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、二相流の粘性係数は $\mu = (1+\alpha)\mu_l$ で見積もった。

- (3) 気泡の並進運動の方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\beta \rho_l \frac{4}{3} \pi r_{dk}^3 u_{gk} \right] - \frac{D_l}{Dt} \left[\beta \rho_l \frac{4}{3} \pi r_{dk}^3 u_l \right] \\ + \frac{4}{3} \pi r_{dk}^3 \frac{\partial p}{\partial x} + C_d \pi r_{dk}^2 \rho_l \frac{u_{sk}|u_{sk}|}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \frac{D_l}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_l \frac{\partial}{\partial x}, \quad \beta = \frac{1}{2}, \quad u_{sk} = u_{gk} - u_l \\ C_d = \frac{24}{R_d} + \frac{6}{1 + \sqrt{R_d}} + 0.4, \quad R_d = \frac{2\rho_l r_{dk} |u_{sk}|}{\mu_l} \end{aligned}$$

である。

ただし、通常の液体では含まれている不純物のために、気泡の抵抗係数は固体球のそれに近くなることが知られており、ここでは抵抗係数に固体球のものをを用いた。

- (4) 気泡の膨張・収縮の方程式

$$\begin{aligned} r_{dk} \frac{d^2 r_{dk}}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr_{dk}}{dt} \right)^2 \\ = \frac{1}{\rho_l} \left(p_v + \frac{Q_{gk}}{r_{dk}^3} - \frac{2\sigma}{r_{dk}} - \frac{4\mu_l}{r_{dk}} \frac{dr_{dk}}{dt} - p_k \right) \quad (4) \end{aligned}$$

ここに、

$$Q_{gk} = [p_{gk} r_{dk}^3]_{t=0}$$

3.3 計算方法 図2に示すスタガード・メッシュを考へて方程式を差分化し、HSMAC法に準じたセミ・インプリシット解法を用いて計算を行った。なお、乱数により、さまざまな大きさの気泡をさまざまな位

置に置き、それを初期状態とした。また、一つのセルには数十個以上の気泡が存在するようにした。

主要な差分式について表記すると、式(1)は、

$$\begin{aligned} \frac{(1-\alpha)_i^{n+1} - (1-\alpha)_i^n}{\Delta t} \\ + \frac{[(1-\alpha)u_l]_i^{n+1} - [(1-\alpha)u_l]_i^{n+1}}{\Delta x} = 0 \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

式(2)を境界面(i)で差分化して

$$\begin{aligned} \frac{[(1-\alpha)u_l]_i^{n+1} - [(1-\alpha)u_l]_i^n}{\Delta t} + FUX_i^n \\ = -\frac{p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}}{\Delta x} + VISX_i^n \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、 FUX 、 $VISX$ はそれぞれ対流項、粘性項を表し、時刻 n の変数のみから求まるものとする。なお、対流項はドナセル差分で、粘性項は中心差分で評価した。また、気泡の体積変動を表す式(4)は以下のように表す。

$$\begin{aligned} r_{dk}^n \frac{r_{dk}^{n+1} - 2r_{dk}^n + r_{dk}^{n-1}}{\Delta t^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{r_{dk}^n - r_{dk}^{n-1}}{\Delta t} \right)^2 \\ = \frac{1}{\rho_l} \left(p_v + \frac{Q_{gk}}{r_{dk}^3} - \frac{2\sigma}{r_{dk}} - \frac{4\mu_l}{r_{dk}} \frac{r_{dk}^n - r_{dk}^{n-1}}{\Delta t} - p_k^{n+1} \right) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

主な計算の手順は以下のとおりである。

- (1) まず $n+1$ 時での圧力を適当に仮定する。
- (2) $n+1$ 時の気泡位置を n 時の位置と速度から求め、その位置での圧力を用い、式(7)より $n+1$ 時での気泡径を陽に求める。
- (3) その気泡径を使って各セルにおけるボイド率 α' を求める。
- (4) 式(6)、(5)からボイド率 α^{n+1} を求めると、 α' とは必ずしも一致しない。しかし、セル圧力の増減による α^{n+1} 、 α' の増減は、互いに符号が逆向きになるので、二つが一致するような唯一の真の p^{n+1} を、緩和によって求めれば、流れ場と気泡運動の双方を満たす圧力が求められる。
- (5) 気泡の並進運動は、求った圧力を使って計算する。この手順を繰返せば、非定常流れを時間進行により求めることができる。なお、気泡周囲の圧力、速度は、流れの変数をその定義点間で直線内挿して求めて

図2 スタガードメッシュによる計算格子

いる。また、セルの境界を跨ぐ気泡のセルへのボイド率寄与は、その中心値と気泡径から配分比を決めている。

4. 数値計算結果および考察

衝撃波および膨張波の伝ば挙動の数値シミュレーションをさまざまな状態の水-空気からなる気泡流について行った。気泡が力学的に平衡状態にある、すなわち気泡の体積は周りの圧力と常に釣合っており気液間のスリップもないとする場合の計算結果を図3に示す。なお、気泡は等間隔で配置されている。高圧側における初期圧力 p_h およびボイド率 α_h はそれぞれ0.3 MPaおよび0.33%であり、低圧側におけるそれらは0.1 MPaおよび1.0%である。初期温度は20°C、飽和蒸気圧は2.34 kPaである。衝撃波管の長さは2.0 mとし、セルの数は200とした。時間刻みは 10^{-5} sであり、衝撃波の伝ば計算時のクーラン数は0.13となる。時刻0において隔膜が破られると、低圧側には衝撃波が、高圧側には膨張波が伝ばする。圧力分布の時間変化の様子および点Aにおける圧力の履歴が図に示されている。衝撃波背後に若干の数値振動が観察されるが、陽な人工粘性なしに比較的良く衝撃波が捕捉されている。衝撃波のマッハ数は1.32、衝撃波並びに膨張

波背後の圧力 p_3 は0.17 MPaとなっており、これらの計算結果は等温平衡二相流に対する単純理論と良く一致している。衝撃波のマッハ数は次の簡単な式から初期圧力を使って計算される。

$$\ln \frac{p_4 - p_v}{p_1 - p_v} = M_a - \frac{1}{M_a} + 2 \ln M_a \quad \dots\dots\dots (8)$$

膨張波の波頭は $-a_4$ の速度で、波尾は $u_3 - a_3$ の速度で伝ばし、高圧域では有心膨張波となる。

図4に同じ大きさの気泡からなる気泡流中を伝ばする圧力波の様子を示す。気泡半径は低圧側で2.12 mm、高圧側で1.47 mmで、気泡は図3同様等間隔で配置されている。また、圧力、温度、ボイド率の初期条件は図3の場合と同じである。衝撃波の立ち上がりは図3のものに比べて鈍っており気泡運動の力学的非平衡の影響が観察される。また、衝撃波背後では典型的な圧力および気泡半径の緩和振動が観察される。緩和領域における圧力振動は気泡の非線形的な振動により引き起こされるものであるが、圧力波形は、気泡のリバウンドに呼応して先の尖った形状となっている。また、圧力の振動数は気泡のそれに一致するが、無限流体中においてその大きさの気泡が持つ固有振動数よりは若干大きなものとなっている。気泡振動によるこのような圧力振動は衝撃波背後のみならず膨張波背後に

図3 等温平衡気泡流中の圧力波伝ば

図4 一様な気泡からなる気泡流中の圧力波伝ば

においても観察される。この圧力振動の周期は衝撃波背後のものと等しくなっている。

図5に、現実の気泡流に見られるように、気泡の大きさに分布が存在する場合の計算例を示す。一つのセルには数十個以上の気泡が存在するように、乱数を使ってさまざまな大きさの気泡をさまざまな位置に配置した。気泡の大きさの分布は体積にして標準偏差が気泡の平均半径の30%になるように分布させたが、初期状態の低圧域における気泡の平均半径は2.12 mm、分布状態は数密度分布関数で表すと図5(d)のようになる。また、ボイド率は1.0%、圧力は0.10 MPaである。高圧域においては、気泡の平均半径が1.46 mm、数密度分布関数は図5(c)、ボイド率は0.32%、圧力は0.30 MPaとなっている。初期条件は気泡半径に分布がある以外は図4に示した計算例と同一である。気

泡半径がすべて等しい場合に比較して、各時刻の圧力分布には規則性がなくなりかなりの乱れがあり、また、圧力振動の大きさも小さくなっているのが観察される。これはさまざまな大きさの気泡が周囲の圧力を介して相互作用することにより発生するもので、個々の気泡の固有振動数が異なるため同調しなくなり、互いに運動を抑制するようなモードになっているものと考えられる。以上の様子を可視化し図式的に示したものが図1である。圧力波の伝ばと気泡径の変化の様子がよくわかる。

図6に気泡の大きさの分布の幅が大きな例の計算結果を示す。気泡の大きさの分布は体積にして標準偏差が気泡の平均半径の90%になるように分布させた。低圧域における気泡の平均半径の初期値は1.97 mm、分布状態は数密度分布関数で表すと図6(d)となつて

図5 気泡径分布を持つ気泡流中の圧力波伝ば

図6 気泡径分布を持つ気泡流中の圧力波伝ば

いる。また、ボイド率は1.0%、圧力は0.10 MPaである。高圧域においては、気泡の平均半径が1.36 mm、数密度分布関数は図6(c)、ボイド率は0.32%、圧力は0.30 MPaである。初期条件は気泡半径分布以外は図5に示した計算例と同一である。図5に比べて、各時刻における圧力分布の規則性がさらになくなり大きな乱れが観察されるとともに、圧力波の振幅もかなり低くなっている。さらに、大きな気泡が存在し、その固有振動数が圧力波の振動数を支配するため、観察される圧力波の振動数は低くなっている。すなわち、これらの緩和過程の状況は、液に含まれている気泡の平均径により支配されるのではなく、その中の大きな気泡により支配されることがわかる。

5. 結 論

気泡径および数密度に分布を持つ気泡流中の圧力波の伝ば挙動の数値シミュレーションを行った。支配方程式を気泡の体積変化、気液間のスリップに注意を払って定式化し、個々の気泡をラグランジェ的に追跡することにより気泡流の数値計算を行った。その結果、気泡運動に基づく衝撃波および膨張波背後の緩和過程などが明らかにされ、以下の結論を得た。

(1) 気泡流中の衝撃波および膨張波背後の緩和過程は気泡の非平衡な体積変化、気液間のスリップの影響を大きく受ける。

(2) 圧力波背後の振動の周期は気泡の振動数に一致するが、気泡径に分布があるとその中の大きな気泡の振動数により支配される。

(3) 気泡流中の気泡径に分布があると、圧力波の形状は、一様な気泡径からなる気泡流中の波形に比べて規則性が少なくなり、振幅も小さくなる。

付 録

等温平衡二相流における衝撃波管問題の単純理論を導いて置く。以下、添字1, 2, 3, 4はそれぞれ衝撃波上流、衝撃波と接触面の間の領域、接触面と膨張波の間の領域、膨張波上流を表し、 $P=p-p_v$, U は衝撃波の伝ば速度とする。まず、衝撃波前後の関係式は、気液間

のスリップがなく等温変化をすると仮定すると、質量保存則、運動量保存則、を使って

$$\alpha_2 a_2 = \alpha_1 a_1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$u_2 = \alpha_1 U (P_2 - P_1) / P_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$M_a = U / a_1 = \sqrt{P_2 / P_1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

次に膨張波前後の関係式を求める。膨張内の流れはリーマンの不変量 J で特徴づけられる。膨張波の前後で積分し、状態2, 3の諸量が等しいことを考慮すると

$$\begin{aligned} J &= u + \int dp / (\rho a) \\ &= u_2 + a_2 \alpha_2 \log(P_2 / P_4) \\ &= 0 \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

以上の式から P_2 , u_2 , α_2 , a_2 を消去して整理すると、 M_a と P_4 , P_1 の関係を示す式(8)が得られる。

文 献

- (1) Wijngaarden, L. van, "On the equation of motion for mixture of liquid and gas bubbles", *J. Fluid Mech.* **33** (1968), 465.
- (2) Wijngaarden, L. van, "One-Dimensional Flow of Liquids Containing Small Gas Bubbles", *Ann. Rev. Fluid Mech.* **4** (1972), 369.
- (3) Noordzij, L. and Wijngaarden, L. van, "Relaxation effects, caused by relative motion, on shock waves in gas-bubble/liquid mixtures", *J. Fluid Mech.* **66** (1974), 115.
- (4) Tan, M. J. and Bankoff, S. G., "Propagation of pressure waves in bubbly mixtures", *Phys. Fluids*, **27-6** (1984), 1362.
- (5) Nigmatulin, R. I., "Mathematical modelling of bubbly liquid motion and hydrodynamical effects in wave propagation phenomenon", *Mechanics and Physics of Bubbles in Liquids*, Nijhoff, (1982), 267.
- (6) Beylich, A. E., "Shock Tube Studies of Bubbly Liquids", *Proc. 16th Int. Symp. on Shock Tubes and Waves*, (1987), 101.
- (7) Prosperetti, A. and Kim, D. H., "Pressure waves in bubbly liquids at small gas volume fractions", *Int. Symp. Fundamentals of Gas-Liquid Flows ASME Winter Annual Meeting*, (1988), 1.
- (8) Matsumoto, Y., Nishikawa, H. and Ohashi, H., "Propagation of Pressure Waves in Bubbly Flow with Size and Number Density Distributions", 文献(6)の282ページ。
- (9) 松本・西川・大橋, 二相流中の翼列性能, 機論, **53-495**, (1987), 3210.

討 論

〔質問〕 松 井 剛 一〔筑波大学構造工学系〕

著者のご研究のようなことが近いうちにできるようになるものと期待していたため、非常に興味深く拝読させていただいた。著者のご努力に敬意を表する。

(1) 図1に示されている時間経過の圧力波形は、無限長の管路を想定すると、波頭部の圧力はどこまでも増加するように見えるが、いかがか。

(2) 図4の場合、気泡が等間隔に配置されているため、気液栓列系に見立てることができるように思う。そこで、気泡の数を増やすと、気泡の径方向運動による振動のカップリングが強くなり、圧力波形にさらに変化が現れると思われるが、いかがか。

(3) 図5, 6の場合、種々の径の気泡が存在している。すなわち、固有振動数の異なる気泡が存在しているので、この場合の圧力波形の変動は、これらの気泡振動の合成あるいはフーリエ解析の観点からみれば、変動の物理的機構の理解が得やすいのではないかと思われるが、いかがか。

〔回答〕 (1) 粘性による気泡運動の減衰の影響でどこかで釣り合うものと考えている。

(2) 本計算では、気泡はあらゆる方向に等間隔に配列されていることになっているため、気液栓列系とは状況が異なると思われる。また、単位体積当たりの気泡の数を増やすと、かえって見掛けの粘性および個々の気泡に働く粘性の影響により減衰が大きくなるものと考えている。

(3) 場の平均的な圧力を介して気泡が相互干渉しているため、必ずしも気泡の固有振動の線形的な重ね合わせでは現象を説明できるとは考えていないが、今後検討してみたいと思っている。

〔質問〕 冨 田 幸 雄〔東北大学流体科学研究所〕

気泡径の分布がある気泡流中の圧力波の伝ば挙動の数値シミュレーションを行い、有意義な結論を得られたことに対し敬意を表する。次の二点についてご教示願いたい。

(1) 図4(b)の説明において、「緩和領域における圧力振動は気泡の非線形的な振動により引き起こされるものである」とあるが、この場合気泡の非線形運動に対応する式(4)左辺第2項目の寄与はどの程度か。図4(b)を見る限りでは半径比 >0.7 でこの項の寄与は小さいようにも見うけられるがどうか。

(2) 貴数値計算例の場合、最も近接し合う気泡の

相対位置(=気泡間距離/大気泡の最大半径)はいかほどか。またその場合の、収縮時の最大並進速度はどの程度か。

〔回答〕 (1) 衝撃波背後の第1波では、式(4)の第2項の大きさは第1項の大きさの約10%となっている。気泡の振動が減衰して振幅が小さくなるとその寄与は小さくなる。

(2) 気泡間の相互作用については平均的な場の圧力を介して作用するもののみを計算していることになり直接的な気泡間の相互作用は考慮していない。したがって、個々の気泡間距離は直接気泡間の相互作用には影響しない。因みに、平均的な相対距離は気泡半径の8倍程度となっている。また、個々の気泡の並進速度は気泡レイノルズ数で表すと最大で約1000のオーダーである。

〔質問〕 漢 明 彦

〔(株)日立製作所エネルギー研究所〕

貴研究のような局所的な相間相互作用の研究は、混相流の流動機構を解明するうえで今後重要性を増すものと考えられる。気泡運動の解析モデルに関連して次の点についてお教え願いたい。

(1) 圧力波面における衝撃力によって大きい気泡が微小な気泡に分散される効果を考慮する必要はないか。

(2) 気泡の膨張・収縮に関する式(4)において、気-液速度の差の影響は無視できるか。

(3) 気泡の並進運動は液相速度より圧力こう配に敏感であるので、圧力分布を求める反復計算に含めたほうがよいのではないか。

〔回答〕 (1) 気泡流中の衝撃波はかなり鈍った波形となっており、衝撃波の厚さは気泡径に比べて十分大きいので、ここでは気泡が微小な気泡に分散される現象は大きな影響を持たないと考えているが、条件によっては考慮する必要がある場合もあると考えられる。

(2) 気-液の速度差によって生じる圧力差を考慮した計算も行っているが、本計算範囲ではほとんど無視できる。

(3) ご提案のアルゴリズムでは計算量が多くなり収束性も良くなかったので現アルゴリズムを採用したが、今後検討の余地はあると考えている。